4. Исраилов И., Отакулов С. Об одном свойстве ансамбля траекторий дифференциального включения с запаздыванием. Труды международной конференции «Современные проблемы математической физики и информационных технологий», Том 2, Ташкент, 2003. – с. 213 215.
5. Отакулов С., Холиярова Ф.Х. К теории управляемых дифференциальных включений с запаздывающим аргументом Докл. АН РУз. 2005, №3.- с.14-15.

АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ВОЗМУЩЕННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

А.И. Калинин

Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики
Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь
kalininai@bsu.by

Многие прикладные задачи оптимального управления в своих математических моделях содержат малые параметры, причем зачастую модели существенно упрощаются, если эти параметры положить равными нулю. В таких случаях целесообразно использовать асимптотические методы, основное достоинство которых состоит в том, что при их применении исходные задачи, которые принято называть возмущенными, сводятся к коррекции более простых задач оптимального управления.

В [1] предложен подход к исследованию задач оптимизации динамических систем, содержащих малые параметры, в основу которого положена идея конечномерной параметризации оптимальных управлений. Суть этого подхода состоит в следующем. Для многих задач оптимального управления можно указать конечномерные элементы (назовем их определяющими), по которым легко восстанавливается решение задачи, причем в возмущенных задачах, что очень существенно, определяющие элементы, как правило, гладким образом зависят от малого параметра. К ним, в частности, относятся точки переключения релейных управлений, начальные и конечные моменты особых и квазиособых режимов [2], множители Лагранжа, длительность процесса (в том случае, когда она не задана). С помощью принципа максимума [3] и условий допустимости управлений для определяющих элементов $a_1, a_2, \ldots, a_k$ можно составить систему конечных уравнений

$$F_i(a_1, a_2, \ldots, a_k, \mu) = 0, i = \overline{1, k}, \qquad (1)$$

где μ - малый параметр. Формируются уравнения (1) путем интегрирования прямой и сопряженной динамических систем, которые являются возмущенными. Применяя соответствующие асимптотические методы (в регулярно возмущенных задачах - классическую технику Пуанкаре, а в сингулярно возмущенных - метод пограничных функций [4]), можно разложить функции $F_i(a_1, a_2, \ldots, a_k, \mu)$ по степеням малого параметра

$$F_i(a_1, a_2, \ldots, a_k, \mu) \sim F_{i0}(a_1, a_2, \ldots, a_k) + \mu F_{i1}(a_1, a_2, \ldots, a_k) + \ldots,$$
$$i = \overline{1, k},$$

а затем в условиях применимости теоремы о неявной функции методом неопределенных коэффициентов найти асимптотику решения системы (1). Для построения асимптотически субоптимальных управлений заданного порядка достаточно заменить неизвестные определяющие элементы $a_1(\mu), a_2(\mu), \ldots, a_k(\mu)$ их асимптотическими приближениями соответствующего порядка. Основная трудность при реализации описанной схемы состоит нахождении старших коэффициентов разложения определяющих элементов, т.е. корней системы нулевого приближения

$$F_{i0}(a_1, a_2, \ldots, a_k) = 0, i = \overline{1, k}. \qquad (2)$$

В случае регулярных возмущений корнями этой системы будут определяющие элементы в невозмущенной задаче, которая формально получается из исходной при $\mu = 0$. Если же исходная задача оптимального управления является сингулярно возмущенной, то корнями системы (2), как правило, будут определяющие элементы двух задач меньшей размерности. Одной из них является вырожденная задача, а вторая подбирается в результате анализа системы (2), что представляет собой неформальный этап исследования.

Описанный подход удобен для численной реализации поскольку при его применении дело сводится к разложению конечномерных элементов. Заметим, что идея использования конечномерной параметризации решения в асимптотическом анализе восходит к Ван-дер-Полю, который применил ее при исследовании колебательных режимов.

Список литературы

1. *Калинин А.И.* Асимптотические методы оптимизации возмущенных динамических систем. Минск: Экоперспектива, 2000.
2. *Габасов Р., Кириллова Ф.М.* Особые оптимальные управления. М.: Наука, 1973.
3. *Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф.* Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983.
4. *Васильева А.Б., Бутузов В.Ф.* Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений. М.: Наука, 1973.