

П.Д. КУХАРЧИК, В.М. СЕРДЮК, И.А. ТИТОВИЦКИЙ

СТРУКТУРА ГИБРИДНЫХ МОД КОАКСИАЛЬНОГО РЕЗОНАТОРА С ПОПЕРЕЧНОЙ ЩЕЛЬЮ И БЕСКОНЕЧНЫМ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ДИЭЛЕКТРИКОМ

The diffraction problem of azimuth dependent mode electromagnetic field on an internal ring slot and cylindrical dielectric with infinite height in the coaxial cavity resonator with ideal conducting walls of finite arbitrary thickness is solved theoretically with the help of partial areas method. The results of computation of various field component spatial structure of free oscillations in such resonator are presented.

Теоретическое исследование дифракции электромагнитного излучения на щелевых структурах в объемных СВЧ-резонаторах с частичным диэлектрическим заполнением имеет большое прикладное значение в связи с широким применением таких резонаторов в качестве измерителей физических параметров разнообразных диэлектрических материалов [1-4]. В частности, коаксиальный резонатор с внутренней поперечной кольцевой щелью используется для измерения влажности зерна [3, 4]. В [4, 5] исследовалось поле его свободных колебаний на основе теоретической модели резонатора с бесконечно тонкими стенками. Целью настоящей работы является изучение пространственной структуры резонансных полей для близкого к практике случая, когда стенки такого резонатора имеют конечную толщину. Существующие методы решения подобных задач дифракции на щелях в проводящих стенках прямоугольной или цилиндрической геометрии оказываются неэффективными в силу того, что толщина стенок много меньше длины волны дифрагирующего излучения, но резонаторы именно с такими характеристиками часто реализуются в СВЧ-технике. В данной работе представлена теоретическая модель, допускающая произвольную толщину стенки резонатора со щелью, и приводится достаточно подробное описание методики решения поставленной задачи с тем, чтобы ее можно было применить при решении других задач подобного рода.

Рассмотрим коаксиальный резонатор с идеально проводящими стенками, ось которого совпадает с осью z цилиндрической системы координат ρ, z , а внутренняя поверхность боковых стенок - с поверхностями $\rho=r_c$ и $\rho=R$ (рис. 1). Пусть область возбуждения резонансного излучения между ними ограничена плоскими стенками $z=\pm L$, а цилиндрическая область внутри стенки $\rho=r_a$ заполнена диэлектриком с комплексной диэлектрической проницаемостью ϵ . Предполагаем, что обе указанные области контактируют через третью область - кольцевую щель с краями $z=s\pm l$, $r_a \leq \rho \leq r_c$. Диэлектрик считаем неограниченным по оси z , что соответствует непрерывному режиму работы

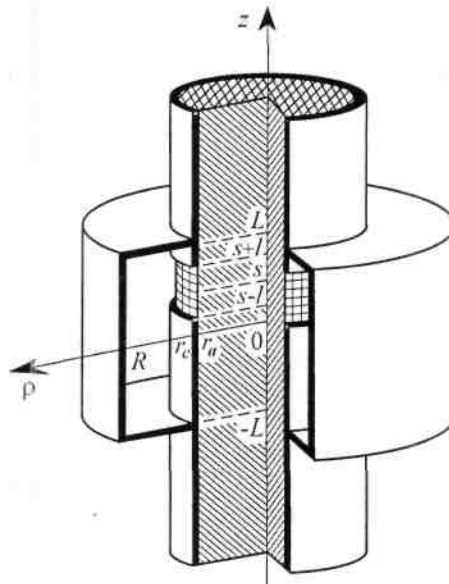


Рис. 1. Коаксиальный резонатор с бесконечным по высоте цилиндрическим диэлектриком: L - внутренняя полувысота резонатора, R и r_c - внутренние радиусы области резонансного возбуждения поля, r_a - радиус цилиндрического диэлектрика, l - полуширина кольцевой щели, s - ее смещение от середины резонатора

