

УДК 551.508

М.М. КУГЕЙКО, С.А. ЛЫСЕНКО

**ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ
ЛАЗЕРНОЙ ЛОКАЦИИ К НЕПОСТОЯНСТВУ ИНДИКАТРИСЫ
РАССЕЯНИЯ В НАПРАВЛЕНИИ НАЗАД
НА ТРАССЕ ЗОНДИРОВАНИЯ**

The analytical expressions for errors in restoration of the extinction coefficients profiles, both for total and aerosol extinction coefficients, are obtained as functions of degree of medium inhomogeneity, position and accuracy of the reference value assignment. The expressions explaining different sensitivity of methods to the overstated and underestimated deviations of used reference values from true values are obtained. According to the results of both analytical estimations and numerical mathematical simulation, common regularities in the restoration of the extinction coefficient profiles $\varepsilon(r)$ were obtained for all the known laser location methods in conditions of inexact assignment of the scattering indicatrix in the backward direction $g_{\pi}(r)$. It is marked that in the actual experiments on the determination of aerosol component, when the functional dependence between $g_{\pi, a}(r)$ and $\varepsilon_a(r)$ is unknown, it is preferable to use the procedures based on knowledge of a relative behaviour of $g_{\pi, a}(r)$ in various layers of the investigated route and to send a long-wave sounding radiation.

Особенности различных методов решения уравнения лазерной локации наиболее полно отражены в работе [1]. Там же формализована модель экспериментального материала, позволяющая использовать одно и то же векторное соотношение при различных схемах его обработки, которую можно представить в виде

$$\mathbf{S} = \varepsilon_0 + g_{\pi} + H\mathbf{y}(\varepsilon), \quad (1)$$

где $\mathbf{S}$ - экспериментально определяемый вектор; ε_0 - вектор граничных (опорных) постоянных; g_{π} - вектор, зависящий от индикатрисы рассеяния в направ-

лении назад $g_{\pi}(r)$ вдоль трассы зондирования; H - матрица преобразования входных данных ε ; $y(\varepsilon)$ - известная функция искомых параметров ε . Влияние ε_0 (опорных точек) на эффективность алгоритмов обработки сигналов относительно γ исследовано в [2, 3]. Ниже рассматривается чувствительность решения уравнения лазерной локации к непостоянству $g_{\pi}(r)$ по трассе зондирования (к вектору g_{π}).

В наиболее общем случае уравнение лазерной локации, соответствующее векторному представлению (1), можно записать следующим образом [4]:

$$S(r) = P(r)r^2 Y(r) = C_1 \varepsilon(r) \exp \left\{ -2 \int_{r_0}^r \varepsilon(r') dr' \right\}, \quad (2)$$

где $\varepsilon(r) = \varepsilon_a(r) + \varepsilon_m(r)[g_m/g_{\pi,a}(r)]$, ε_m , g_m и ε_a , $g_{\pi,a}$ - молекулярные и аэрозольные коэффициенты ослабления и индикатрисы рассеяния в направлении назад соответственно, $P(r)$ - сигнал обратного рассеяния из точки дальности r ,

$$Y(r) = \frac{1}{g_{\pi,a}(r)} \exp \left\{ -2 \int_{r_0}^r \left(\frac{g_m}{g_{\pi,a}(r)} - 1 \right) \varepsilon_m(r') dr' \right\}.$$

Решение уравнения (2) имеет вид:

$$\varepsilon_a(r) = S(r) \left[I_k - 2 \int_{r_k}^r S(r') dr' \right]^{-1} - \frac{g_m}{g_{\pi,a}(r)} \varepsilon_m(r), \quad (3)$$

где I_k - константа калибровки, способ определения которой заключается в использовании априорной информации об оптических параметрах среды. При локальной калибровке информация берется в некоторой точке $r_k \in [r_{\min}, r_{\max}]$ [5, 6], при интегральной калибровке применяют оценку величины оптического про-пускания всего участка $[r_{\min}, r_{\max}]$ [1, 7].

