

$x(t) = CY(t)$, системы

$$Y(t+1) = \begin{bmatrix} A_0^d A & A_0^d B & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & E & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & E \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} Y(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ E \end{bmatrix} u(t+k), \quad (4)$$

с начальным условием

$$Y(0) = (y(0), u(0), \dots, u_k(0)) = (z, u(0), u(1), \dots, u(k-1)),$$

где $z \in R^n$, $u(i) \in R^r$, $i = \overline{0, k-1}$, $Y(t) = (y(t), u_1(t), \dots, u_k(t))$, $C = [A_0 A_0^d, (A_0 A_0^d - E) A^d B, \dots, (A_0 A_0^d - E)(A_0 A^d)^{k-1} A^d B]$.

Ясно, что управляемость системы (1) эквивалентна C -управляемости системы (4).

Справедлива теорема.

Теорема 1. Система (1) управляема тогда и только тогда, когда выполнено условие

$$\begin{aligned} & \text{rank}((A_0 A^d)^n A_0 A_0^d, (A_0 A_0^d - E)(A_0 A^d)^i A^d B, i = \overline{0, k-1}; \\ & (A_0^d A)^i A_0^d B, i = \overline{0, n-1}) = \\ & = \text{rank}((A_0 A_0^d - E)(A_0 A^d)^i A^d B, i = \overline{0, k-1}; (A_0 A)^i A_0^d B, i = \overline{0, n-1}). \end{aligned}$$

Список литературы

1. Campbell S.L., Meyer C.D., Rose N.J. // SIAM J.Appl. Math. vol.31, № 3, 1976, pp.411-425.
2. Крахотко В.В., Размыслович Г.П. // Дифференц. уравн. 2005г. Т.41. №9. С.1291-1292.

УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ АНСАМБЛЕМ ТРАЕКТОРИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ

И. Исраилов, Г.Д. Собирова

Самаркандский Государственный Университет им. Алишера Навои,
Университетский бульвар 15, Самарканд, Узбекистан
samdu@mail.ru

В результате учета неточности исходных данных и параметров неконтролируемых внешних возмущений возникает неклассическая

модель системы управления, описываемая дифференциальным включением вида

$$\dot{x} \in A(t)x + b(t, u, q), t \in T = [t_0, t_1], \quad (1)$$

где x — n -вектор состояния системы, u — m -вектор управления, $u \in V, V \subset R^m$, q — параметр внешних возмущений, $q \in Q, Q \subset R^k$, $A(t)$ — $n \times n$ -матрица, $b(t, u, q) \subset R^n$. Здесь R^n обозначает евклидово пространство n -векторов со скалярным произведением $(x, y) = \sum_{i=1}^n x_i y_i$ и

нормой $\|x\| = \sqrt{(x, x)}$. Будем считать, что начальное состояние $x(t_0)$ системы управления задано неточно, т.е. $x(t_0) \in D, D \subset R^n$.

Динамическую систему управления (1) изучим в следующих предположениях:

- а) элементы матрицы $A(t)$ суммируемы на T ;
- б) для любых $(t, v, q) \in T \times V \times Q$ множество $b(t, v, q)$ компакт из R^n ;
- в) многозначное отображение $(t, v, q) \rightarrow b(t, v, q)$ измеримо по $t \in T$, непрерывно по $(v, q) \in V \times Q$ и существует суммируемая на T функция $\beta(t)$ такая, что $\sup \{\|\xi\| : \xi \in b(t, v, q)\} \leq \beta(t), \forall (t, v, q) \in T \times V \times Q$;
- г) опорная функция $C(b(t, v, q), \psi) = \max_{\xi \in b(t, v, q)} (\xi, \psi)$ выпукла по $v \in V$ и вогнута по $q \in Q$;
- д) $D \subset R^n, V \subset R^m, Q \subset R^k$ — выпуклые компакты.

Допустимым управлением для системы (1) назовем каждую измеримую ограниченную m -вектор-функцию $u = u(t), t \in T$, принимающую почти всюду на T значения из выпуклого компакта $V \subset R^m$. Через U обозначим множество всех допустимых управлений.

Допустимой траекторией, соответствующей управлению $u \in U$ и параметру $q \in Q$, назовем абсолютно-непрерывную n -вектор-функцию $x(t) = x(t, u, q)$, удовлетворяющую почти всюду на T дифференциальному включению (1) и начальному условию $x(t_0) \in D$. Через $H(u, q)$ обозначим множество допустимых траекторий, соответствующих паре $(u, q) \in U \times Q$.

Положим $X(t, u, q) = \{\xi : \xi = x(t), x(\cdot) \in H(u, q)\}$. Многозначное отображение $t \rightarrow X(t, u, q)$ называется ансамблем траекторий [1] системы (1). При фиксированном $t = t_1$ множество $X(t_1, u, q)$ состоит из концов $x(t_1)$ всех допустимых траекторий $x(\cdot) \in H(u, q)$.

