вектора $\psi^* \in R^n$, $\|\psi^*\| \le 1$, *такого, что пара* (u^*, ψ^*) *составляла седловую точку функционала*

$$\mu(u,\psi) = \overline{conc}_{\psi}\Big[C(F(t_1,t_0)D,\psi)+$$

$$+\max_{q\in Q}\int_{t_0}^{t_1} C(F(t_1,t)b(t,u(t),q),\psi)dt - C(Y,\psi)\Big].$$

Список литературы

1. Куржанский А.Б. Управление и наблюдения в условиях неопределенности.- М.: Наука, 1977.- 392с.
2. Благодатских В.И. Теория дифференциальных включений. Ч. I.– М.: изд-во МГУ, 1979. – 89 с.
3. Отакулов С. Необходимое условия оптимальности в одной минимаксной задаче управления. // Кибернетика и системный анализ. -1992, №4.-с 117-126.
4. Отакулов С., Мавлонов Н.М. Об одной минимаксной задаче оптимального управления. // Узб. Мат. журнал. – 1998, №5. –с. 59-65.
5. Отакулов С., Собирова Г.Д. Условия оптимальности в одной минимаксной задаче для управляемых дискретных включений. СамДУ илмий тадкикотлар ахборотномаси, Самарканд, 2005, №5.

МИНИМАКСНАЯ ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ С ЗАПАЗДЫВАЮЩИМ АРГУМЕНТОМ

И. Исраилов[1], Ф.Х. Холиярова[2]

[1] Самаркандский Государственный Университет им. Алишера Навои,

Университетский бульвар 15, Самарканд, Узбекистан

samdu@mail.ru

[2] Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий, Шохрух Мирзо 47А, Самарканд, Узбекистан

sf_tuit@mail.ru

В реальных ситуациях на функционирование сложных инженерно-технических устройств отрицательно влияют такие факторы, как запаздывание информации, ошибки измерений, неточности исходных данных и другие информационные ограничения. В таких случаях возникают неклассические модели задач управления и наблюдения [1,2], решение которых достигается путем оптимизации гарантированного результата. Одной из таких математических моделей является система управления с запаздыванием вида

$$\frac{dx}{dt} \in A(t)x + A_1(t)x(t-h) + b(t,u),\ t \in T = [t_0, t_1]\ , \qquad (1)$$

где $x \in R^n$, $u \in V$, V – компакт из R^m, $A(t)$, $A_1(t)$ – $n \times n$ – матрицы, $b(t,u)$ – многозначное отображение, ставящее в соответствие каждой точке $(t,u) \in T \times R^m$ непустой компакт из R^n. Здесь R^n – n-мерное евклидово пространство векторов $x = (x_1, ..., x_n)$, $\|x\| = \sqrt{(x,x)}$ – норма вектора x, (x,y) – скалярное произведение векторов x и y.

На правую часть дифференциального включения (1) будем налагать следующие условия:

а) элементы матриц $A(t)$ и $A_1(t)$ непрерывны на $T = [t_0, t_1]$;

б) многозначной отображение $(t,u) \to b(t,u)$ непрерывно на $T \times V$.

Допустимыми управлениями системы (1) являются измеримые ограниченные m–вектор-функции $u = u(t),\ t \in T$, такие, что $u(t) \in V$ почти всюду на T. Множество всех таких управлений обозначим через $U(T)$.

Допустимой траекторией, соответствующей управлению $u(\cdot) \in U(T)$ и начальной функции $\varphi_0(\cdot) \in C^n(T_0)$, является непрерывная на $T_1 = [t_0 - h, t_1]$ и абсолютно непрерывная на T n-вектор-функция $x = x(t)$, удовлетворяющая дифференциальному включению (1) и начальному условию $x(t) = \varphi_0(t),\ t \in T_0$.

Пусть $H(u, \varphi_0)$ множество всех допустимых траекторий системы (1), соответствующих управлению $u(\cdot) \in U(T)$ и начальной функции $\varphi_0(\cdot) \in C^n(T_0)$.В силу результатов работы [3] множество$H(u,\varphi_0)$не пусто, выпукло и компактно в $C^n(T_1)$. Положим $X(t,u,\varphi_0) = \{\xi \in R^n : \xi = x(t),\ x(\cdot) \in H(u,\varphi_0)\},\ t \in T$. Многозначное отображение $X(t,u,\varphi_0), t \in T$, называется ансамблем траекторий системы (1).