Путем элементарных преобразований легко показать, что при $\varepsilon_m(r) \ll \varepsilon_a(r)$ и использовании локальной опорной точки решение уравнения (2) принимает вид

$$\varepsilon(r) = S(r) \left[\frac{S(r_k)}{\varepsilon(r_k)} - 2 \int_{r_k}^r S(r') dr' \right]^{-1}. \quad (4)$$

При таком же соотношении между ε_m и ε_a и использовании интегральных опорных точек $T^2(r_0, r_k) = \exp \left\{ -2 \int_{r_0}^{r_k} \varepsilon(r') dr' \right\}$ решение уравнения (2) выражается следующим образом [1, 7]:

$$\varepsilon(r) = S(r) \left\{ \frac{2}{1 - T^2(r_0, r_k)} \int_{r_0}^{r_k} S(r') dr' - 2 \int_{r_0}^r S(r') dr' \right\}^{-1}. \quad (5)$$

Для (4) и (5) $S(r) = P(r)r^2 g_{\pi}^{-1}(r)$, $g_{\pi}(r) = \text{const}$, $\varepsilon(r) = \varepsilon_a(r)$.

Таким образом, как следует из (3) - (5), чтобы решить уравнение (2), необходимо или знание $g_{\pi,a}(r)$, или использование предположения, что $g_{\pi,a}(r) = \text{const}$. При обработке реальных экспериментальных данных всегда будет присутствовать фактор неточного знания данного параметра, что требует установления закономерностей влияния этого фактора на погрешность определения профилей $\varepsilon(r)$.

Эффективность различных методов восстановления $\varepsilon(r)$ в зависимости от поведения $g_{\pi,a}(r)$ рассматривается в ряде работ [6, 8, 9]. По результатам численного математического моделирования в них было показано, что неточное знание $g_{\pi,a}(r)$ может привести к значительным ошибкам в определении профиля

$\varepsilon_a(r)$. Оценивались ошибки восстановления $\varepsilon_a(r)$ при неточном знании $g_{\pi,a}(r)$, отмечалось также, что при этом практически все известные методы дают меньшую погрешность определения профилей коэффициентов ослабления при выборе опорной точки в конце трассы.

Ниже рассматриваются полученные нами выражения, поясняющие в общем для всех известных методов особенности восстановления профиля $\varepsilon_a(r)$ (в том числе и отмеченные выше) при неточном знании $g_{\pi,a}(r)$. Приводятся результаты численного математического моделирования, подтверждающие аналитические выводы.

Поскольку, как уже показано, (4) и (5) являются частными случаями метода (3), будем исходить из уравнения (2). При неточном знании $g_{\pi,a}(r)$, т. е. $g_{\pi,a}(r) \neq \tilde{g}_{\pi,a}(r)$, выражение (2) легко преобразовать к виду

$$\tilde{S}(r) = C_1 Q(r) \varepsilon(r) \exp \left\{ -2 \int_{r_0}^r \varepsilon(r') dr' \right\},$$

$$\text{где } Q(r) = \frac{g_{\pi,a}(r) \varepsilon_a(r) + g_m \varepsilon_m(r)}{\tilde{g}_{\pi,a}(r) \varepsilon_a(r) + g_m \varepsilon_m(r)}; \quad \varepsilon(r) = \varepsilon_a(r) + \left[g_m / \tilde{g}_{\pi,a}(r) \right] \varepsilon_m(r).$$

При подстановке $\tilde{S}(r)$ в (3) вычисляемое значение $\tilde{\varepsilon}(r)$ будет отличаться от $\varepsilon(r)$, получаемого при точном знании $g_{\pi,a}(r)$. Для отношений $\tilde{\varepsilon}(r)/\varepsilon(r)$, соответствующих использованию локальной и интегральной калибровки, можно записать

$$\frac{\tilde{\varepsilon}(r)}{\varepsilon(r)} = Q(r) V^2(r_k, r) \left[Q(r_k) - 2 \int_{r_k}^r Q(r') \varepsilon(r') V^2(r_k, r') dr' \right]^{-1}, \quad (6)$$

$$\frac{\tilde{\varepsilon}(r)}{\varepsilon(r)} = Q(r) V^2(r_0, r) \left[\frac{2}{1 - V^2(r_0, r_{\max})} \int_{r_0}^{r_{\max}} Q(r') \varepsilon(r') V^2(r_0, r') dr' - 2 \int_{r_0}^r Q(r') \varepsilon(r') V^2(r_0, r') dr' \right]^{-1}, \quad (7)$$

$$\text{где } V^2(r_i, r_j) = \exp \left\{ -2 \int_{r_i}^{r_j} \varepsilon(r) dr \right\}.$$