резонаторного измерителя влажности зерна, встроенного в технологическую линию загрузки сыпучего материала. Задача состоит в определении электромагнитного поля, возникающего при возбуждении свободных колебаний данной резонансной системы на некоторой частоте, близкой к частоте колебаний аналогичного резонатора без щели и диэлектрика. Будем рассматривать случай возбуждения резонатора через H -поляризацию, когда частота начального возбуждающего поля и его поляризация близки к частоте и поляризации моды $H_{pmq}(p, m, q$ - целые неотрицательные числа, причем $m \neq 0$, что соответствует несимметричной, или гибридной, моде). Именно такие моды используются в резонаторных измерителях влажности зерна [3, 4]. Предполагаем, что поле монохроматическое, и его зависимость от времени определяется экспоненциальным множителем $\exp(-i\omega t)$, который всюду опускается. Пространственные компоненты электромагнитных полей рассматриваемой цилиндрической системы можно выразить через две комплексные скалярные функции $u(\rho, z)$ и $\bar{u}(\rho, z)$ [6,7]:

$$\begin{aligned} E_\rho &= \left(-\frac{ikm}{\rho} u + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \rho \partial z} \right) \sin m\varphi; \\ H_\rho &= \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \rho \partial z} - \frac{ikm}{\rho} \varepsilon(\rho) \bar{u} \right) \cos m\varphi; \\ E_\varphi &= \left(-ik \frac{\partial u}{\partial \rho} + \frac{m}{\rho} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) \cos m\varphi; \\ H_\varphi &= \left(-\frac{m}{\rho} \frac{\partial u}{\partial z} + ik \varepsilon(\rho) \frac{\partial \bar{u}}{\partial \rho} \right) \sin m\varphi; \\ E_z &= \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} + k^2 \varepsilon(\rho) \bar{u} \right) \sin m\varphi; \quad H_z = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + k^2 \varepsilon(\rho) u \right) \cos m\varphi. \end{aligned} \quad (1)$$

Эти функции определяют H - и E -поляризации электромагнитного поля и должны удовлетворять уравнению Гельмгольца [6-8]:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{m^2}{\rho^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \varepsilon(\rho) \right) \begin{Bmatrix} u \\ \bar{u} \end{Bmatrix} = 0. \quad (2)$$

Здесь кусочно-постоянная функция $\varepsilon(\rho)$ равна величине s в диэлектрике и единице вне его. Волновое число $k=\omega/c$ и частота со свободных колебаний поля в резонаторе комплексные с отрицательной мнимой частью, что должно обеспечивать затухание колебаний во времени вследствие потерь энергии на излучение через щель и на поглощение в диэлектрике [2, 8].

Граничные условия для полей (1) в рассматриваемой резонансной системе сводятся к условиям равенства нулю тангенциальных компонент электрического поля на проводящих поверхностях и к условию непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на поверхности диэлектрика и границах областей. Для решения поставленной дифракционной задачи будем использовать метод частичных областей, или метод сшивания [7, 9], в соответствии с которым на поверхностях, ограничивающих пространство распространения поля, граничные условия накладываются на функции u и \bar{u} разных поляризаций по отдельности, а на поверхностях, разделяющих выбранные области, обе поляризации должны рассматриваться совместно. Тогда на внешних границах каждой из трех указанных областей

$$(\partial u / \partial \rho)_{\rho=R} = 0; \quad (\bar{u})_{\rho=R} = 0 \quad \text{при } -L \leq z \leq L; \quad (3)$$

$$(u)_{z=\pm L} = 0; \quad (\partial \bar{u} / \partial z)_{z=\pm L} = 0 \quad \text{при } r_c \leq \rho \leq R; \quad (4)$$

$$(u)_{z=s+l} = 0; (\partial \bar{u} / \partial z)_{z=s+l} = 0 \quad \text{при } r_a \leq \rho \leq r_c; \quad (5)$$

