Функцию $f^*(x)$, которая на дискретном множестве $\chi$ принимает значения из множеств неопределенности $F_{\hat{\xi}}(\check{x}_{(k)})$ (совместима с измерениями) и доставляет минимальную величину функционала $J$, найти достаточно просто. Задача

$$J(f(\cdot)) \to \min\,, \qquad f(\cdot) \in F_{\hat{\xi}}(\cdot)$$

легко сводится к минимизации квадратичного функционала. Разработан простой алгоритм, позволяющий найти $f^*(\cdot)$. В некотором смысле, функция $f^*(\cdot)$ является «наиболее характерным представителем» всех функций, совместимых с измерениями.

**Заключение.** Методы, описанные в работе, опробованы на реальных данных РЛС, предоставленными фирмой «НИТА» г. Санкт-Петербург. При разработке алгоритмов, работающих с реальными данными, было учтено, что наблюдения производятся в трехмерном пространстве, возможен разный состав наблюдающих радиолокаторов в различных местах области наблюдения, могут быть сбои в процессе измерения.

Работа выполнена при финансовой поддержке УрО РАН, проект 13-1-ТГ-781.

## Список литературы

1. *Иванов А.Г., Бедин Д.А., Федотов А.А., Беляков А.В., Строков К.С.* Идентификация систематических ошибок нескольких РЛС по азимуту // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. №4, часть 2. С. 147–148.
2. *Бедин Д.А.* Алгоритм идентификации систематических ошибок РЛС по азимуту на основе фильтрации Калмана / Тезисы XVIII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. Санкт-Петербург, 30 мая – 1 июня 2011 г.

# ЧИСЛЕННО-АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ДИСКРЕТНОЙ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ С БЫСТРЫМИ И МЕДЛЕННЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ

**И.А. Бойцова**

Одесский государственный экологический университет

Львовская 15, 65016 Одесса, Украина

boitsova.irina@mail.ru

**Введение.** При численном интегрировании систем дифференциальных уравнений обычно приходят к решению систем дискретных уравнений. Многие процессы, подвергающиеся импульсным воздействиям в определенные моменты времени, также описываются системами дискретных уравнений. Если системы содержат зависимость от малого параметра, то для их решения можно применить метод усреднения.

Для систем дискретных уравнений с быстрыми и медленными переменными в задачах управления приводится алгоритм построения асимптотического управления заданной системы, если выбрано подходящее управление усредненной системы.

**Постановка задачи.** Рассмотрим задачу управления системами, изменение состояния которых описывается дискретными уравнениями с быстрыми и медленными переменными

$$\begin{aligned} & x_{i+1} = x_i + \varepsilon \cdot \left[ X\left(i, x_i, y_i\right) + A\ \left(x_i\right) \cdot \varphi\ \left(i, u_i\right) \right], && x_0 = x^0, \\ & y_{i+1} = Y\left(i, x_i, y_i\right), && y_0 = y^0, \end{aligned}$$

где $x_i \in D_x \subset R^n$ – медленные, а $y_i \in D_y \subset R^m$ – быстрые переменные, $\varepsilon > 0$ – малый параметр, $i \in I = \{0, 1, 2, ..., N\}$, $N = E\left(L\varepsilon^{-1}\right)$, $L = const$, $E\left(a\right)$ – целая часть числа $a$, $X\left(i, x_i, y_i\right)$, $Y\left(i, x_i, y_i\right)$ – заданные вектор-функции, $A\left(x_i\right)$ – заданная $n \times l$-матрица, $\varphi\left(i, u_i\right)$ – заданная вектор-функции, $u_i \in U \subset comp\left(R^r\right)$ – вектор управления, $comp\left(R^r\right)$ – пространство компактных подмножеств в $R^r$ с метрикой Хаусдорфа

$$\delta\left(A, B\right) = \min\left\{d \geq 0 : B \subset S_d\left(A\right), A \subset S_d\left(B\right)\right\},$$

при этом $S_d\left(A\right)$ – замкнутая $d$-окрестность компактного множества $A \subset R^r$, значения $x^0, y^0$ – заданные начальные условия системы.

В качестве допустимых управлений исходной задачи будем рассматривать функции $u = u_i, i \in I$ из компактного множества $U$, для которых найдется $\varepsilon_0 > 0$ такое, что для всех $0 < \varepsilon \leq \varepsilon_0$ соответствующие решения $x_i \in D_x$, $y_i \in D_y$ задачи определены для всех $i \in I$.

**Алгоритм решения задачи.** Приведем алгоритм численно-асимптотического решения дискретной задачи с использованием метода усреднения.

1. Определим функции $y_i = y\left(i, x, y^0, 0\right)$, $i \in I$, как решение дискретных уравнений для быстрых переменных из вырожденной задачи, которая получается из заданной при $\varepsilon = 0$, при этом $x$ считаем параметром.