Нетрудно показать, что относительная ошибка восстановления аэрозольного коэффициента ослабления в точке r определяется формулой

$$\delta \varepsilon_a(r) = \frac{\tilde{\varepsilon}_a(r) - \varepsilon_a(r)}{\varepsilon_a(r)} = \left[\frac{\tilde{\varepsilon}(r)}{\varepsilon(r)} - 1 \right] \left[1 + \frac{g_m \varepsilon_m(r)}{\tilde{g}_{\pi,a}(r) \varepsilon_a(r)} \right]. \quad (8)$$

Из анализа (6) можно сделать вывод: если на участке трассы $[r_k, r]$ $Q(r) = Q = \text{const}$, то отношение $\tilde{\varepsilon}(r)/\varepsilon(r)$ на этом отрезке равно единице, при этом, как следует из (8), $\delta \varepsilon_a(r) = 0$ даже в том случае, когда используемая при решении индикатриса выбрана неточно. Другими словами, восстановленный коэффициент ослабления не зависит от численного значения предполагаемой индикатрисы на однородном участке $[r_k, r]$, где $\varepsilon_a(r)$, $\varepsilon_m(r)$ и $g_{\pi,a}(r)$ принимают постоянное значение. Однако в общем случае как $\varepsilon_a(r)$, так и $g_{\pi,a}(r)$ могут сильно изменяться вдоль зондируемой трассы и $Q(r) \neq \text{const}$, при этом ошибка восстановления $\delta \varepsilon_a(r)$ может увеличиваться в обоих направлениях при удалении от точки r_k , в которой задается граничное условие. При использовании интегральной калибровки, как следует из (7), равенство $\tilde{\varepsilon}(r)/\varepsilon(r) = 1$ (что, как видно из (8), соответствует $\delta \varepsilon_a(r) = 0$) достигается при любом выбранном значении индикатрисы лишь для случая однородности всего зондируемого участка $[r_0, r_{\max}]$. Важно

отметить, что эти выводы справедливы только лишь при условии точного задания опорных значений ($\epsilon_a(r_k)$ или $T^2(r_0, r_{\max})$).

На рис. 1 представлены результаты восстановления профилей $\epsilon_a(r)$ при использовании локальной и интегральной калибровки. Для простоты полагали, что значение $g_{\pi, a}(r)$ равно $0,03 \text{ ср}^{-1}$, а молекулярный коэффициент ослабления считался точно известен ($\epsilon_m = 0,145$ и $0,0116 \text{ км}^{-1}$ для длин волн $\lambda = 300$ и 550 нм соответственно).

