Список литературы

1. *Досаев М.З., Кобрин А.И., Локшин Б.Я., Самсонов В.А., Селюцкий Ю.Д.* Конструктивная теория МВЭУ. Учебное пособие. Части I-II // М.: Изд-во мех-мат ф-та МГУ, 2007. 75с. 88с.

О НЕКОТОРЫХ ЭЛЕМЕНТАХ ПОСТРОЕНИЯ СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНОГО БЫСТРОДЕЙСТВИЯ С ФАЗОВЫМ ОГРАНИЧЕНИЕМ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

М.Н. Гончарова

Гродненский государственный университет им. Янки Купалы

Ожешко 22, 230023 Гродно, Беларусь

m.gonchar@grsu.by

Введение. В работе представлены некоторые аспекты построения синтеза оптимального быстродействия с линейным фазовым ограничением для уравнения второго порядка. Отмечены варианты построения управления в зависимости от значений параметров задачи.

1. Постановка задачи. Рассмотрим уравнение

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega^2 x = u, \tag{1}$$

где $\delta \geqslant 0, \omega \geqslant 0$, на управляющий параметр u наложено ограничение $|u| \leqslant 1$ и в фазовом пространстве переменных $\dot{x}, x$ определено линейное фазовое ограничение

$$X = \{(x; \dot{x}) | \dot{x} \leqslant ax + b\}. \tag{2}$$

Считаем, что начало координат принадлежит фазовому ограничению. Для уравнения (1) рассматривается задача оптимального быстродействия с фазовым ограничением (2) из произвольной начальной точки, принадлежащей фазовому ограничению, в начало координат.

2. Преобразование задачи. С помощью замены $x = x_1, \dot{x} = x_2$ уравнение (1) приводится к нормальной системе дифференциальных уравнений, для которой условие общности положения является выполненным [1].

Решение поставленной задачи существенно зависит от значений параметров δ, ω. Рассмотрены случаи

$$\delta^2 - \omega^2 < 0, \tag{3}$$

$$\delta^2 - \omega^2 \geqslant 0. \tag{4}$$

Для проведения исследования поведения решений уравнения (1) соответствующую ему нормальную систему приводим к каноническому виду. Фазовое ограничение при этом меняет расположение границы относительно осей координат канонической системы. Далее будем говорить о задаче оптимального быстродействия для нормальной системы, сохранив обозначения коэффициентов для границы фазового ограничения.

3. Построение множеств начальных состояний в фазовом пространстве. Фазовое пространство переменных $(x_1; x_2)$ при фиксированных значениях параметров δ, ω разбивается на две или три области начальных состояний в зависимости от параметров задачи. При любых значениях параметров a, b выделяются множество начальных состояний, для которых переход в начало координат не может быть проведен, и множество начальных состояний, для которых фазовое ограничение не оказывает влияния на решение задачи.

В случае (3) условием выделения множества начальных состояний, для которых переход в начало координат происходит с выходом траектории на границу фазового оганичения является выполнение неравенства $|\gamma y_1 - \delta a y_1 + \gamma a^2 y_1 - \delta b + \gamma ab| \leq \dfrac{1}{\gamma}$, где через y_1 обозначена первая координата точки пересечения оптимальной траектории для задачи без фазового ограничения с границей множества (2).

В случае (4) условием выделения множества начальных состояний, для которых переход в начало координат происходит с выходом траектории на границу фазового оганичения является выполнение неравенства $|\dfrac{\lambda_2(\lambda_1 - \lambda_2)}{a+1} b - a(a+1)y_1| \leq 1$, где через λ_1, λ_2 обозначены собственные значения матрицы соответствующей нормальной системы, а через y_1 обозначена первая координата точки пересечения оптимальной траектории для задачи без фазового ограничения с границей множества (2).

4. Построение допустимого управления и соответствующей ему траектории. Для каждого из начальных состояний, для которых решение задачи существует, предложено допустимое управление как функция времени. Построена траектория, соответствующая предложенному управлению. Определены параметры траектории.

5. Доказательство оптимальности. Доказательство оптимальности предложенного процесса проведено при помощи достаточных условий оптимальности [2]. Если в канонической системе координат граница фазового ограничения параллельна оси абсцисс, то для доказательства оптимальности любого допустимого управления и соответствующей таектории, строится абсолютно непрерывная сопряженная функция. В противном случае при условии выхода траектории на границу сопряженная функция имеет скачек.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь в рамках Государственной программы научных исследований Республики Беларусь на 2011-2015 гг. (шифр задания "Конвергенция 1.3.02").

Список литературы

1. *Болтянский В.Г.* Математические методы оптимального управления. М.: Наука, 1966.
2. *Гончарова М.Н.* Достаточные условия оптимальности в задаче быстродействия. // Известия РАН. Теория и системы управления. 2005. № 5. С. 53–61.

ОБ АСИМПТОТИКЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОЙ СИСТЕМОЙ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПРИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОГРАНИЧЕНИЯХ

И.В. Гребенникова, А.Г. Кремлев

Уральский федеральный университет, Мира 19, 620002 Екатеринбург, Россия
giv001@mail.ru

1. Постановка задачи. Рассматривается управляемая сингулярно возмущенная система с запаздыванием $h > 0$ (по состоянию):

$$dx(t)/dt = A_{11}(t)x(t) + A_{12}(t)y(t) + G_1(t)x(t-h) + B_1(t,\mu)u(t), \quad (1)$$
$$\mu dy(t)/dt = A_{21}(t)x(t) + A_{22}(t)y(t) + G_2(t)x(t-h) + B_2(t,\mu)u(t),$$

где $t \in T = [t_0, t_1]$; $x \in R^n$, $y \in R^m$; $u \in R^r$ — управление. Начальное состояние системы (1) $x(t) = \psi(t)$, $t_0 - h \le t < t_0$, $x(t_0) = x_0$, $y(t_0) = y_0$ точно неизвестно и заданы лишь ограничения $x_0 \in X_0$, $y_0 \in Y_0$, где X_0, Y_0 — выпуклые компакты в соответствующих пространствах, $\psi(t) \in \Psi(t)$, $t_0 - h \le t < t_0$, $\Psi(t)$ — заданное многозначное отображение со значениями в виде выпуклых компактов, непрерывное по t в метрике Хаусдорфа. Управление $u(t)$, $t \in T$ — измеримые по Лебегу функции, удовлетворяющие условию $u(\cdot) \in P$, P — слабо компактное