

Список литературы

1. Дыхта В.А. Слабо монотонные и производящие L -функции в оптимальном управлении // Аналитическая механика, устойчивость и управление: Труды X Международной Четаевской конференции. Т. 3. Секция 3. Управление. Ч. I. 12–16 июня 2012 г. Казань: КАИ, 2012. С. 408–420.
2. Дыхта В.А. Слабо монотонные решения неравенства Гамильтона-Якоби и условия оптимальности с позиционными управлениями // Автоматика и телемеханика. 2013. (принято в печать).
3. Субботин А.И. Обобщенные решения уравнений в частных производных первого порядка. Перспективы динамической оптимизации. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003.

ВЫРОЖДЕННЫЕ ЛИНЕЙНО-КВАДРАТИЧНЫЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ В СИСТЕМАХ С ПОСЛЕДЕЙСТВИЕМ

Н.И. Желонкина¹, А.Н. Сесекин²

¹ Уральский федеральный университет, Мира 19, 620002 Екатеринбург, Россия
312115@mail.ru

² Институт математики и механики УрО РАН
С.Ковалевской 16, 620990 Екатеринбург, Россия
sesekin@list.ru

Введение. Рассматриваются две задачи оптимального управления с вырожденным функционалом достаточно общего вида и линейной системой с последствием, в первой задаче последствие постоянное, во второй задаче — линейное. Отсутствие управления в функционале приводит к тому, что оптимальное управление содержит импульсную составляющую. Получены достаточные условия существования импульсного оптимального управления и получены уравнения, описывающие коэффициенты в оптимальном управлении для этих задач. Установлены достаточные условия, дающие возможность проинтегрировать уравнения и найти в явном виде коэффициенты для оптимального управления.

1. Постановка вырожденной задачи оптимальной стабилизации для систем с запаздыванием. Требуется построить управляющее воздействие u , обеспечивающее асимптотическую устойчивость нулевого решения системы

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_\tau x(t - \tau) + \int_{-\tau}^0 G(\theta)x(t + \theta)d\theta + B\dot{u}(t) \quad (1)$$

с начальным условием

$$x(t) = \varphi(t), \quad t_0 - \tau \leq t \leq t_0,$$

и минимизирующее функционал

$$\begin{aligned} J[v(\cdot)] = & \int_{t_0}^{\infty} \left[x^T(t) \Phi_0 x(t) + x^T(t) \int_{-\tau}^0 \Phi_1(\theta) x(t + \theta) d\theta + \right. \\ & + \int_{-\tau}^0 x^T(t + \theta) \Phi_1^T(\theta) d\theta x(t) + \int_{-\tau}^0 x^T(t + s) \Phi_2(s) x(t + s) ds + \\ & \left. + \int_{-\tau}^0 \int_{-\tau}^0 x^T(t + \theta) \Phi_3(\theta, \rho) x(t + \rho) d\theta d\rho + x^T(t - \tau) \Phi_4 x(t - \tau) \right] dt, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\Phi_0, \Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_4$ — симметричные (кроме Φ_1 и Φ_3) непрерывные по совокупности переменных матрицы-функции размерности $n \times n$, $x(t), \varphi(t)$ — вектор-функции размерности n , $v(t)$ — вектор-функция размерности m , A, A_τ — постоянные матрицы размерности $n \times n$, $G(\theta)$ — матрица-функция размерности $n \times n$ с кусочно непрерывными элементами, B — постоянная матрица размерности $n \times m$.

2. Постановка вырожденной линейно-квадратичной задачи для систем с линейным запаздыванием. Рассмотрим линейную управляемую систему с линейным запаздыванием

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + A_\mu(t)x(\mu t) + \int_{\mu}^1 G(t, s)x(st) ds + B\dot{v}(t) \quad (3)$$

и с начальным условием

$$x(t) = \varphi(t), \quad t \in [\mu t_0, t_0]. \quad (4)$$

Здесь $A(t), A_\mu(t), B$ — матрицы соответственно размерностей $n \times n, n \times n, n \times m$, причем компоненты двух первых матриц — непрерывные функции, $x \in R^n, \varphi \in R^n, v \in R^m, 0 < \mu < 1, t_0 > 0$. Для определенности будем полагать, что $v(t_0) = 0$. Рассмотрим задачу минимизации функционала

$$J[v(\cdot)] = x^T(T)Sx(T) + \int_{t_0}^{t_f} \left[x^T(t) \Phi_0(t)x(t) + x^T(t) \int_{\mu}^1 \Phi_1(t, \theta)x(\theta t) d\theta + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{\mu}^1 x^T(\theta t) \Phi_1^T(t, \theta) d\theta x(t) + \int_{\mu}^1 x^T(st) \Phi_2(t, s) x(st) ds + \\
& + \int_{\mu}^1 \int_{\mu}^1 x^T(\theta t) \Phi_3(t, \theta, \rho) x(\rho t) d\theta d\rho + x^T(\mu t) \Phi_4(t) x(\mu t) \Big] dt, \quad (5)
\end{aligned}$$

вдоль траекторий системы (3). В (5) S , $\Phi_0(t)$, $\Phi_2(t, s)$, $\Phi_4(t)$ — симметричные матрицы, $\Phi_0(t)$, $\Phi_1(t, \theta)$, $\Phi_2(t, s)$, $\Phi_3(t, \theta, \rho)$, $\Phi_4(t)$ — непрерывные матрицы-функции своих аргументов, размерность этих матриц — $n \times n$.

3. Полученные результаты. Данные задачи являются вырожденными [1] и в классе абсолютно непрерывных функций решения не имеет. Для построения оптимального решения осуществим расширение задач путем введения импульсных управлений. Далее будем полагать, что $v(t)$, а следовательно, и $x(t)$ — функции ограниченной вариации, производные которых понимаются в обобщенном смысле [2]. Начальную функцию $\varphi(t)$ также будем считать функцией ограниченной вариации.

Для этих задач получены достаточные условия, обеспечивающие существование решений этих задач, исследована структура оптимальных управлений, получены уравнения, описывающие коэффициенты перед фазовыми переменными, которые определяют вид оптимальных управлений. Другие постановки линейно-квадратичных задач для систем с запаздыванием рассматривались в [3, 4].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 13-01-00304.

Список литературы

1. Гурман В.И. Принцип расширения в задачах управления. М.: Наука, 1985.
2. Владимиров В.С. Обобщенные функции в математической физике. М.: Наука, 1976.
3. Андреева И.Ю., Сесекин А.Н. Вырожденная линейно-квадратичная задача оптимизации с запаздыванием по времени // АиТ. 1997. № 7. С. 43–54.
4. Сесекин А.Н., Фетисова Ю.В. О порядке сингулярности импульсного оптимального управления в вырожденной линейно-квадратичной задаче оптимизации с последствием // АиТ. 2009. № 4. С. 31–40.