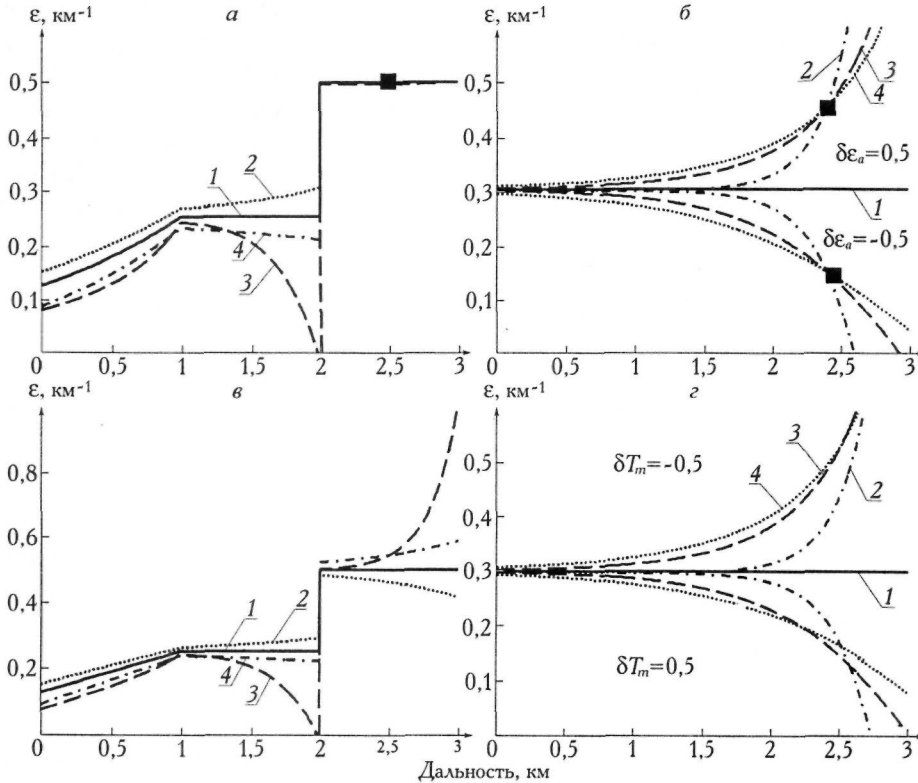


Рис. 1. Результаты восстановления профиля $\epsilon_a(r)$ при использовании локальной (а, б) и интегральной (в, г) калибровки ($g_{\pi, a} = 0,03 \text{ ср}^{-1}$).

Для а, в: 1 – модельный профиль $\epsilon_a(r)$; 2, 3 – восстановленные профили $\epsilon_a(r)$ при $\lambda = 300 \text{ нм}$ и $\tilde{g}_{\pi} = 0,05$ и $0,01 \text{ ср}^{-1}$ соответственно; 4 – восстановленные профили $\epsilon_a(r)$ при $\lambda = 550 \text{ нм}$ и $\tilde{g}_{\pi} = 0,01 \text{ ср}^{-1}$. Для б, г: 1 – модельный профиль $\epsilon_a(r)$; 2, 3, 4 – восстановленные профили $\epsilon_a(r)$ при $\lambda = 300 \text{ нм}$ и $\tilde{g}_{\pi} = 0,01, 0,03$ и $0,05 \text{ ср}^{-1}$ соответственно.

Здесь и на рис. 2 ■ – опорная точка

Как показывает рис. 1 а, вычисляемое значение $\epsilon_a(r)$ не зависит от задаваемой индикатрисы рассеяния на однородном участке $r = 2-3 \text{ км}$. Для этого участка $\delta\epsilon_a(r) = 0$ даже при неточно заданной индикатрисе. При интегральной калибровке (см. рис. 1 б) ошибка на этом участке не равна нулю из-за непостоянства $\epsilon_a(r)$ на предшествующем участке $0-2 \text{ км}$, что подтверждает сказанное.

На однородном участке $r = 1-2 \text{ км}$ наблюдается сходимость восстановленного профиля к точному значению ϵ_a при удалении влево от опорной точки. Для этого участка $Q(r) = \text{const}$, но опорное значение не соответствует значению б на этом участке.

Учитывая связь между погрешностями $\delta\epsilon$ и $\delta\epsilon_a$ (8) и выражение для связи $\delta\epsilon(r)$ с $\delta\epsilon(r_k)$ (в опорной точке) [2, 3], легко установим связь для относительной ошибки определения аэрозольного коэффициента ослабления в точке r однородного участка при условии, что в опорной точке r_k он определен с ошибкой $\delta\epsilon(r_k)$:

$$\delta \varepsilon_a(r) = (1 + \alpha(r)) \left[V^2(r_k, r) + \frac{V^2(r_k, r)}{\delta \varepsilon_a(r_k)} (1 + \alpha(r)) - 1 \right]^{-1}, \quad (9)$$

где $\alpha(r) = g_m \varepsilon_m(r) / \tilde{g}_{\pi, a} s_a(r)$. Как видно из (9), при удалении вправо от точки r_k ошибка восстановления будет неограниченно возрастать из-за уменьшения $V^2(r_k, r)$, а при удалении влево - асимптотически стремиться к нулю (из-за увеличения $V^2(r_k, r)$).