и на границах между ними

$$E_{\varphi,z}(r_c + 0, z) = \begin{cases} 0 & \text{при } |z - s| > l \\ E_{\varphi,z}(r_c - 0, z) & \text{при } |z - s| < l, \end{cases} \quad (6)$$

$$E_{\varphi,z}(r_a - 0, z) = \begin{cases} 0 & \text{при } |z - s| > l \\ E_{\varphi,z}(r_a + 0, z) & \text{при } |z - s| < l, \end{cases} \quad (7)$$

$$H_{\varphi,z}(r_{a,c} - 0, z) = H_{\varphi,z}(r_{a,c} + 0, z) \quad \text{при } |z - s| < l, \quad (8)$$

где символ 0 обозначает бесконечно малую положительную величину.

Конкретизируем вид скалярных полевых функций в каждой из трех выделенных областей. Будем рассматривать u и \bar{u} в качестве суперпозиции простых мод, или стоячих решений уравнений (2), получаемых методом разделения переменных ρ и z в этих уравнениях. Чтобы в области резонансного возбуждения $r_c \leq \rho \leq R$, $-L \leq z \leq L$ поле каждой моды удовлетворяло граничным условиям (3) и (4), в данной области нужно использовать следующее представление:

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{D(\alpha_n \rho)}{D'(\alpha_n r_c)} \sin \beta_n (L - z);$$

$$\bar{u} = im \sum_{n=0}^{\infty} \bar{A}_n \frac{\bar{D}(\alpha_n \rho)}{\bar{D}(\alpha_n r_c)} \cos \beta_n (L - z), \quad (9)$$

где A_n и \bar{A}_n - не определенные пока скалярные амплитуды мод,

$$D(\alpha_n \rho) = \frac{H_m^{(1)}(\alpha_n \rho)}{H_m^{(1)' }(\alpha_n R)} - \frac{H_m^{(2)}(\alpha_n \rho)}{H_m^{(2)' }(\alpha_n R)}; \quad \bar{D}(\alpha_n \rho) = \frac{H_m^{(1)}(\alpha_n \rho)}{H_m^{(1)}(\alpha_n R)} - \frac{H_m^{(2)}(\alpha_n \rho)}{H_m^{(2)}(\alpha_n R)}; \quad (10)$$

$\beta_n = n\pi / 2L$; $n=0, 1, 2, \dots$; $\alpha_n = (k^2 - \beta_n^2)^{1/2}$; $H_m^{(1,2)}$ - функции Ханкеля 1-го и 2-го рода [10]; штрих у этих функций и у функций (10) означает производную данных функций по своим аргументам $\alpha_n \rho$ и $\alpha_n R$.

В области внутри щели ($r_a \leq \rho \leq r_c$; $s-l \leq z \leq s+l$) граничные условия (5) определяют следующий вид скалярных полевых функций:

$$u = \sum_{j=1}^{\infty} v_j(\rho) \sin \tau_j (s+l-z); \quad \bar{u} = im \sum_{j=0}^{\infty} \bar{v}_j(\rho) \cos \tau_j (s+l-z), \quad (11)$$

где

$$v_j(\rho) = a_j H_m^{(2)}(\sigma_j \rho) + b_j H_m^{(1)}(\sigma_j \rho); \quad \bar{v}_j(\rho) = \bar{a}_j H_m^{(2)}(\sigma_j \rho) + \bar{b}_j H_m^{(1)}(\sigma_j \rho); \quad (12)$$

$\tau_j = j\pi / 2l$; $j=0, 1, 2, \dots$; $\sigma_j = (k^2 - \tau_j^2)^{1/2}$; a_j, b_j и \bar{a}_j, \bar{b}_j - неизвестные модовые амплитуды. Для единообразия записи сумм по модам обеих поляризаций в дальнейшем полагаем $a_j = b_j = 0$ при $j = 0$.

