

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ С УЧЕТОМ ОБРАТНОГО ДЕЙСТВИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ

Рассмотрена общая методика расчета электрической цепи с учетом обратного действия излучения, пригодная как при периодическом законе изменения тока, так и при аperiodическом. Получено уравнение цепи — интегральное уравнение, позволяющее учитывать эффекты излучения и запаздывания; физические следствия иллюстрируются на модельных задачах.

Как известно, при протекании в электрической цепи быстропеременных токов происходит эффективное излучение электромагнитной энергии, запасенной в контуре. Потери энергии на излучение в свою очередь существенно влияют на протекание тока. Следовательно, необходим учет обратного действия излучения на ток в контуре. Существенно, что при расчете реальной электрической цепи неизбежно использование некоторых модельных представлений и ряда упрощающих предположений. Так, например, хорошо известен способ описания потерь энергии на излучение при помощи понятия сопротивления излучения ([4]). Суть метода состоит в том, что при вычислении излучения от цепи учитываются только первые мультиполи (например, принимается во внимание только электрическое и магнитное дипольное излучение), а в уравнения цепи вводится фиктивное сопротивление излучения. Этот подход, разумеется, является приближенным. В настоящей работе рассмотрен метод описания обратного действия излучения на ток в цепи с помощью интегрального уравнения электрической цепи.

Исходя из общих соотношений электродинамики (решение уравнений Максвелла в виде запаздывающих потенциалов, закон электромагнитной индукции и т.д.), можно показать (из-за ограничения по объему соответствующие рассуждения опущены), что уравнение цепи, изображенной на рис. 1, должно иметь следующий вид:

$$I(t) \cdot R(t) - U(t) = -\gamma \int_0^t h(t - \tau) \cdot I(\tau) d\tau - U_0 h(t) \quad (1),$$

где $I(t)$ — сила тока в цепи ($I(0) = 0$); $U(t)$ — напряжение на конденсаторе ($U(0) = U_0$, $C\dot{U} = -I$); $\gamma = \text{const}$; $h(t)$ — некоторая функция времени; назовем ее функцией вклада; вид ее, очевидно, зависит от геометрии электрической цепи, а также от элементов, входящих в состав этой цепи. Несомненно, что при более детальном рассмотрении конкретной геометрии контура можно установить явный вид функции вклада. Тем не менее ряд свойств этой функции может быть установлен и без конкретизации геометрии цепи. Перечислим здесь основные свойства:

1) $h(0) = 1$, $h(t)$ быстро убывает с возрастанием t .

2) если $g(t) = \int_0^t h(\tau) d\tau$, то квазистационарная индуктивность цепи $L = \gamma \int_0^\infty g(t) dt$. Этот

результат вытекает из требования соответствия уравнения (1) квазистационарному закону Кирхгофа в случае медленно изменяющихся токов.

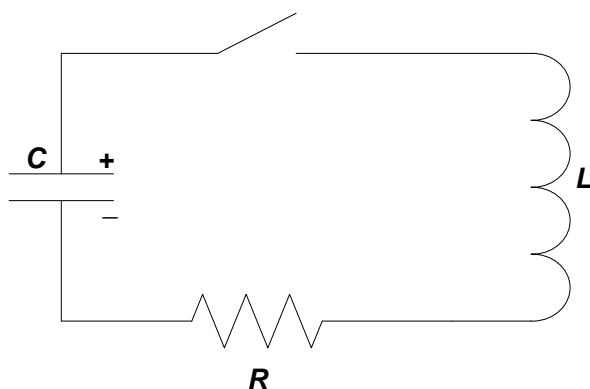


Рис.1. LCR-контур, описываемый уравнением (1).

