С.А.Бородич,
А.В.Коваленко
Белорусский государственный университет

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ В ПРЕПОДАВАНИИ БАЗОВЫХ ПОЛОЖЕНИЙ МИКРОЭКОНОМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

Изложение основ современной микроэкономической теории требует, как правило, использования нетрадиционных для отечественной педагогической практики методов и категорий. Сердцевиной микроэкономической теории является предельный анализ, применение которого связано с необходимостью оперирования такими понятиями, которые ранее не встречались в лексиконе наших экономистов, а находились исключительно в вотчине математиков. Это в первую очередь такие понятия, как функция и ее производная в различных трактовках. Поскольку преподавание экономики в высших учебных заведениях нашей страны приближается к общемировым стандартам, мы должны отрабатывать методику использования математических терминов и понятий в объяснении узловых положений излагаемых экономических моделей.

В данной работе мы хотим поделиться некоторым начальным опытом по привлечению математических методов и форм для объяснения таких тем в микроэкономике, как "Теория поведения потребителя" и "Теория производства".

В первую очередь следует обратить внимание на то, что привлечение математического аппарата вызывает у некоторых студентов определенную боязнь или неуверенность, обусловленные, очевидно, отсутствием наработанных традиций, а также неравноценным знанием математической теории. Этот момент особенно важно учитывать, когда мы только приступаем к применению математических терминов. Здесь важно, чтобы каждое вновь вводимое понятие корреспондировалось с уже усвоенными студентами экономическими понятиями. Другими словами, мы должны добиваться строгой последовательности в изложении, стремиться к тому, чтобы применение каждого математического термина получало объяснение в терминах экономики. Опыт показывает, что в настоящее время применение математического аппарата часто не подкрепляется соответствующими объяс-

нениями экономического содержания. Это вызывает у студентов отторжение материала даже в том случае, если сам по себе математический аппарат не очень сложен и может быть легко понят при соответствующей подаче. Так, например, широко используемое в математике понятие многомерного пространства, не будучи объясненным, не вызывает у студентов никаких ассоциаций. Более того, студенты, как правило, воспринимают это теоретическое допущение как "голую" абстракцию и не могут найти ей применение. Если же мы предварим введение этого понятия рассмотрением, например, факторов, влияющих на сдвиг кривой спроса, а затем отметим, что число этих факторов очень велико и направление их влияния разновекторно, то сразу становится понятным, что описать с достаточно высокой степенью достоверности процесс ценообразования на рынке можно только с помощью математических методов. В этом случае каждый фактор влияния на цену может быть интерпретирован как компонента многомерного пространства.

С нашей точки зрения, даже многие категории вводного курса микроэкономики легче понять и эффективнее можно объяснить, если правильно использовать математический аппарат. Так, например, объяснение функции полезности связано с необходимостью введения таких понятий, как предельная полезность, возрастание предельной полезности, снижение предельной полезности, темп снижения предельной полезности и так далее. Бывает очень трудно объяснить, как зафиксировать тот момент, когда поведение функции полезности коренным образом меняется. Именно в этом случае наиболее эффективно сочетать математические термины с экономическими.

В терминах экономики снижение предельной полезности выглядит как закономерно наступающий момент относительного насыщения. Потребитель рассматривает каждую следующую порцию блага как менее полезную, чем предыдущая. В терминах математики – это точка перегиба функции потребления.

Важность этого сопоставления заключается, по нашему мнению, в том, что оно позволяет формализовать экономическую теорию, а следовательно, сделать ее более логичной. Ведь такая формализация наверняка поможет в будущем углубить и конкретизировать эти теоретические выкладки. Так, например, важное теоретическое (да и практическое) значение имеет определение количественных параметров названной точки перегиба. В терминах экономики мы, как правило, не можем этого сделать, хотя и отмечаем, что речь идет о моменте, когда предельная полезность достигает своего максимума. В терминах же математики – это не более, чем вторая производная от функции общей полезности или первая производная от функции предельной полезности. Точно так же, используя экономический аппарат, мы отмечаем, что рано или поздно наступает точка абсолютного насыщения потребителя каким-либо благом, когда дополнительное потребление этого блага уменьшает его общее удовлетворение. В терминах математики – это точка функции полезности, в которой наклон касательной к данной функции полезности равен нулю. Или – это не что иное, как точка, в которой первая производная данной функции полезности равна нулю.

