ДВЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМАМИ ТИПА РОССЕРА

А.Я. Джаббарова[1], С.Ш. Кадырова[1], К.Б. Мансимов[1,2]

[1] Институт Кибернетики НАН Азербайджана
Б.Вахабзаде 9, 1141 Баку, Азербайджан
mansimov@front.ru

[2] Бакинский Государственный Университет
З.Халилов 23, 1148 Баку, Азербайджан

Доклад состоит из двух частей и посвящен вопросам оптимального управления процессами, описываемые двумя классами системами уравнений типа Россера [1–4].

Используя модификацию метода приращений, получены необходимые условия оптимальности первого порядка и исследованы особые случаи [5, 6].

1. В первой части доклада рассматривается задача о минимуме функционала

$$S(u) = \sum_{x=x_0}^{x_1-1} \varphi_1(x,\, z(t_1,x)) + \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \varphi_2(t,\, y(t,x_1)), \tag{1}$$

при ограничениях

$$u(t) \in U \subset R^r, t = t_0, t_0+1, \ldots, t_1-1; x = x_0, x_0+1, \ldots, x_1-1, \tag{2}$$

$$\begin{gathered} z(t+1,x) = A(t,x)z(t,x) + B(t,x)y(t,x) + f(t,x,u(t,x)), \\ t = t_0, t_0+1, \ldots, t_1-1; \quad x = x_0, x_0+1, \ldots, x_1, \\ y(t,x+1) = C(t,x)z(t,x) + D(t,x)y(t,x) + g(t,x,u(t,x)), \\ t = t_0, t_0+1, \ldots, t_1; \quad x = x_0, x_0+1, \ldots, x_1-1, \end{gathered} \tag{3}$$

$$\begin{gathered} z(t_0,x) = a(x), \quad x = x_0, x_0+1, \ldots, x_1, \\ y(t,x_0) = b(t), \quad t = t_0, t_0+1, \ldots, t_1. \end{gathered} \tag{4}$$

Здесь $u(t,x)$ – r-мерная дискретная управляющая вектор-функция, $(z(t,x), y(t,x))$ – $(n+m)$-мерный вектор состояния, $A(t,x)$, $B(t,x)$, $C(t,x)$, $D(t,x)$ – заданные дискретные матричные функции соответствующих размерностей, $f(t,x,u)$, $g(t,x,u)$, $a(x)$, $b(t)$ заданные вектор-функции соответствующих размерностей, $\varphi_1(x,z)$, $\varphi_2(t,y)$ – заданные скалярные функции, U – заданное непустое, ограниченное и открытое множество.

2. Вторая часть доклада посвящена, изучению задачи о минимуме функционала

$$S(u)=\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\varphi_1(x,\ z(t_1,x))+\int_{t_0}^{t_1}\varphi_2(t,\ y(t,x_1))dt, \tag{5}$$

при ограничениях

$$u(t,x)\in U\subset R^r,\quad t\in[t_0,t_1],\quad x=x_0,x_0+1,\ldots,x_1-1, \tag{6}$$

$$\begin{gathered} z_t(t,x)=A(t,x)z(t,x)+B(t,x)y(t,x)+f(t,x,u(t,x)),\\ t\in[t_0,t_1],\quad x=x_0,x_0+1,\ldots,x_1,\\ y(t,x+1)=C(t,x)z(t,x)+D(t,x)y(t,x)+g(t,x,u(t,x)),\\ t\in[t_0,t_1],\quad x=x_0,x_0+1,\ldots,x_1-1, \end{gathered} \tag{7}$$

$$\begin{gathered} z(t_0,x)=a(x),\quad x=x_0,x_0+1,\ldots,x_1,\\ y(t,x_0)=b(t),\quad t\in[t_0,t_1]. \end{gathered} \tag{8}$$

Здесь $u(t,x)$ – r-мерный кусочно-непрерывный по $t\in[t_0,t_1]$ при всех $x=x_0,x_0+1,\ldots,x_1-1$ вектор управляющих воздействий, $(z(t,x),y(t,x))$ – $(n+m)$-мерный вектор состояния, $A(t,x)$, $B(t,x)$, $C(t,x)$, $D(t,x)$, $f(t,x,u)$, $g(t,x,u)$, $a(x)$, $b(t)$ – заданные матричные и вектор функции соответствующих размерностей, $\varphi_1(x,z)$, $\varphi_2(t,y)$ – заданные достаточно гладкие скалярные функции, U – заданное непустое, ограниченное и открытое множество.