3) уравнение (1) автоматически учитывает эффект излучения электромагнитной энергии системой переменных токов, поскольку приводит к уравнению для энергии вида:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2} \right) = -I^2R - \gamma \cdot I(t) \int_0^{\infty} g(\tau) \cdot \left(\dot{I}(t-\tau) - \dot{I}(t) \right) d\tau + \left[\gamma \cdot I(t) \int_t^{\infty} g(\tau) \cdot \dot{I}(t-\tau) d\tau - U_0 I(t) h(t) \right] \quad (2)$$

Слагаемое в квадратных скобках оказывается несущественным вдали от начального момента времени; следовательно, второй член в правой части (2) описывает мощность, излучаемую системой. По существу, приближенное описание цепи с помощью (1) занимает промежуточное место между использованием обычных законов Кирхгофа и детальным электродинамическим расчетом на основе уравнений Максвелла.

Интегральное уравнение (1) может быть решено аналитически операционным методом. В качестве физически приемлемой аппроксимации функции вклада была выбрана $h(t) = 2e^{-2\alpha t} - e^{-\alpha t}$, $\alpha = \text{const}$. Результаты расчета в сопоставлении с прогнозом по квазистационарной теории представлены на рис.1.

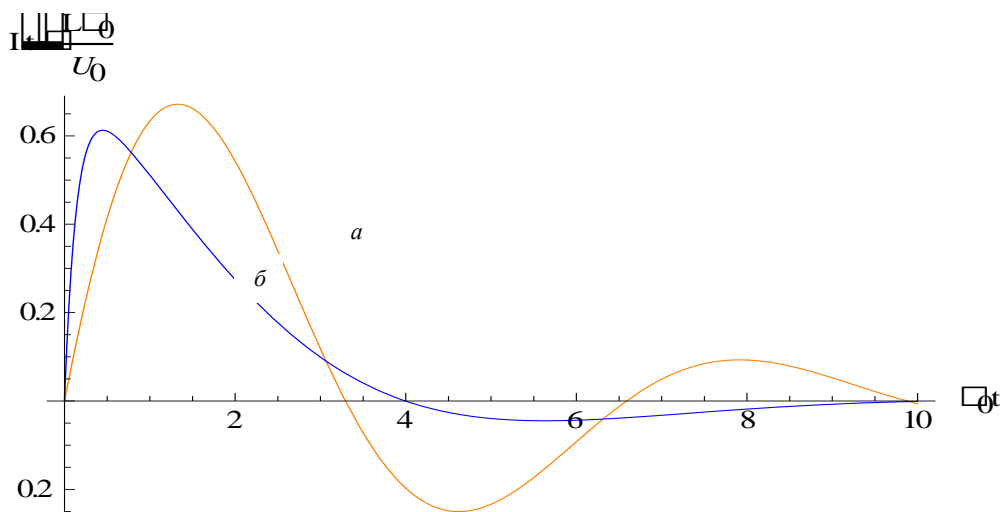


Рис.1. Закон изменения силы тока в LCR-контуре,
 а — найденный для квазистационарного случая;
 б — рассчитанный из уравнения (1) при $\alpha = \omega_0$, $\beta = 0,3\omega_0$;

В работе изложен метод расчета электрической цепи с учетом обратного действия излучения; рассмотрена область применимости данного приближения; промоделированы некоторые тестовые задачи. Предложенный метод представляется более эко-

номичным по сравнению с детальным электродинамическим расчетом. Автор выражает благодарность В.Г. Барышевскому за интерес к работе и обсуждения.

Список литературы

1. Ю.В. Афанасьев, В.В. Климов, А.Л. Феоктистов, Л.П. Феоктистов// ЖЭТФ.-1992.-Т. 101.-Вып.4. – С. 1118-1131.
2. В.Г. Барышевский, А.А. Гуринович// Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук.- 2010. -№1. – С. 36-41.
3. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика. Том 2. Теория поля/ Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1988. – 512 с.
4. Тамм, И.Е. Основы теории электричества/И.Е. Тамм. – М.: Наука, 1989. – 504 с.

Горлач М.А., студент 4 курса кафедры теоретической физики и астрофизики физического факультета БГУ, Минск, Беларусь, e-mail: GorlachMaxim@mail.ru.