По нашему мнению, если в студенческом конспекте содержится сочетание математических и экономических интерпретаций полезности и ее изменений, то это дает возможность студенту более полно воспроизводить изучаемый материал, делает этот материал более точным, логичным и содержательным. Кроме того, знание, усвоенное в такой форме, легко поддается расширению. То есть, это знание представляет собой некий стержень, легко обрастающий дополнительными ветвями.

Изменение общей полезности, получаемой потребителем при увеличении потребления какого-либо блага, может происходить по-разному. Оно может возрастать с увеличением темпа, возрастать с неизменным темпом, возрастать с убывающим темпом. Оно может убывать. Темп его убывания также может быть различным. В конце концов, общая полезность теоретически может не изменяться даже при увеличении потребления блага.

Описание всех этих метаморфоз в терминах экономики достаточно громоздко, и его восприятие, вероятнее всего, будет затруднено обилием слов, понятий и т.п. И здесь к нам на помощь приходит математический аппарат. Так, нарастание общей полезности в возрастающем темпе может быть выражено степенной функцией с показателем степени выше единицы (квадратичная, кубическая и т.п. функции). Примечательно, что производная от такой функции всегда (при любом значении аргумента) остается положительной, более того, она всегда возрастает. Так, например, если мы имеем дело с квадратичной функцией вида

$$Y = bX + cX^2, \ (c > 0),$$

то ее производная будет иметь вид линейной функции:

$$Y = b + 2cX.$$

Последнее означает, что (используя экономическую терминологию) предельная полезность возрастает, причем возрастает с постоянным темпом.

Если, например, общая полезность возрастает с убывающим темпом, то в этом случае она может быть выражена также квадратичной функцией

$$Y = bX + cX^2, \ (c < 0).$$

Производная в этом случае будет иметь вид

$$Y = b + 2cX,$$

что при условии $c < 0$ автоматически означает, что предельная полезность убывает с постоянным темпом.

Аналогичным образом мы можем найти математическую интерпретацию для выражения любого характера изменения общей полезности. При этом характер поведения производной подскажет нам темп и направление изменений.

Но использование математического аппарата позволяет нам сделать больше. Мы можем подобрать такую функцию, которая достаточно полно и корректно отразит всю динамику общей полезности. Примером такой функции может быть кубическая функция

$$Y = a + bX + cX^2 + dX^3, \ (d < 0).$$

В данной интерпретации Y (зависимая переменная) представляет общую полезность, а X (независимая переменная) представляет объем потребляемого блага.

Здесь важно отметить, что, как правило, в стабильных обществах экономическим процессам не присущи резкие колебания. Изменения здесь носят постепенный, достаточно плавный характер. Именно такой характер изменений и отражает предложенная кубическая функция, имеющая следующий вид (см. рис. 1).

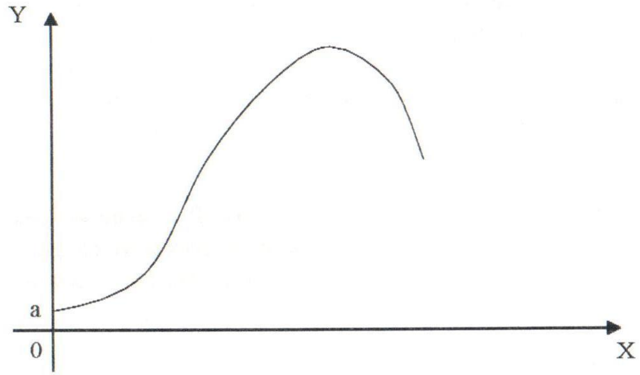

Рис. 1. Функция общей полезности кубического типа.

Аналогичным образом может быть использован математический аппарат для объяснения механизмов выпуска посредством производственной функции, а также механизмов формирования издержек производства. В данном случае наряду с анализом предельных величин важное значение приобретает исследование средних величин. Поскольку и те, и другие относятся к категории относительных показателей, они тесно связаны между собой.

Характер этой связи в терминах экономики может быть выражен следующим постулатом. В области возрастания средней величины предельная величина всегда больше средней; а в области убывания средней величины предельная величина всегда меньше средней. Это означает, что максимальное (или минимальное) значение средней величины всегда совпадает с ее предельным значением.