В бесконечной области $0 \leq \rho \leq r_a$; $-\infty < z < +\infty$, занимаемой диэлектриком, необходимо использовать разложение по непрерывному спектру мод:

$$u = \int_0^{+\infty} \frac{J_m(\gamma \rho)}{J_m'(\gamma r_a)} [A(\beta) \cos \beta(z-s) + B(\beta) \sin \beta(z-s)] d\beta;$$

$$\bar{u} = im \int_0^{+\infty} \frac{J_m(\gamma \rho)}{J_m(\gamma r_a)} [\bar{A}(\beta) \cos \beta(z-s) - \bar{B}(\beta) \sin \beta(z-s)] d\beta, \quad (13)$$

где $A(\beta), B(\beta)$ и $\bar{A}(\beta), \bar{B}(\beta)$ - амплитуды мод H - и E -поляризаций непрерывного спектра, $\gamma = (k^2 \varepsilon - \beta^2)^{1/2}$ - параметры распространения этих мод по оси ρ , J - функции Бесселя первого рода, причем штрих у этих функций, как и у функций Ханкеля, обозначает производную по аргументу.

Неизвестные амплитуды мод полей определяются в результате подстановки представлений (9) - (13) и (1) в граничные условия (6), (7). После стандартной процедуры разложения по системам ортогональных функций $\sin\beta_n(L-z)$, $\cos\beta_n(L-z)$ и $\sin\beta(z-s)$, $\cos\beta(z-s)$ из них получаются следующие представления модовых амплитуд полей вне щели через амплитуды внутрищелевых мод:

$$\begin{aligned} \bar{A}_n &= \frac{l/L}{\alpha_n^2(1+\delta_{0n})} \frac{kr_c}{m^2} \sum_{j=0}^{\infty} \bar{w}_j^{(c)} Q_{nj}^+; & A_n &= \frac{l}{\alpha_n L} \sum_{j=0}^{\infty} \left(w_j^{(c)} Q_{nj}^- + \frac{\beta_n}{\alpha_n^2} \bar{w}_j^{(c)} Q_{nj}^+ \right); \\ \bar{A}(\beta) &= \frac{kr_a l}{\pi m^2 \gamma^2} \sum_{j=0}^{\infty} \bar{w}_j^{(a)} \bar{\eta}_j Q_j^+(\beta); & \bar{B}(\beta) &= -\frac{kr_a l}{\pi m^2 \gamma^2} \sum_{j=0}^{\infty} \bar{w}_j^{(a)} \eta_j Q_j^-(\beta); \\ A(\beta) &= \frac{l}{\pi \gamma} \sum_{j=0}^{\infty} \left[w_j^{(a)} Q_j^+(\beta) + \beta \gamma^{-2} \bar{w}_j^{(a)} Q_j^-(\beta) \right] \eta_j; \\ B(\beta) &= -\frac{l}{\pi \gamma} \sum_{j=0}^{\infty} \left[w_j^{(a)} Q_j^-(\beta) + \beta \gamma^{-2} \bar{w}_j^{(a)} Q_j^+(\beta) \right] \bar{\eta}_j, \end{aligned} \quad (14)$$

где δ_{0n} - символ Кронекера; $\eta_j = \cos \tau_j l = 1, 0, -1, 0, 1, 0, \dots$; $\bar{\eta}_j = \sin \tau_j l = 0, 1, 0, -1, 0, 1, \dots$; $j=0, 1, 2, 3, \dots$,

$$\begin{aligned} Q_{nj}^{\pm} &= \text{sinc}((\beta_n - \tau_j)l) \cos(\beta_n s - \pi(n-j)/2) \pm \\ &\pm \text{sinc}((\beta_n + \tau_j)l) \cos(\beta_n s - \pi(n+j)/2), \quad Q_{\pm j}(\beta) = \text{sinc}((\beta - \tau_j)l) \pm \text{sinc}((\beta + \tau_j)l); \end{aligned}$$

sinc - стандартное обозначение для функции $\text{sinc } x = \sin x/x$;

$$w_j^{(c,a)} = \sigma_j v_j'(r_{c,a}) - \tau_j \sigma_j^{-2} \bar{w}_j^{(c,a)}; \quad \bar{w}_j^{(c,a)} = m^2 (k r_{c,a})^{-1} \sigma_j^{-2} \bar{v}_j(r_{c,a}) - \quad (15)$$