Для неоднородных участков (см. рис. 1 а, в) восстановленный профиль расходитсся от точных значений $\varepsilon_a(r)$ даже при приближении к началу трассы (для однокомпонентных сред, как показано в [2, 3], наблюдается сходимость). Когда $Q(r) \neq \text{const}$, т. е. хотя бы одна из составляющих, входящих в $Q(r)$, изменяется вдоль зондируемой трассы, расходимость решения существует при любом расположении опорной точки. Следовательно, неоднородность двухкомпонентной среды является доминирующим фактором для ошибок восстановления профиля $\varepsilon_a(r)$ из-за неточности задания индикатрисы.

Как видно из рис. 1 а, в, увеличение длины волны и соответственно уменьшение вклада молекулярной составляющей делают менее чувствительным восстанавливаемый профиль $\varepsilon_a(r)$ к заданию индикатрисы.

На рис. 1 б, г показаны результаты восстановления профиля $\varepsilon_a(r)$ для трех значений индикатрисы: 0,01; 0,03 (точное значение); и 0,05 ср^{-1} с 50 % погрешностью задания граничных условий. Различные результаты восстановления при использовании завышенных и заниженных значений $\tilde{g}_{\pi, a}(r)$ можно объяснить,

проанализировав $Q(r)$. Очевидно, что при $\tilde{g}_{\pi, a} < g_{\pi, a}$, $Q^-(r) > 1$, а при $\tilde{g}_{\pi, a} > g_{\pi, a}$, $Q^+(r) < 1$, т. е. факторы $Q^\pm(r)$ в точке r находятся по разные стороны от единицы и соответствующие им ошибки восстановления в точке r будут иметь противоположные знаки. Кроме того,

$$\left| \frac{1 - Q^+(r)}{1 - Q^-(r)} \right| = \frac{\varepsilon_a(r) [g_{\pi, a} - \Delta g] + g_m \varepsilon_m(r)}{\varepsilon_a(r) [g_{\pi, a} + \Delta g] + g_m \varepsilon_m(r)} < 1,$$

т. е. $Q^-(r)$ больше отличается от единицы и сильнее искажает получаемый профиль.

В большинстве реальных ситуаций индикатриса рассеяния изменяется вдоль трассы, и, следовательно, использование при обращении уравнения лазерного зондирования постоянной индикатрисы может привести к серьезным ошибкам восстановления. В этом случае, как показано в [6, 10], необходимо использовать близкую к реальной функциональную зависимость между $g_{\pi, a}(r)$ и $\varepsilon_a(r)$. В частности, нами при моделировании применялось соотношение из [6]:

$$g_{\pi, a} = 0,02 [\varepsilon_a + 0,000415]^{-0,23+0,03\sqrt{\varepsilon_a}}. \quad (10)$$

Здесь аэрозольный профиль $\varepsilon_a(r)$, полученный при первоначальном допущении $g_{\pi, a}^{(1)} = \text{const}$, рассматривается как первое приближение. Следующий этап предусматривает уточнение этого профиля; такая операция производится с использованием организованной на основе (3) итерационной процедуры [6].

Примеры восстановления профилей $\varepsilon_a(r)$ в атмосфере с резко выраженными неоднородными слоями на трассе показаны на рис. 2. Как видно из рис. 2 а, б, применение алгоритма (3) дает существенное расхождение с модельным профилем $\varepsilon_a(r)$ на всей зондируемой трассе и даже отрицательные значения при $g_{\pi, a} = 0,01 \text{ ср}^{-1}$. В то же время использование итерационного алгоритма приводит к точному восстановлению модельных параметров на участке трассы от лидара до точки, в которой задается граничное условие, при достоверном зна-

нии функциональной связи между $\epsilon_a(r)$ и $g_{\pi,a}(r)$. В расчетах условие выхода из итерационной процедуры [6] достигалось за 6-9 итераций.