2. Определим предел $\bar{X}\left(x\right)$, вычисленный на решении вырожденной задачи

$$\bar{X}\left(x\right) = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=q}^{q+n-1} X\left(i, x, y\left(i, x, y^0, 0\right)\right)$$

и множество допустимых управлений вида

$$V_0 = \frac{1}{p} \sum_{j=q}^{q+p-1} \varphi\left(j, U\right)$$

в периодическом случае, когда для любого $i \in I$ справедливо равенство $\varphi\left(i+p, u_i\right) = \varphi\left(i, u_i\right)$, или вида

$$V = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{j=q}^{q+n-1} \varphi\left(j, U\right)$$

в непериодическом случае.

3. Выберем целочисленное значение $h\left(\varepsilon\right) = p$ в периодическом случае либо $h\left(\varepsilon\right)$, обладающее свойствами $\lim\limits_{\varepsilon \to 0} h\ \ \left(\varepsilon\right) = +\infty$, $\lim\limits_{\varepsilon \to 0} \varepsilon \cdot h\ \ \left(\varepsilon\right) = 0$ в непериодическом случае (например, $h\left(\varepsilon\right) = E\left(1/\sqrt{\varepsilon}\right)$. Множество $I = \{0, 1, 2, ..., N\}$ пройдем с шагом $h\left(\varepsilon\right)$ и зафиксируем точки $k \cdot h\left(\varepsilon\right)$, $k \in I_k = \{0, 1, 2, ..., N_k\}$, $N_k = E\left(L/\varepsilon h\right)$.

   Построим усредненную задачу управления вида

   $$w_{k+1} = w_k + \varepsilon h \cdot \left[\bar{X}\left(w_k\right) + A\left(w_k\right) \cdot v_k\right]\ , \qquad w_0 = x^0.$$

   Полученная задача проще исходной, так как количество вычислений, необходимых для нахождения решения гораздо меньше, так как его можно получать с шагом $h\left(\varepsilon\right)$.

4. Выберем допустимое управление $v_k$, $k \in I_k$ усредненной задачи и найдем соответствующую траекторию $w_k$, $k \in I_k$.

5. Выбранному управлению $v_k$, $k \in I_k$ поставим в соответствие ступенчатое среднее управление $\bar{u}_i$, $i \in \left[kh,\ (k+1) \cdot h\right)$ заданной системы по формулам:

   $$\frac{1}{h} \sum_{i=kh}^{(k+1)h-1} \varphi\left(i, \bar{u}_i\right) = v_k$$

   в периодическом случае или

   $$\left\| v_k - \frac{1}{h} \sum_{j=kh}^{(k+1)h-1} \varphi\left(j, \bar{u}_j\right) \right\| = \min_{u_j \subset U} \left\| v_k - \frac{1}{h} \sum_{j=kh}^{(k+1)h-1} \varphi\left(j, u_j\right) \right\|$$

   в непериодическом случае.

**Выводы.** Управление $\bar{u}_i \in U$, $i \in I$ в обоих вариантах определяется неоднозначно, однако любое из них можно взять в качестве асимптотического управления исходной задачи, на основании которого построить соответствующую траекторию $\bar{x}_i \in D_x$, $\bar{y}_i \in D_y$, которая при $i \in [kh,\ (k+1)\cdot h)$ удовлетворяет оценкам

$$\|w_k - \bar{x}_i\| \leq \eta.$$

Приведено обоснование алгоритма и полученной оценки. Рассмотрен пример построения асимптотического управления заданной системы по известному управлению усредненной задачи, подтверждающий сформулированные выводы.

## Список литературы


1. *Плотников В.А., Плотникова Л.И., Яровой А.Т.* Метод усреднения дискретных систем и его приложение к задачам управления // Нелинейные колебания. 2004. Т. 7. № 2. С. 241–254.
2. *Бойцова И.А.* Метод усреднения в системах дискретных уравнений с быстрыми и медленными переменными // Вест. ОНУ. Математика и механика. 2008. Том 13. Вып. 18. С. 7–22.
3. *Бойцова И.А.* Численно-асимптотический метод решения дискретных задач оптимального управления с быстрыми и медленными переменными // Вест. БГУ. Сер. I. 2011. № 1. С. 105–110.


# ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛА В НЕЛИНЕЙНОМ УРАВНЕНИИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА


**В.Т. Борухов, Г.М. Заяц**

[1] Институт математики НАН Беларуси, Сурганова 11, 220072 Минск, Беларусь
{borukhov,zayats}@im.bas-net.by


**Введение.** В докладе представлена задача идентификации входного сигнала (временных компонент источника) квазилинейной динамической системы (ДС) гиперболического типа по данным выходного сигнала. Для решения данной задачи примененяется метод обратных динамических систем [1, 2]. Построение ДС обратной исходной ДС основано на применении аддитивного сдвига (калибровки) состояния ДС относительно источника [2].

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим задачу восстановления входных данных для квазилинейной динамической системы вход-состояние-выход (обозначим ее символом $\Sigma_\tau$) гиперболического типа

$$\tau\left(c(T)T_t\right)_t + c(T)T_t = \left(\lambda(T)T_x\right)_x + \mu_b u(t) + \tau\mu_b\dot{u}(t), \tag{1}$$