Рассмотрим множество $X_1(u,\varphi_0) = X(t_1,u,\varphi_0)$. Для этого множества справедливо представление [4]

$$X_1(u,\varphi_0) = S_1(\varphi_0) + \int_{t_0}^{t_1} F(t_1,t) b(t,u(t)) dt,$$

где $F(t,\tau) - n \times n$ – матричная функция, удовлетворяющая уравнению

$$\frac{\partial F(t,\tau)}{\partial \tau} = -F(t,\tau)A(\tau) - F(t,\tau+h)A_1(\tau+h),\ \ \tau \le t,$$

$$F(t,t-0) = E, F(t,\tau) \equiv 0,\ \ \tau \ge t+0,$$

E — единичная $n \times n$- матрица,

$$S_1(\varphi_0) = F(t_1, t_0)\varphi_0(t_0) + \int\limits_{t_0}^{t_0+h} F(t_1, t)A_1(t)\varphi_0(t-h)dt.$$

Пусть на траекториях $x(\cdot) \in H(u, \varphi_0)$ определен терминальный функционал

$$J(x(\cdot)) = g(x(t_1)),$$

где $g(x) = \max\limits_{i=\overline{1,k}}(P_i z_i, x)$, P_i-$n \times r$-матрицы, $z_i \in R^r, i = \overline{1, k.}$

Рассмотрим задачу минимизации функционала

$$G(u) = \underset{x(\cdot)\in H(u,\varphi_0)}{Sup} J(x(\cdot))$$

т.е. требуется найти управление $u^*(\cdot) \in U(T)$, удовлетворяющее условию

$$\min_{u\in U(T)} Sup\{g(\xi) : \xi \in X_1(u, \varphi_0)\} = Sup\{g(\xi) : \xi \in X_1(u^*, \varphi_0)\}\ . \quad (2)$$

Итак, рассматривается минимаксная задача

$$\underset{\xi\in X_1(u,\varphi_0)}{Sup} g(\xi) \to \min, \quad u \in U(T). \quad (3)$$

Управление $u^*(t),\ t \in T$, удовлетворяющее соотношению (2), назовем оптимальным управлением в минимаксной задаче (3).

Минимаксная задача (3) является задачей с выпуклым терминальным функционалом.

Будем изучать необходимые и достаточные условия оптимальности в задаче (3). Работа примыкает к исследованиям [3,4,5].

Теорема 1. *Пусть $u^*(t)$, $t \in T-$ оптимальное управление в задаче (3). Тогда при всех $t \in T$ справедливо равенство*

$$\min_{v\in V}\max_{i\in I_*}[C(F(t_1,t)b(t,v), P_i z_i) - C(F(t_1,t)b(t,u^*(t), P_i z_i)] = 0.$$

Список литературы

1. Куржанский А.Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности. М.: Наука, 1977. – 392 с.
2. Черноусько Ф.Л., Меликян А.А. Игровые задачи управления и поиска. М.: Наука, 1978. – 270 с.
3. Исраилов И., Давронов Б.Э. О свойствах компактности и выпуклости семейства траекторий управляемых дифференциальных включений с запаздывающим аргументом. СамДУ илмий тадкикотлар ахборотномаси, Самарканд, 2003, № 3. – с. 6-9.

4. Исраилов И., Отакулов С. Об одном свойстве ансамбля траекторий дифференциального включения с запаздыванием. Труды международной конференции «Современные проблемы математической физики и информационных технологий», Том 2, Ташкент, 2003. – с. 213 215.
5. Отакулов С., Холиярова Ф.Х. К теории управляемых дифференциальных включений с запаздывающим аргументом Докл. АН РУз. 2005, №3.- с.14-15.

АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ВОЗМУЩЕННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

А.И. Калинин

Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики
Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь
kalininai@bsu.by

Многие прикладные задачи оптимального управления в своих математических моделях содержат малые параметры, причем зачастую модели существенно упрощаются, если эти параметры положить равными нулю. В таких случаях целесообразно использовать асимптотические методы, основное достоинство которых состоит в том, что при их применении исходные задачи, которые принято называть возмущенными, сводятся к коррекции более простых задач оптимального управления.

В [1] предложен подход к исследованию задач оптимизации динамических систем, содержащих малые параметры, в основу которого положена идея конечномерной параметризации оптимальных управлений. Суть этого подхода состоит в следующем. Для многих задач оптимального управления можно указать конечномерные элементы (назовем их определяющими), по которым легко восстанавливается решение задачи, причем в возмущенных задачах, что очень существенно, определяющие элементы, как правило, гладким образом зависят от малого параметра. К ним, в частности, относятся точки переключения релейных управлений, начальные и конечные моменты особых и квазиособых режимов [2], множители Лагранжа, длительность процесса (в том случае, когда она не задана). С помощью принципа максимума [3] и условий допустимости управлений для определяющих элементов $a_1, a_2, \ldots, a_k$ можно составить систему конечных уравнений

$$F_i(a_1, a_2, \ldots, a_k, \mu) = 0, i = \overline{1, k}, \qquad (1)$$

где μ - малый параметр. Формируются уравнения (1) путем интегрирования прямой и сопряженной динамических систем, которые являются