новые переменные, которые зависят от модовых амплитуд поля внутри щели через параметры (12). Уравнения для последних выводятся из граничных условий (8). Подставляя в них представления (1), (9) - (14), разложим получившиеся соотношения по ортогональной системе функций $\text{sint}_{\tau}(s+l-z)$, $\text{cost}_{\tau}(s+l-z)$ в пределах интервала $s-l \leq z < s+l$. Ограничивая максимальный порядок внутрищелевых мод конечным целым числом N , в результате получим следующую однородную систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных параметров (15):

$$\sum_{q=1}^{4N+2} A_{pq} w_q = 0, \quad p = 1, 2, \dots, 4N+2, \quad (16)$$

где w_q - элемент матрицы-столбца \mathbf{w} , которая в транспонированном виде представляется матрицей-строкой с элементами

$$\tilde{\mathbf{w}} = \left(w_i^{(c)} \bar{w}_i^{(c)} w_i^{(a)} \bar{w}_i^{(a)} \right),$$

A_{pq} - элементы составной квадратной матрицы, не зависящие от модовых амплитуд, которая здесь не выписывается ввиду ее громоздкости. При этом амплитуды мод внутри щели выразятся через параметры (15) согласно формулам:

$$\begin{aligned} a_i &= V_{mi}^{-1} \left[\left(w_i^{(c)} + \vartheta_i \bar{w}_i^{(c)} \right) H_m^{(1)}(\sigma_i r_a) - \left(w_i^{(a)} + \vartheta_i \bar{w}_i^{(a)} \right) H_m^{(1)}(\sigma_i r_c) \right]; \\ b_i &= V_{mi}^{-1} \left[\left(w_i^{(a)} + \vartheta_i \bar{w}_i^{(a)} \right) H_m^{(2)'}(\sigma_i r_c) - \left(w_i^{(c)} + \vartheta_i \bar{w}_i^{(c)} \right) H_m^{(2)'}(\sigma_i r_a) \right]; \\ \bar{a}_i &= \bar{V}_{mi}^{-1} \left[r_c \bar{w}_i^{(c)} H_m^{(1)}(\sigma_i r_a) - r_a \bar{w}_i^{(a)} H_m^{(1)}(\sigma_i r_c) \right]; \\ \bar{b}_i &= \bar{V}_{mi}^{-1} \left[r_a \bar{w}_i^{(a)} H_m^{(2)}(\sigma_i r_c) - r_c \bar{w}_i^{(c)} H_m^{(2)}(\sigma_i r_a) \right], \end{aligned} \quad (17)$$

где $\vartheta_i = \tau_i \sigma_i^{-2}$; $V_{mi} = \sigma_i \left\{ H_m^{(1)'}(\sigma_i r_a) H_m^{(2)'}(\sigma_i r_c) - H_m^{(1)'}(\sigma_i r_c) H_m^{(2)'}(\sigma_i r_a) \right\}$;

$$\bar{V}_{m_i} = m^2 \sigma_i^2 k^{-1} \{H_m^{(1)}(\sigma_i r_a) H_m^{(2)}(\sigma_i r_c) - H_m^{(1)}(\sigma_i r_c) H_m^{(2)}(\sigma_i r_a)\}.$$

