любых $x^0 \in X^0$. Тогда при достаточно больших $k > 0$ $G_k(\theta) \neq \emptyset$, $G_k(\theta) \subset G(\theta)$ и

$$h(G_k(\theta), G(\theta)) \rightarrow 0, \quad k \rightarrow \infty,$$

где h — хаусдорфово расстояние между множествами.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 12-01-00261 и интеграционного проекта УрО и СО РАН 12-С-1-1017.

Список литературы

1. Kurzhanski A. B., Valyi I. Ellipsoidal Calculus for Estimation and Control. Birkhäuser, Boston, ser.SCFA., 1997.
2. Дыхта В.А. Неравенство Ляпунова–Кротова и достаточные условия в оптимальном управлении // Оптимальное управление и динамические системы, Итоги науки и техн. Сер. Совр. мат. и ее прил. Тем.обзор, 110, ВИНТИ, М., 2006, с.76–108
3. Куржанский А.Б. Принцип сравнения для уравнений типа Гамильтона–Якоби в теории управления. // Труды института математики и механики УрО РАН, 2006, Т.12, № 1, с.173–183.
4. Гусев М. И. Внешние оценки множеств достижимости нелинейных управляемых систем // Автоматика и телемеханика, № 3, 2012, С.39-51
5. Gusev M.I. Estimates of Reachable Sets of Multidimensional Control Systems with Nonlinear Interconnections. // Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics, Suppl. 2, 2010, pp. S134–S146.
6. Гусев М. И. О методе штрафных функций в задаче построения множеств достижимости управляемых систем с фазовыми ограничениями // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН, 19, № 1, 2013, С.81–86

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ЛИНЕЙНОЙ НЕОДНОРОДНОЙ ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНОЙ СИСТЕМЫ И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ

Г.А. Гусейнзаде¹, К.Б. Мансимов²

¹ Институт Кибернетики НАН Азербайджана
Б.Вахабзаде 9, 1141 Баку, Азербайджан
mansimov@front.ru

² Бакинский Государственный Университет
З.Халилов 23, 1148 Баку, Азербайджан

Работа посвящена вопросу, связанному с представлением решений одного дифференциально-рекуррентного уравнения.

Введен аналог фундаментальной матрицы Коши и с его помощью найдено интегральное представление уравнения.

Рассматривается система линейных неоднородных дифференциально-рекуррентных уравнений вида (см. напр. [1, 2])

$$\begin{aligned} \dot{x}(t, k) &= A(t, k)x(t, k) + B(t, k)x(t, k-1) + f(t, k), \\ (t, k) &\in D = \{(t, k) : t \in [t_0, t_1], k = \overline{1, N}\}, \end{aligned} \quad (1)$$

с краевыми условиями

$$x(t_0, k) = c(k), \quad k = \overline{1, N}, \quad x(t, 0) = g(t), \quad t \in [t_0, t_1]. \quad (2)$$

Здесь $x(t, k)$ – искомая n -мерная вектор-функция, $A(t, k)$, $B(t, k)$ – заданные непрерывные по t , при всех k ($k = \overline{1, N}$) и дискретные по k ($n \times n$)-матричные функции, N – заданное натуральное число, $f(t, k)$ – заданная непрерывная по t , при всех k ($k = \overline{1, N}$) и дискретная по k n -мерная вектор-функция, $g(t)$ – заданная n -мерная непрерывная начальная вектор-функция, $c(k)$ – заданная n -мерная дискретная вектор-функция, $\dot{x}(t, x) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{dx(t, k)}{dt}$.

Пусть $F(t, k; \tau, s)$ ($t_0 \leq \tau \leq t$, $1 \leq s \leq k$) ($n \times n$)-матричная функция, являющаяся решением задачи

$$\begin{aligned} F_t(t, k; \tau, s) &= A(t, k)F(t, k; \tau, s) + B(t, k)F(t, k-1; \tau, s), \\ &1 \leq s \leq k-1, \end{aligned} \quad (3)$$

$$F_t(t, k; \tau, k) = A(t, k)F(t, k; \tau, k), \quad (4)$$

$$F(t, k; t, k) = E, \quad F(t, k; t, s) = 0, \quad 1 \leq s \leq k-1,$$

где E – $n \times n$ -единичная матрица.

По схеме аналогичной, например из [3, 4] доказывается следующая теорема

Теорема 1. Пусть $F(t, k; \tau, s)$ является решением задачи (3)-(4). Тогда решение $x(t, k)$, задачи (1)-(2) может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} x(t, k) &= \sum_{s=1}^k F(t, k; t_0, s)c(s) + \int_{t_0}^t F(t, k; \tau, 1)g(\tau)d\tau + \\ &+ \sum_{s=1}^k \int_{t_0}^t F(t, k; \tau, s)f(\tau, s)d\tau. \end{aligned} \quad (5)$$

Полученное представление (5) используется при исследовании задач, описываемые дифференциально-рекуррентными уравнениями, и в частности при выводе необходимых условий оптимальности второго порядка.

Список литературы

1. Дымков М.П. Экстремальные задачи в многопараметрических системах управления. Мн.: БГЭУ. 2005. 363 с.
2. Buslowicz M. Stability of the second Fornezini-Marchenzini type model of conditions-discrete linear systems // Acta mechanical et automatica. 2011. V. 5. No 4. P. 17-4.
3. Беллман Р., Кук К. Дифференциально-разностные уравнения. М.: Мир. 1967. 448 с.
4. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Оптимизация линейных систем. Мн.: Изд-во БГУ. 1973. 248 с.

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ СТРАТЕГИЙ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ИГРЫ С ЦЕЛЕВЫМ МНОЖЕСТВОМ И НЕФИКСИРОВАННЫМ ВРЕМЕНЕМ ОКОНЧАНИЯ

П.Е. Двуреченский, Г.Е. Иванов

Московский Физико-технический институт (государственный университет),

Институтский 9, 141700 Долгопрудный, Россия

pavel.dvurechensky@gmail.com, g.e.ivanov@mail.ru

Основы теории дифференциальных игр с нулевой суммой заложены в работах Р.Айзекса [1], Л.С.Понтрягина [2], Н.Н.Красовского [3] и др. В настоящее время разработаны различные алгоритмы, вычисляющие цену игры и оптимальные стратегии управления [4]–[6]. Для линейных дифференциальных игр с выпуклым целевым множеством современные методы используют алгоритмы вычисления игровых множеств достижимости через опорные функции этих множеств. Если дифференциальная игра нелинейна, то игровые множества достижимости становятся невыпуклыми и аппарат опорных функций становится неприменимым. В настоящей работе предлагается алгоритм построения квази-оптимальной (или ε -оптимальной) стратегии управления для нелинейной дифференциальной игры с нефиксированным временем окончания с целевым множеством. Алгоритм использует конструкцию игровых множеств достижимости, похожую на конструкцию, используемую в