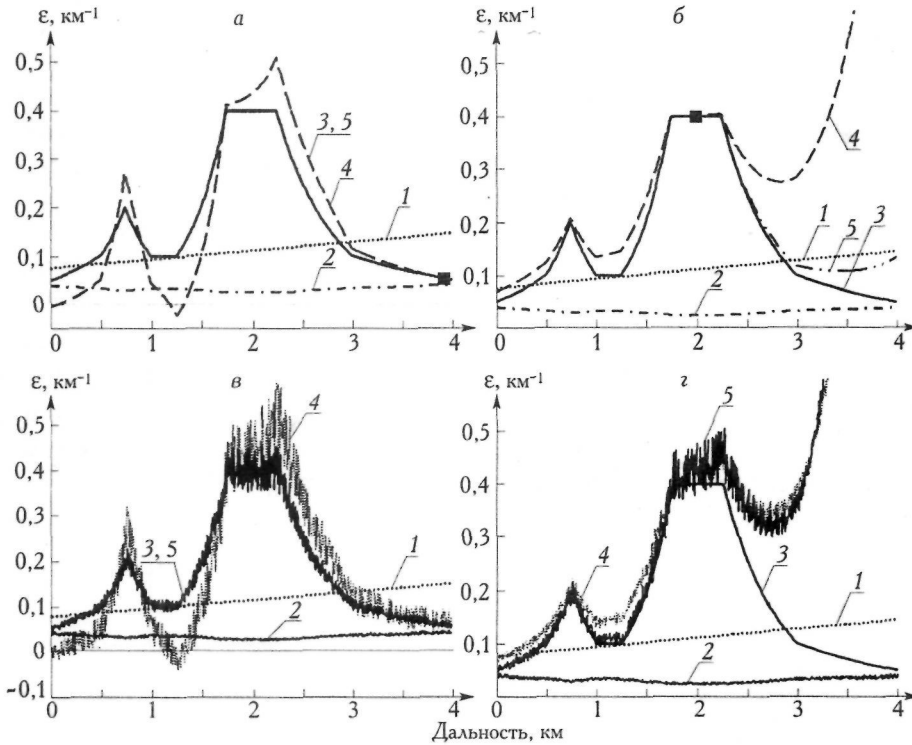


Рис. 2. Результаты численного моделирования:

1 – модельный профиль $\epsilon_m(r)$ в атмосфере; 2 – $g_{\pi,a}(r)$; 3 – $\epsilon_a(r)$; 4 – восстановленный профиль $\tilde{\epsilon}_a(r)$ при расположении опорной точки в конце зондируемой трассы и $\tilde{g}_{\pi,a} = 0,01 \text{ sr}^{-1}$ (а, в) и при расположении опорной точки в середине трассы и значении задаваемой индикатрисы $g_{\pi,a}(r_0, r_{\max}) = 0,03 \text{ sr}^{-1}$, равном среднему значению индикатрисы по трассе (б, г); 5 – восстановленный итерационным методом профиль $\tilde{\epsilon}_a(r)$

На рис. 2 в, г приведены результаты восстановления профиля $\epsilon_a(r)$ при наложении на функциональную зависимость (10) случайного разброса в пределах 10 %. На участке от начала трассы до опорной точки полученные результаты восстановления можно считать удовлетворительными, однако для более удаленного участка итерационный метод не дает ощутимого выигрыша по сравнению с методами, использующими допущение о постоянстве индикатрисы вдоль трассы зондирования.

Таким образом, как показывают результаты и аналитических оценок, и проведенного численного моделирования, в однокомпонентной и в двухкомпонентной среде на погрешность восстановления профиля коэффициента ослабления $\epsilon_a(r)$ оказывает сильное влияние степень неоднородности среды как по $\epsilon_a(r)$ и $\epsilon_m(r)$, так и по $g_{\pi,a}(r)$.