Система (16) относится к числу плохо обусловленных [11, 12], и для ее решения нужно применять специальные методы регуляризации, как это сделано в работе [5] для подобной системы на основе метода А.Н. Тихонова [13]. Такая процедура позволяет получить устойчивый алгоритм нахождения решений амплитудных уравнений (16) и неизвестного комплексного волнового числа k свободных колебаний поля в резонаторе при любой толщине его стенок. Чтобы рассчитать пространственную структуру данного поля, полученные решения системы (16) следует подставить в выражения (14), (17) для модовых амплитуд и затем провести подстановку последних в выражения (9) - (13) и (1). Поскольку в нашей модели изначально не учитывались источники возбуждения, такое поле будет представлять собой в чистом виде обобщенную резонансную моду резонатора со щелью и диэлектриком, т. е. полевую структуру, в которую переходит одна из простых мод (9) коаксиального резонатора после прорезания в нем щели и помещения диэлектрика.

В качестве конкретного примера применения описанного теоретического метода приведем результаты численных расчетов для коаксиального резонатора, используемого в реальных приборах измерения влажности зерна [3, 4]. Его параметры:

$$\begin{aligned} L &= 3,6 \text{ см}; R = 6,4 \text{ см}; r_c = 3 \text{ см}; \\ r_a &= 2,8 \text{ см}; l = 1 \text{ см}; s = 0,4 \text{ см}. \end{aligned} \quad (18)$$

Предполагалось, что частота возбуждения близка частоте резонансных колебаний моды H_{031} пустого резонатора без щели с азимутальным модовым числом $m=3$ (3,647 ГГц, длина волны $\lambda=8,23$ см). Учитывались все простые моды щели (11) вплоть до порядка $N=20$, максимальный порядок мод области возбуждения (9) составлял 400, а в диэлектрике интегралы (13) вычислялись по квадратурной формуле средних [12] на равномерной сетке с шагом 0,01; при этом учитывалось до 6000 мод. Результаты вычислений показали, что для различных значений диэлектрической проницаемости цилиндрического диэлектрика ϵ зависимость комплексного волнового числа k резонансных колебаний приближенно описывается линейной функцией: $k=k_0 C(\epsilon-1)$, где k_0 - волновое число резонатора без диэлектрика, а коэффициент линейной зависимости $C=8,889 \cdot 10^{-5} + 1,692 \cdot 10^{-2}$. Это значение несколько отличается от аналогичного результата работы [5], поскольку в последней рассматривался резонатор с бесконечно тонкими стенками.

На рис. 2 в одном масштабе представлены результаты расчета пространственной структуры электрического поля обобщенной гибридной моды коаксиального резонатора со щелью и диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\epsilon=3,0+0,6i$. Разрыв компоненты E_ρ на внутренней границе щели обусловлен тем, что она является границей диэлектрика, а данная компонента поля нормальна к границе. Большая величина компонент E_ρ , E_z вблизи краев щели $\rho = r_c$, $z = \pm l$ обусловлена существованием сингулярностей, или точек аномальной концентрации поля [7, 9] на краях щели. Каждый такой край при большом увеличении можно представить как ребро прямоугольного клина, вблизи которого нормальная компонента электрического поля должна вести себя как $r^{-1/3}$, где r - расстояние до ребра [7, 9]. В нашем случае величина поля на ребрах остается конечной, потому что при его вычислении использовалось конечное число простых мод (9), (11), (13), величина поля которых ограничена. На практике бесконечные значения полей на ребрах также не наблюдаются, поскольку идеально проводящие поверхности и правильные углы при сколь угодно малых масштабах являются теоретическими идеализациями. В случае предельно малой толщины стенок резонатора ($r_c - r_a \ll \lambda$) область щели $r_a < \rho < r_c$ вырожда-

