

3. *Астровский А.И., Гайшун И.В.* Один способ построения канонических форм Фробениуса линейных нестационарных систем наблюдения // Дифференц. уравнения. 2010. Т. 46, №10. С. 1479–1487.
4. *Астровский А.И., Гайшун И.В.* Квазидифференцируемость и канонические формы линейных нестационарных систем наблюдения // Дифференц. уравнения. 2010. Т. 46, №3. С. 423–431.
5. *Астровский А.И., Гайшун И.В.* Квазидифференцируемость и наблюдаемость линейных нестационарных систем // Дифференц. уравнения. 2009. Т. 45, №11. С. 1567–1576.
6. *Гайшун И. В.* Введение в теорию линейных нестационарных систем. М.: Едиториал УРСС. 2004.
7. *Красовский Н.Н.* Теория управления движением. М.: Наука. 1968.
8. *Silverman L.M., Meadows H.E.* Controllability and observability in time-variable linear systems // SIAM J. Control. 1967. Vol. 5, №1. P. 64–73.
9. *Шин Д.Ю.* О решениях линейного квазидифференциального уравнения n -го порядка // Матем. сборник. 1940. Т. 7, №3. С. 479–532.
10. *Дерр В.Я.* Неосцилляция решений линейного квазидифференциального уравнения // Изв. Ин-та матем. и информ. УдГУ. Ижевск. 1999. Вып. 1(16). С.3–105.

ЗАДАЧА ОЦЕНИВАНИЯ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ОШИБОК РАДИОЛОКАТОРОВ

Д.А. Бедин

Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН

С. Ковалевской 16, 620990 Екатеринбург, Россия

bedin@imm.uran.ru

Введение. В измерениях обзорных радиолокаторов (РЛС), применяемых для наблюдения за движением самолетов, присутствуют случайные и неслучайные ошибки. Последние принято называть систематическими. Систематические ошибки зависят от положения наблюдаемого объекта относительно РЛС и, таким образом, являются векторными полями. Рассматривается задача оценивания этих векторных полей по результатам совместного наблюдения нескольких радиолокаторов в присутствии случайных ошибок.

Первоначально задача решалась в рамках подхода параметрического оценивания [1, 2]. Модели систематических ошибок брались исходя из представлений о природе технической системы. Однако оценки систематических ошибок, получаемые для различных траекторий объектов, отличались между собой так сильно, что это не могло быть объяснено влиянием случайных ошибок измерения. Подобрать модель,

значительно улучшающую результаты в целом, не удалось. Потребовался метод, который бы мог дать разумный ответ в ситуации не полностью известной модели систематических ошибок. Далее приводится его описание.

1. Модель наблюдения. Несколько радиолокаторов (а именно m) наблюдают за движением объектов. Радиолокаторы производят измерения в дискретные моменты времени, различные для разных РЛС. Рассмотрим для простоты плоскую модель: все РЛС и движущиеся объекты предполагаем находящимися в плоскости $\mathbb{R}^2$ в некотором ограниченном множестве X — области наблюдения. Измерение $z_i(t)$ радиолокатора i в момент t в декартовой системе координат формируется следующим образом:

$$z_i(t) = x(t) + s_i(x(t)) + w_i(t), \quad z_i(t), x(t) \in X, \quad s_i(x), w_i(t) \in \mathbb{R}^2. \quad (1)$$

Здесь $x(t)$ — неизвестное положение объекта в момент t ; s_i — сдвиг, вызванный систематическими ошибками i -ой РЛС; $w_i(t)$ — случайная ошибка: $\mathbf{E}\{w_i(t)\} = 0$, $\mathbf{Var}\{w_i(t)\} = W_i(x(t))$.

Сдвиги s_i предполагаются зависящими только от положения x . Считаем, что зависимость от x «плавная», и, следовательно, с некоторой погрешностью можно подменять значение функции $s_i(x(t))$ в точке $x(t)$ значением $s_i(\check{x})$ в близкой точке $\check{x}$. Задача нахождения векторных полей $s_i(x)$ в этом случае сводится к задаче определения набора векторов $s_i(\check{x}_{(k)})$ для заданного набора положений $\chi = \{\check{x}_{(k)}\}_{k=1}^K$. Каждому x поставим в соответствие ближайшую точку $\check{x}(x)$ из χ . И наоборот, каждому $\check{x}(x)$ — свою окрестность $X_{(k)}$.

Отметим, что полям $s_i(x)$, заданным в декартовой системе координат, можно взаимно однозначно сопоставить смещения $f_i(x)$ в полярной системе координат.

2. Оценивание множеств неопределенности. Без каких-либо дополнительных сведений о функциях $s_i(x)$ уравнение (1) не дает возможности оценивать их значения в точках $x \in X$. В рамках уравнения (1) можно оценивать только суммы $\xi_i = x + s_i(x)$, являющиеся смещенными положениями объектов. Для значений же s_i в какой-либо точке $x \in X$ можно лишь указывать множества в пространстве $\mathbb{S}$ векторов $s = [s_1^T \dots s_m^T]^T$, которым они принадлежат. Будем называть такие множества *множествами неопределенности*.