В терминах математики данная взаимосвязь может быть представлена через определенную функциональную зависимость.

Пусть $F(x)$ – производственная функция.

Тогда средний продукт $AF(x) = F(x) / x$.

Предельный продукт $MF(x) = F\ (x)$.

Общий продукт, выраженный через средний, имеет вид

$F(x) = AF(x)x$.

Следовательно,

$MF(x) = AF(x)x = AF\ (x)x + AF(x)$.

Если x – точка максимума или минимума среднего продукта, то в этой точке $AF\ (x) = 0$, и тогда очевидно, что $MF(x) = AF(x)$.

Если x – точка возрастания среднего продукта, то в этой точке $AF\ (x) > 0$, и тогда очевидно, что $MF(x) > AF(x)$.

Если x – точка убывания среднего продукта, то в этой точке $AF\ (x) < 0$, и тогда очевидно, что $MF(x) < AF(x)$.

Использование математического аппарата имеет еще одно преимущество. Оно позволяет увидеть связь между выпуском и затратами. Поскольку средние издержки AC – это общие издержки, приходящиеся на единицу продукции, то (если допустить, что мы используем единственный фактор)

$$AC = \frac{TC}{Q} = \frac{P_f \cdot F}{Q} = P_f \cdot \frac{F}{Q} = P_f \cdot \left(\frac{1}{AP_f}\right),$$

где TC – общие издержки, Q – объем выпуска, P_f – цена используемого фактора производства, F – количество единиц используемого фактора производства, AP_f – средний продукт используемого фактора производства.

Аналогично этому

$$MC = P_f \cdot \left(\frac{1}{MP}\right).$$

Анализируя вышеприведенные формулы, просто прийти к пониманию характера взаимосвязи между производственной функцией и функцией издержек. Очевидно, что график функции среднего (предельного) продукта является зеркальным отображением графика средних (предельных) издержек.

С экономической точки зрения, совершенно очевидно, что характер изменения среднего (предельного) продукта в известных пределах определяет характер изменения средних (предельных) издержек.

Приведенные выше примеры позволяют оценить важность использования математического аппарата в преподавании микроэкономической теории. Вообще математический аппарат является неотъемлемой составной частью микроэкономики. Именно с помощью математических выкладок доказываются многие ее положения. Однако мы не ставили задачу доказывать какие-то теоретические положения. Мы хотели лишь продемонстрировать, что математический аппарат способен значительно облегчить понимание многих вопросов.

О.Н.Будько
Гродненский государственный университет им. Янки Купалы

ОБУЧАЮЩЕ-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПОДХОД В ОБРАЗОВАНИИ НА ОСНОВЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Информатизация коснулась всех сторон человеческой деятельности, в том числе и образования. С этих позиций компьютер можно рассматривать как средство получения, хранения и переработки информации, в том числе удаленной на большие расстояния, с огромной скоростью по сравнению с человеческими возможностями, а также как средство многократного проигрывания ситуаций, реализация которых на практике может быть невозможной, требовать больших затрат или иметь неисправимые последствия. Последнее может быть с успехом использовано в любой области знания при имитационном моделировании объектов, процессов и явлений.

Сегодня квалифицированный специалист должен владеть современными информационными и сетевыми технологиями; уметь найти и передать нужную информацию, знать методы и программные средства анализа информации и т.д. Основы таких знаний студенты получают на младших курсах согласно учебному плану. Важно не растерять, укрепить и наполнить содержанием эти знания при изучении других дисциплин, использовать при курсовом и дипломном проектировании, подготовке к семинарским занятиям, в научно-исследовательской работе.

Компьютер становится средством проведения занятий, обучения и контроля. Это и компьютерные деловые игры, проведение расчетов, обучающие программы, электронные учебники, контролирующие и тестирующие программы, многое другое. Использование компьютерного проектора облегчит труд преподавателя и восприятие студентов при чтении лекций, требующих иллюстраций, рисунков, графиков, таблиц, формул.

Благодаря сетевым технологиям за рубежом давно пользуется популярностью дистанционная форма обучения. В нашей системе образования она была бы очень полезной для студентов заочной формы обучения.

Одним из условий реализации исследовательского принципа при наличии всех необходимых предпосылок является готовность и заинтересованность студентов в предлагаемых новых формах и методах обучения. Они