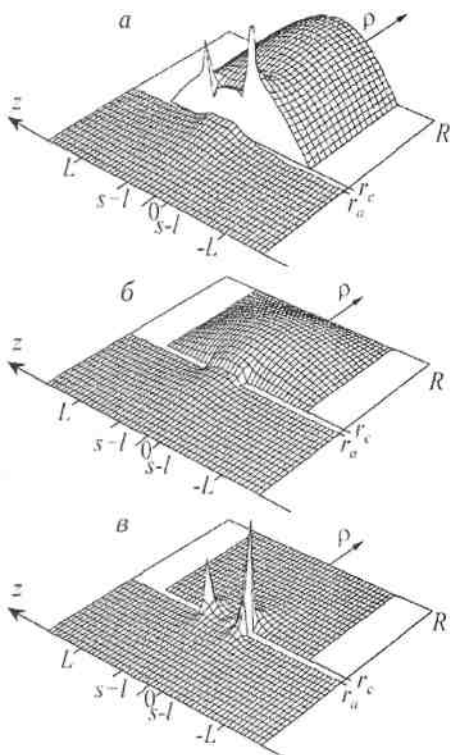


Рис. 2. Пространственное распределение величины компонент электрического поля E_ρ (а), E_ϕ (б) и E_z (в) в плоскости ρz цилиндрической системы координат для гибридной моды H_{031} коаксиального резонатора с параметрами (18), представленного на рис. 1

ется в предельно тонкую цилиндрическую поверхность. При этом характер сингулярности поля на краях щели не меняется [5], что не соответствует сингулярности зоммерфельдовского типа $r^{-1/2}$ [9], которая согласно строгой теории дифракции должна возникать на краю бесконечно тонкой проводящей цилиндрической поверхности [6]. В итоге при любой сколь угодно малой толщине стенок резонатора характер поведения поля вблизи краев щели будет иным, чем у резонатора с бесконечно тонкими стенками. В связи с этим немаловажное значение приобретает вопрос, можно ли для задач резонаторной дифракции и вообще при решении задач дифракции волн на щелях в экранах малой толщины использовать методы и результаты строгой теории дифракции. Поскольку реальные проводники всегда имеют конечную толщину, нам представляется, что в подобных случаях следует отдавать предпочтение альтернативному методу частичных областей и его результатам, как это сделано в работах [4, 5] для резонаторов с бесконечно тонкими стенками.

1. Nyfors E., Vainikainen P. Industrial Microwave Sensors. Norwood, 1989.
2. Кухарчик П.Д., Сердюк В.М., Титовицкий И. А. // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46. № 5. С. 522.
3. Белячиц А.Ч., Гарбузенко В.В., Курило Н.И. и др. // Международная научно-техническая конференция «Автоматический контроль и автоматизация производственных процессов». Мн., 1998. С. 8.
4. Кухарчик П.Д., Сердюк В.М., Титовицкий И. А. и др. // Докл. НАН Беларуси. 2003. Т. 47. № 5. С. 42.
5. Кухарчик П.Д., Сердюк В.М., Титовицкий И.А. // Радиотехника и электроника. 2004. Т. 49. № 5. С. 551.
6. Вайнштейн Л.А. Теория дифракции и метод факторизации. М., 1966.
7. Григорьев А.Д., Янкевич В. Б. Резонаторы и резонаторные замедляющие системы СВЧ. Численные методы расчета и проектирования. М., 1984.
8. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М., 1988.
9. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. М., 1974. 10. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовича и И. Стиган. М., 1979. 11. Фаддеев Д.К., Фаддеева В. Н. Вычислительные методы линейной алгебры. СПб., 2002.
12. Калиткин Н.Н. Численные методы. М., 1978.
13. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М., 1979.

Поступила в редакцию 26.10.04.

Петр Дмитриевич Кухарчик - доктор технических наук, профессор, ректор БГПУ им. М. Танка.

Владимир Михайлович Сердюк - кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории радиолокации НИИПФП им А.Н. Севченко БГУ.

Иосиф Антонович Титовицкий - кандидат технических наук, заведующий лабораторией радиолокации НИИПФП им А.Н. Севченко БГУ.