Множества неопределенности предлагается строить следующим образом. По результатам длительного наблюдения можно, используя модель движения (например, движение в виде ломаной), восстановить

смещенное движение $\hat{\xi}_i^a(\cdot)$ объекта a при помощи метода наименьших квадратов. Рассмотрим область наблюдения $X_{(k)}$ с центром $\check{x}_{(k)}$. Выделим группу $\mathfrak{A}_{(k)}$ объектов, имеющих измерения от всех m радиолокаторов в этой области в некоторый промежуток времени $\tau_{(k)}^a$. Усредняя $\hat{\xi}_i^a(\cdot)$ вначале по моментам $t \in \tau_{(k)}^a$, а затем по объектам $a \in \mathfrak{A}_{(k)}$, получим $\hat{\xi}_{i(k)}$ — «среднее измерение» i -ой РЛС в области $X_{(k)}$. Справедливо:

$$\hat{\xi}_{i(k)} = x_{(k)} + s_i(\check{x}_{(k)}) + e_{i(k)} + w'_{i(k)}. \quad (2)$$

Здесь $e_{i(k)}$ выражает малую ошибку приближения $s_i(x^a(t))$ посредством $s_i(\check{x}_{(k)})$; вектор $w'_{i(k)}$ обусловлен разностью между $\hat{\xi}_i^a(t)$ и истинным движением объекта, является случайной величиной с математическим ожиданием близким к нулю и малой матрицей ковариации.

Для каждого $\check{x}_{(k)}$ уравнение (2) задает в $\mathbb{S}$ аффинное *множество неопределенности*:

$$S_{\hat{\xi}}(\check{x}_{(k)}) = \{y \in \mathbb{S}: y = [(\hat{\xi}_{1(k)} - x_{(k)})^T \dots (\hat{\xi}_{m(k)} - x_{(k)})^T]^T, x_{(k)} \in \mathbb{R}^2\}.$$

Переходя в полярную систему координат, рассмотрим пространство $\mathbb{F}$ векторов $f = [f_1^T \dots f_m^T]^T$. Множество $S_{\hat{\xi}}(\check{x}_{(k)})$ при проектировании в пространство $\mathbb{F}$ имеет образ $\tilde{F}_{\hat{\xi}}(\check{x}_{(k)})$, который удобно аппроксимировать аффинным множеством $F_{\hat{\xi}}(\check{x}_{(k)})$ (которое также будем называть *множеством неопределенности*, но связанным с пространством $\mathbb{F}$).

3. Оценивание полей с учетом их функциональных свойств.

Какое значение $f_i(\check{x}_{(k)})$ из множества $F_{\hat{\xi}}(\check{x}_{(k)})$ следует предпочесть, не может быть определено из анализа измерений вблизи точки $\check{x}_{(k)}$, а только исходя из предположений о том, как должны вести себя функции $f_i(x)$ на множестве X в целом. Такие дополнительные условия не обязательно должны иметь вид принадлежности параметрическому семейству. Так, в нашей задаче, имеется условие на плавное изменение полей $f_i(x)$ при изменении x .

Наиболее простой вариант формализации условия «плавности» — малое значение функционала «средней квадратичной константы Липшица»

$$J(f(\cdot)) = \sum_{x,y \in \chi} \frac{\|f(x) - f(y)\|_F^2}{\|x - y\|_X^2} c(x, y),$$

где $c: \chi \times \chi \rightarrow \{0, 1\}$ — функция, регулирующая, какие пары x и y нужно брать в общую сумму (предполагаем $c(x, x) = 0$); $\|\cdot\|_X$ и $\|\cdot\|_F$ — нормы в пространстве X и $\mathbb{F}$.

Функцию $f^*(x)$, которая на дискретном множестве x принимает значения из множеств неопределенности $F_{\hat{x}}(\tilde{x}_{(k)})$ (совместима с измерениями) и доставляет минимальную величину функционала J , найти достаточно просто. Задача

$$J(f(\cdot)) \rightarrow \min, \quad f(\cdot) \in F_{\hat{x}}(\cdot)$$

легко сводится к минимизации квадратичного функционала. Разработан простой алгоритм, позволяющий найти $f^*(\cdot)$. В некотором смысле, функция $f^*(\cdot)$ является «наиболее характерным представителем» всех функций, совместимых с измерениями.

Заключение. Методы, описанные в работе, опробованы на реальных данных РЛС, предоставленными фирмой «НИТА» г. Санкт-Петербург. При разработке алгоритмов, работающих с реальными данными, было учтено, что наблюдения производятся в трехмерном пространстве, возможен разный состав наблюдающих радиолокаторов в различных местах области наблюдения, могут быть сбои в процессе измерения.

Работа выполнена при финансовой поддержке УрО РАН, проект 13-1-ТГ-781.

Список литературы

1. Иванов А.Г., Бедин Д.А., Федотов А.А., Беляков А.В., Строков К.С. Идентификация систематических ошибок нескольких РЛС по азимуту // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. №4, часть 2. С. 147–148.
2. Бедин Д.А. Алгоритм идентификации систематических ошибок РЛС по азимуту на основе фильтрации Калмана / Тезисы XVIII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. Санкт-Петербург, 30 мая – 1 июня 2011 г.

ЧИСЛЕННО-АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ДИСКРЕТНОЙ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ С БЫСТРЫМИ И МЕДЛЕННЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ

И.А. Бойцова

Одесский государственный экологический университет

Львовская 15, 65016 Одесса, Украина

boitsova.irina@mail.ru

Введение. При численном интегрировании систем дифференциальных уравнений обычно приходят к решению систем дискретных уравнений. Многие процессы, подвергающиеся импульсным воздействиям в