Пусть задано множество $Y \subset R^n$. Через Y^ε обозначим замкнутую ε -окрестность множества Y , т.е. $Y^\varepsilon = \{\xi : \rho(\xi, Y) \leq \varepsilon\}$, где $\rho(\xi, Y) = \inf_{y \in Y} \|\xi - y\|$.

Будем говорить, что ансамбль траекторий системы (1) можно перевести в замкнутую ε -окрестность терминального множества Y , если существует $t_1 > 0$, $u \in U$, такие, что $X(t_1, u, q) \subset Y^\varepsilon$, $\forall q \in Q$, т.е.

$$\sup_{q \in Q} \sup_{\xi \in X(t_1, u, q)} \rho(\xi, Y) \leq \varepsilon. \quad (2)$$

Рассмотрим задачу о переводе ансамбля траекторий системы (1) в минимальную окрестность терминального множества. Так как соотношение $X(t_1, u, q) \subset Y^\varepsilon$, $\forall q \in Q$ равносильно неравенству (2), то данная задача приводит к задаче минимизации максимального отклонения ансамбля траекторий от терминального множества, т.е. к задаче

$$\sup_{q \in Q} \sup_{\xi \in X(t_1, u, q)} \rho(\xi, Y) \rightarrow \min, u \in U. \quad (3)$$

Управление $u^* \in U$, минимизирующий функционал

$$\varphi(u) = \sup_{q \in Q} \sup_{\xi \in X(t_1, u, q)} \rho(\xi, Y)$$

назовём оптимальным управлением в задаче (3).

Задача (3) входит в класс минимаксных задач управления для дифференциальных включений [3,4]. Займемся изучением необходимых и достаточных условий оптимальности для задачи (3). В дальнейшем будем предполагать, что терминальное множество Y является выпуклым компактом из R^n .

Для изучения задачи (3) воспользуемся следующим представлением ансамбля траекторий системы (1)

$$X(t_1, u, q) = F(t_1, t_0)D + \int_{t_0}^{t_1} F(t_1, t)b(t, u(t), q)dt, \quad (4)$$

где $F(t, \tau)$ — фундаментальная матрица решений уравнения $\dot{x} = A(t)x$, т.е.

$$\frac{\partial F(t, \tau)}{\partial t} = A(t)F(t, \tau), \quad F(\tau, \tau) = E,$$

E — единичная $n \times n$ — матрица. Справедливость формулы (4) следует из результатов работы [3].

Управление $u^* \in U$, удовлетворяющую условию $\varphi(u^*) = \min_{u \in U} \varphi(u)$, назовем оптимальным управлением.

Теорема 1. Для того, чтобы управление $u^*(t)$, $t \in T$, было оптимальным в задаче (3), необходимо и достаточно существования

вектора $\psi^* \in R^n$, $\|\psi^*\| \leq 1$, такого, что пара (u^*, ψ^*) составляла седловую точку функционала

$$\mu(u, \psi) = \overline{\operatorname{conc}}_{\psi} \left[C(F(t_1, t_0)D, \psi) + \right. \\ \left. + \max_{q \in Q} \int_{t_0}^{t_1} C(F(t_1, t)b(t, u(t), q), \psi) dt - C(Y, \psi) \right].$$

Список литературы

1. Куржанский А.Б. Управление и наблюдения в условиях неопределенности.- М.: Наука, 1977.- 392с.
2. Благодатских В.И. Теория дифференциальных включений. Ч. I.- М.: изд-во МГУ, 1979. – 89 с.
3. Отакулов С. Необходимое условия оптимальности в одной минимаксной задаче управления. // Кибернетика и системный анализ. -1992, №4.-с 117-126.
4. Отакулов С., Мавлонов Н.М. Об одной минимаксной задаче оптимального управления. // Узб. Мат. журнал. – 1998, №5. –с. 59-65.
5. Отакулов С., Собирова Г.Д. Условия оптимальности в одной минимаксной задаче для управляемых дискретных включений. СамДУ илимий тадқиқотлар ахборотномаси, Самарканд, 2005, №5.

МИНИМАКСНАЯ ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ С ЗАПАЗДЫВАЮЩИМ АРГУМЕНТОМ

И. Исраилов¹, Ф.Х. Холиярова²

¹ Самаркандский Государственный Университет им. Алишера Навои,
Университетский бульвар 15, Самарканд, Узбекистан
samdu@mail.ru

² Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных
технологий, Шохрух Мирзо 47А, Самарканд, Узбекистан
sf_tuit@mail.ru

В реальных ситуациях на функционирование сложных инженерно-технических устройств отрицательно влияют такие факторы, как запаздывание информации, ошибки измерений, неточности исходных данных и другие информационные ограничения. В таких случаях возникают неклассические модели задач управления и наблюдения [1,2], решение которых достигается путем оптимизации гарантированного результата. Одной из таких математических моделей является система управления с запаздыванием вида