ГЛОБАЛЬНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ БИЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

В.А. Зайцев

Удмуртский государственный университет

Университетская 1, 426034 Ижевск, Россия

verba@udm.ru

Рассмотрим билинейную управляемую систему с дискретным временем

$$x(k+1) = (A(k) + u_1(k)B_1(k) + \ldots + u_r(k)B_r(k))x(k), \qquad (1)$$
$$k \in \mathbb{Z},\ x \in \mathbb{R}^n.$$

Здесь $A(k), B_i(k) \in M_{n,n}$, где $M_{n,m}$ — пространство вещественных $n \times m$-матриц ($i = \overline{1,r}$); $u = \operatorname{col}(u_1, \ldots, u_r) \in \mathbb{R}^r$ — вектор управления. Обозначим через $X(k,m)$ ($k \geqslant m$, $k,m \in \mathbb{Z}$) матрицу Коши невозмущенной системы (то есть системы (1) с $u = 0$)

$$x(k+1) = A(k)x(k). \qquad (2)$$

Определение 1. *Система (1) называется согласованной на промежутке $[0, \vartheta)$, если для любой матрицы $G \in M_n$ найдется управление $\widehat{u}(j) \in \mathbb{R}^r$, $j = 0, \ldots, \vartheta - 1$, которое переводит решение матричного уравнения*

$$Z(k+1) = A(k)Z(k) + (\widehat{u}_1(k)B_1(k) + \ldots + \widehat{u}_r(k)B_r(k))X(k,0),\ Z \in M_n,$$

из точки $Z(0) = 0$ в точку $Z(\vartheta) = G$. Система (1) называется согласованной, если существует $\vartheta > 0$ такое, что система (1) согласованна на $[0, \vartheta)$.

Определение 1 аналогично определению, введенному для систем с непрерывным временем в работе [1].

Будем предполагать, что выполнены следующие условия:

У1. Система (1) стационарная, то есть $A(k) \equiv A$, $B_i(k) \equiv B_i$, $i = \overline{1,r}$.

У2. Невозмущенная система (2) устойчива по Ляпунову, то есть существует симметрическая положительно определенная матрица P такая, что $A^T P A - P \leqslant 0$ в смысле квадратичных форм.

Обозначим $B(x) = [B_1 x, \ldots, B_r x] \in M_{n,r}$.

Теорема 1. *Предположим, что выполнены условия У1, У2 и система (1) согласованна. Тогда управление $u(x) = -[I +$*

$\frac{1}{2}(B(x))^T PB(x)]^{-1}(B(x))^T PAx$ *глобально асимптотически стабилизирует нулевое решение системы (1); здесь P определяется из условия У2.*

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 12–01–00195-а, 12–01–31077-мол-а).

Список литературы

1. *Зайцев В.А., Тонков Е.Л.* Достижимость, согласованность и метод поворотов В.М. Миллионщикова // Изв. вузов. Математика. 1999. № 2. С. 45–56.

НАДГРАФИКИ СЛАБО ВЫПУКЛЫХ ФУНКЦИЙ – СЛАБО ВЫПУКЛЫЕ МНОЖЕСТВА

Г.Е. Иванов

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Институтский пер. 9, 141700 Долгопрудный, Московская обл., Россия

g.e.ivanov@mail.ru

Квазишаром M в нормированном пространстве E называется выпуклое замкнутое множество $M \subset E$, $M \neq E$, для которого 0 является внутренней точкой.

Функцией Минковского квазишара M называется функция $\mu_M : E \to [0; +\infty)$ такая, что

$$\mu_M(x) = \inf \left\{ t > 0 \middle| \, x \in tM \right\} \qquad \forall x \in E.$$

Пусть $M \subset E$ – квазишар. *M-расстоянием* от точки $x \in E$ до множества $A \subset E$ называется величина

$$\varrho_M(x, A) = \inf_{a \in A} \mu_M(x - a).$$

M-проекцией точки $x \in E$ на множество $A \subset E$ называется множество

$$P_M(x, A) = A \bigcap (x - \varrho_M(x, A)M).$$

Множеством единичных *проксимальных нормалей* к множеству $A \subset E$ в точке $a \in A$ относительно квазишара $M \subset E$ называется

$$N^1_M(a, A) = \{z \in E \mid \mu_M(z) = 1, \quad \exists t > 0 : \; a \in P_M(a + tz, A)\}.$$

Множество $A \subset E$ называется *слабо выпуклым относительно квазишара* $M \subset E$, если

$$a \in P_M(a + z, A) \qquad \forall a \in A \quad \forall z \in N^1_M(a, A).$$