

ЗАДАЧА СБЛИЖЕНИЯ С ПОМЕХАМИ В ЦЕНТРАЛЬНОМ ПОЛЕ ТЯГОТЕНИЯ

Г.В. Алферов, О.А. Малафеев, П.А. Ефимова

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
alferovgv@gmail.com, malafeyevoa@mail.ru, yefimovapa@gmail.com

В данной работе ряд задач, возникающих в механике космического полета, формализуется в виде динамических игр, предложен алгоритм их решения на основе рекуррентных соотношений динамического программирования. Рассматриваются управляемые космические аппараты (КА) на кеплеровских орбитах. Для каждого КА управляющим воздействием является характеристическая скорость $\bar{V}$ с помощью которой КА может изменять орбиту движения.

КА маневрирует в заданном кольце, центр которого совпадает с центром тяготения.

При рассмотрении задач транспортировки грузов в околоземном пространстве возникает проблема учета возмущающих факторов, действующих на КА, к которому необходимо пристыковаться. Если эти возмущающие факторы действуют максимально неблагоприятным образом для транспортного КА, то задачу можно формализовать в виде дифференциальной игры преследования - убегания с двумя участниками - агентами, в которой транспортный КА является преследователем, а второй КА - убегающим агентом. В упрощенном случае можно полагать, что эта игра является дифференциальной игрой с предписанной продолжительностью.

В формализованном виде имеется антагонистическая игра $\Gamma_1(f_0^P, f_0^E)$, в которой принимают участие 2 игрока – преследователь P и убегающий – E , $f_0^P = (x_0, W_p^0)$, $f_0^E = (y_0, W_E^0)$, здесь x_0, y_0 суть начальные кеплеровские орбиты КА, W_p^0 и W_E^0 начальные ресурсы игроков ($W_p^0, W_E^0 < \infty$), продолжительность $T < \infty$.

Цель игрока P — обеспечить максимальное сближение с убегающим E , цель игрока E — противоположна. При этом построение траекторий межорбитальных полетов КА основывается на методе импульсных аппроксимаций активных участков. В настоящее время на этапе предварительного проектирования движения КА, широко применяется метод импульсных аппроксимаций активных участков. Изменение скорости КА, происходящее скачкообразно, может быть выражено с помощью первой формулы Циолковского:

$$\Delta V = u_r \ln(m_0 m^{-1}).$$

Здесь m_0 — масса КА в начальный момент времени работы двигателя, m — масса в конце рассматриваемого участка активного движения, u_r — относительная скорость истечения частиц.

$\tilde{P}(f_0^p, W_p)(\tilde{E}(f_0^E, W_E))$ множество орбит, которые могут быть достигнуты игроком $P(E)$ из начальной орбиты $x_0(y_0)$ при начальном ресурсе $W_p(W_E)$.

Назовем пару $f_p = (x, W_p)(f_E = (y, W_E))$, где $x(y)$ — орбиты игрока $P(E)$, а $W_p(W_E)$ — количество ресурсов, которым он располагает на этой орбите, позицией игрока $P(E)$.

Множество позиций достижимых игроком $P(E)$ из позиции $(x, W_p)((y, W_E))$ при любом возможном числе импульсов обозначим через $P(x, W_p)(E(y, W_E))$.

Обозначим радиус и полярный угол КА через r и θ , величину импульса через V , угол наклона, импульса к местному горизонту (т.е., к местному перпендикуляру, восстановленному к радиус-вектору) через α . Тогда переход из фиксированной позиции к следующей определяется на основе следующего соотношения:

$$\frac{r_n^{k-1}}{r_n} = \frac{\mu(1 - \cos \varphi_n^{k-1})}{r_n^{k-1}(V_n^k)^2 \cos^2 \alpha_k} + \cos \varphi_n^{k-1} - \operatorname{tg} \alpha_n^{k-1} \sin \varphi_n^{k-1}. \quad (1)$$

Отсюда при $n = 1$ получаем алгоритм перехода игрока P из $(k - 1)$ -й позиции в k -ую позицию, при $n = 2$ получаем алгоритм перехода игрока E из $(k - 1)$ -й позиции в k -ую позицию. В (1) $\varphi_n^{k-1} = \theta_n - \theta_n^{k-1}$ — угловая дальность, μ — характеризует гравитационное поле центрального тела и называется гравитационным параметром (для Земли $\mu = 3,98603 \cdot 10^5 \text{ км}^3/\text{с}^2$).