В однокомпонентных средах при использовании предположения $g_{\pi} = \text{const}$ и задании локальных опорных значений наблюдается сходимость восстанавливаемого профиля $\epsilon(r)$ к заданному при расчете влево от опорной точки и расхождение при расчете вправо как на однородных, так и на неоднородных трассах. В неоднородных двухкомпонентных средах при данном предположении расхождение с задаваемым профилем всегда существует и возрастает при любом расположении опорной точки. В случае использования в расчетах заниженных значений $g_{\pi,a}(r)$ восстанавливаемый профиль $\epsilon_a(r)$ отличается от истинного более сильно, чем при завышенных значениях $g_{\pi,a}(r)$.

Для двухкомпонентных сред, не удовлетворяющих условию постоянства как $g_{\pi, a}(r)$, так и $\varepsilon_{a, m}(r)$, точное восстановление профиля $\varepsilon_a(r)$ достигается применением итерационного метода в том случае, когда точно известна связь между $g_{\pi, a, m}(r)$ и $\varepsilon_{a, m}(r)$. При неточном задании функциональной связи применение итерационного метода несколько улучшает результаты восстановления $\varepsilon_a(r)$ при расчете влево от опорной точки и не дает ощутимого выигрыша при расчете вправо от опорного значения по сравнению с методами, использующими предположение $g_{\pi, a} = \text{const}$. Кроме того, в таких средах восстанавливаемый профиль $\varepsilon_a(r)$ менее чувствителен к заданию $g_{\pi, a}(r)$ при увеличении длины волны зондирующего излучения из-за уменьшения вклада молекулярной составляющей. Поскольку в однокомпонентной атмосфере ($\varepsilon_m(r) \ll \varepsilon_a(r)$) $Q(r) = g_{\pi, a}(r) / \tilde{g}_{\pi, a}(r)$, то ошибка восстановления коэффициента ослабления не зависит от неоднородности по $g_{\pi, a}(r)$ и, кроме того, неточное значение задаваемой индикатрисы рассеяния $\tilde{g}_{\pi, a}(r)$ не вносит ошибок в вычисляемое значение $\varepsilon_a(r)$ на участках $[r_k, r]$ с постоянным $g_{\pi, a}(r)$ при локальной калибровке и на всей зондируемой трассе при интегральной. На практике же для однокомпонентных сред полезнее знание относительного хода $g_{\pi, a}(r)$, чем среднего по трассе значения $g_{\pi, a}(r_0, r_{\text{max}})$, так как в этом случае повышается точность восстановления $\varepsilon_a(r)$ за счет коррекции измеряемых сигналов на степень изменения $g_{\pi, a}(r)$ от участка к участку [11].

1. Креков Г.М., Кавкянов С.И., Крекова М.М. Интерпретация сигналов оптического зондирования атмосферы. Новосибирск, 1987.

2. Кугейко М.М., Лысенко С.А. Тезисы докладов IV Научно-технической конференции «Приладобудування: стан і перспективи» Киев, 2005. С. 186.

3. Kugeiko M.M., Lisenko S.A. Mat. International Conference of advanced optoelectronics and lasers, CAOL-2005. Yalta, 2005. P. 75.

4. Fernald F. G. // Appl. Opt. 1984. Vol. 23. № 5. P. 652.

5. Klett J.D. // Appl. Opt. 1981. Vol. 20. № 2. P. 211.

6. Ершов А.Д., Балин Ю.С., Самойлова С.В. // Оптика атмосферы и океана. 2002. Т. 15. №10. С. 894.

7. Kovalev V. A. // Appl. Opt. 2003. Vol. 42. № 3. P. 585.

8. Sasano Y., Browell E.V., Ismail S. // Appl. Opt. 1985. Vol. 24. №22. P. 3929.

9. Matsumoto M., Takeuchi M. // Appl. Opt. 1994. Vol. 33. № 27. P. 6451.

10. Kovalev V. A. // Appl. Opt. 1993. Vol. 32. №26. P. 6053.

11. Кугейко М.М., Оношко Д.М. Теория и методы оптико-физической диагностики неоднородных рассеивающих сред. Мн., 2003.

Поступила в редакцию 02.02.05.

Михаил Михайлович Кугейко - доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой квантовой радиофизики и оптоэлектроники.

Сергей Александрович Лысенко - аспирант кафедры квантовой радиофизики и оптоэлектроники. Научный руководитель - М.М. Кугейко.