Система (3) представляет собой систему Россера (см. напр. [1, 2]), а система (7), является обобщением системы Россера (гибридная система типа Россера). Подобные системы были введены Т.Качзореком (см. напр. [3, 4]).

В работе получены необходимые условия оптимальности первого и второго порядков и исследованы особые (см. напр. [5, 6]) случаи.

Список литературы

1. *Roesser R.P.* A discrete state-space model for linear image processing // IEEE Trans Automat. Control, 1975. V. AC-20. P. 1-10.
2. *Гайшун И.В.* Многопараметрические системы управления. Мн. ИМ НАН Белоруссии. 1999.
3. *Kaczorek T.* Positive 2D hybrid linear systems // Bulletin of the Polish Academy of Science. Technical sciences, 2007. V.55. №4. P. 351-358.
4. *Kaczorek T., Marchenko V., Sajewski L.*Solvability of 2D hybrid linear systems-comparison of three different methods // Acta mechanica et automaica. 2008. V. 8. №2. P. 59-66.
5. *Габасов Р., Кириллова Ф.М.* Особые оптимальные управления. М.: Наука, 1973. 256 с.

6. *Мансимов К.Б.* Особые управления в системах с запаздыванием. Баку. Изд-во «ЭЛМ», 1999, 176 с.

ОПТИМАЛЬНОЕ ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПО ВЫХОДУ

Н.М. Дмитрук

Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики

Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь

dmitrukn@bsu.by

Рассматривается задача оптимального управления группой из q взаимосвязанных динамических объектов вида

$$\dot{x}_i = A_i(t)x_i + \sum_{j\in I_i} A_{ij}(t)x_j + B_i(t)u_i, \quad x_i(t_*) = x_{i0},\ i \in I, \tag{1}$$

где $x_i = x_i(t) \in R^{n_i}$ — состояние i-ой системы группы в момент времени t; $u_i = u_i(t) \in U_i$ — значение ограниченного управления, $U_i = \{u \in R^{r_i} : u_{i*} \le u \le u_i^*\}$; $A_{ij}(t) \in R^{n_i\times n_j}$, $A_i(t) = A_{ii}(t) \in R^{n_i\times n_i}$, $B_i(t) \in R^{n_i\times r_i}$, $t \in T = [t_*, t^*]$, — кусочно-непрерывные матричные функции, $I = \{1, 2, \dots, q\}$, $I_i = I \setminus i$.

Предполагается, что начальные состояния объектов (1) не известны, известно лишь, что они принадлежат заданному множеству $X_{i0} = \{x_i \in R^{n_i} : d_{i*} \le x_i \le d_i^*\}$: $x_i(t_*) = x_{i0} \in X_{i0}$. В процессе управления за каждым объектом ведется наблюдение с помощью собственного измерительного устройства вида

$$y_i(s) = C_i(s)x_i(s) + \xi_i(s), \tag{2}$$

где $C_i(t) \in R^{q_i\times n_i}$, $t \in T$, — непрерывная матричная функция; $\xi_i(s)$, $s \in T_h$, — ошибки измерения со значениями из ограниченного множества $\Xi_i = \{\xi \in R^{q_i} : \xi_{i*} \le \xi \le \xi_i^*\}$. Измерения проводятся в дискретные моменты времени $s \in T_h = \{t_* + h, t_* + 2h, \dots, t^*\}$, $h = (t^* - t_*)/N$, $N \in \mathbb{N}$.

Целью управления является: 1) гарантированный перевод группы на общее терминальное множество: $x(t^*) \in X^* = \{x = (x_k, k \in I) : \sum_{k\in I} g_* \le H_k x_k \le g^*\}$, ($H_k \in R^{m\times n_k}$, $g_*, g^* \in R^m$); 2) максимизация гарантированного значения общего терминального критерия качества $J(u) = \sum\limits_{k\in I} c_k' x_k(t^*)$.

Исследуется случай, когда централизованное управление группой объектов (1), при котором общий центр управления вырабатывает