На пространстве позиций игры $(\tilde{x}(\cdot), \tilde{y}(\cdot))$ вводится функция расстояния следующим образом:

$$\rho(\tilde{x}(\cdot), \tilde{y}(\cdot)) = \sup_{t \in [0, T]} \|\tilde{x}(t) - \tilde{y}(t)\|,$$

где $\tilde{x}(t)(\tilde{y}(t))$ есть положение КА $P(E)$ на орбите в момент времени t . Здесь мы считаем, для простоты, что существует общий период T у КА P и E . Если это не имеет места, то мы будем считать, что на множестве позиций игры F определена некоторая функция $H(f_p, f_E) = H(f)$, значение которой в конечной позиции $f = ((x, 0), (y, 0))$ игрок P стремится минимизировать, а E — максимизировать.

Игра $\Gamma_1(f^0)$ происходит следующим образом. На первом шаге игрок P , выбирая некоторый импульс $\bar{V}_p^1(W_p(\bar{V}_p^1) \leq W_p^0, W_p(\bar{V}_p) —$ количество ресурсов, с помощью которого получается импульс $\bar{V}_p$), переходит

из состояния $f_p^0 = (x_0, W_p^0)$ в состояние $(x^1, W_p^1 = W_p^0 - W_p(\bar{V}_p^1))$, после чего игрок E , зная состояние и выбор игрока P , выбирает импульс $\bar{V}_E^1(W_E(\bar{V}_E) \leq W_E^0)$ и переходит из позиции $f_E^0 = (y_0, W_E^0)$ в позицию $f_E^1 = (y^1, W_E^1 = W_E^0 - W_E(\bar{V}_E^1))$ и т.д.

Игра заканчивается в момент T (на шаге n_p, n_E).

Выигрыш игрока P положим равным величине $H(f_E^{n_E}, f_p^{n_p})$. В качестве функции выигрыша можно также взять ρ или какую-нибудь другую функцию. Стратегия $\varphi_p(\varphi_E)$ игрока $P(E)$ в игре $\Gamma_1(\cdot)$ есть правило, ставящее в соответствие состоянию игры $f \in F$ вектор импульса $\bar{V}_p(\bar{V}_E)$. Множество всех стратегий $P(E)$ обозначим через $\Phi_p(\Phi_E)$.

С помощью метода динамического программирования найденно аппроксимирующее оптимальное управление агентов P и E . Изложение проиллюстрировано численным примером.

Список литературы

1. Соловьев Ц.В., Тарасов Е.В. Прогнозирование межпланетных полетов. М.: Машиностроение, 1973. 400 с.
2. Циолковский К.Э. Избранные труды. М.: Изд-во АН СССР, 1962. 535 с.
3. Малафеев О.А. Ситуация равновесия в динамических играх// Кибернетика. 1974. №3. С. 111-118.
4. Беллман Р.Е., Дрейфус С.Е. Прикладные задачи динамического программирования. М.: Наука, 1965.
5. Колокольцов В.Н., Малафеев О.А. Математическое моделирование много-агентных систем конкуренции и кооперации. Изд-во Лань, 2012. 624 с.

ПРИМЕНЕНИЕ ЛИНГВИСТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ РОБОТОТЕХНИКИ И МЕХАТРОНИКИ

Г.В. Алферов, О.А. Малафеев, И.А. Старева

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
alferovgv@gmail.com, malafeyeva@mail.ru, irina.stareva@gmail.com

Проблема определений оптимальных траекторий робототехнических систем в среде с движущимися целями представляет большой интерес.

К настоящему времени существуют алгоритмы, реализующие те или иные подходы к ее решению, обладающие свойством глобальной сходимости, однако их программная реализация требует вычислительных ресурсов, недоступных современным компьютерам. Поиск оптимальных траекторий роботов требует нахождения подходящих ветвей в гигантском поисковом дереве.