Физика

УДК 530.145; 539.12

В.И. СТРАЖЕВ, А.Э. ШАЛЫТ-МАРГОЛИН

ВСЕЛЕННАЯ КАК НЕРАВНОМЕРНАЯ РЕШЕТКА В ГИПЕРКУБЕ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ

In this paper a new small parameter associated with the density matrix deformation is introduced into the Generalized Quantum Mechanics (GQM), i. e. quantum mechanics involving description of the Early Universe. It is noted that this parameter has its counterpart in the generalized statistical mechanics. It is demonstrated that relative to the first of these parameters the Universe may be considered as a nonuniform lattice in the four-dimensional hypercube with dimensionless finite-length 1/4 edges. And the time variable is also described by one of the above-mentioned dimensions due to the second parameter and generalized uncertainty relations in thermodynamics. In this context the lattice is understood as a deformation rather than approximation.

В последние десятилетия стало очевидно, что для описания «ранней Вселенной» формулировка квантовой механики (КМ) должна отличаться от общепринятой, например, возможен переход от соотношений неопределенности (СН) Гейзенберга [1] к обобщенным соотношениям определенности (ОСН) [2, 3]. Введение ОСН связывается с понятием фундаментальной длины [4], которое отсутствует в формулировке «обычной» квантовой механики. Квантовую механику с ОСН можно рассматривать как деформированную квантовую механику с СН, т. е. квантовая механика с фундаментальной длиной (КМФД) - это результат деформации обычной квантовой механики. Под деформацией понимается расширение теории за счет одного или нескольких параметров. Исходная формулировка появляется в пределе, когда эти параметры стремятся к некоторым фиксированным значениям [5], например, квантовая механика возникает как деформация классической механики (КлМ). Один из параметров деформации - постоянная Планка $\hbar$. Когда $\hbar\to 0$, КМ переходит в КлМ. Существуют различные подходы к деформации КМ для планковских масштабов: деформация коммутаторов (более точно - деформация соответствующей алгебры Гейзенберга [6-8]) и деформация матрицы плотности [9-12]. В первом случае параметром деформации является величина к с размерностью массы [6], в предельном переходе к КМ она стремится к бесконечности и не чувствительна к «флуктуации» других величин. Согласно второму подходу параметром деформации служит безразмерная величина $\alpha = l^2_{\min}/x^2$, где x - масштаб измерения, $l_{\min}$ - фундаментальная длина; величина а изменяется в конечном интервале $0<\alpha\leq 1/4$ [9-12]. При этом ряд проблем: дополнительное слагаемое в уравнении Лиувилля в процессах, связанных с черными дырами [11, 12], сингулярностей и «космической цензуры» [11, 12], полуклассическая формула Бекенштейна - Хокинга для энтропии черной дыры [12] - получают естественное разрешение.

Возникает также возможность решения проблемы информационного парадокса [13-15], и α может быть интерпретирован как новый малый параметр квантовой теории. В безразмерном интервале $I_{1/4}=(0;\ 1/4]$ он принимает дискретный ряд значений, которые, в отличие от обычной решетки, неравномерно заполняют указанный интервал. Эту решетку можно рассматривать в обычном кубе, каждое ребро которого соответствует пространственному измерению. (Далее мы обсудим это свойство α и аналогичное его дубликата в статистической механике - параметра τ, $\tau\in I_{1/4}$.) Благодаря τ и ОСН в термодинамике временную переменную можно рассматривать как величину, принимающую дискретный и неравномерный ряд значений на интервале $I_{1/4}=(0;\ 1/4]$. Иными словами, любую теорию можно представить в качестве неравномерной решетки в четырехмерном гиперкубе $I_{1/4}^4$, которая понимается как деформация пространственно-временного континуума.

1. Определения

Опишем кратко введение параметров α и τ в обобщенной квантовой и статистической механике, т. е. для процессов как в «ранней Вселенной» (масштабы порядка планковских), так и для привычных масштабов. В первом случае необходимо рассмотрение фундаментальной (минимальной) длины $l_{\min}\sim l_P$ [4], где l_p - планковская длина. При сохранении известной процедуры измерения матрица плотности становится зависимой от дополнительного параметра α [9-11], подвергаясь, таким образом, процедуре деформации. Известная формулировка матрицы плотности и квантовой механики появляется в низкоэнергетическом (крупномасштабном) пределе. Точное определение таково [9-11]:

Определение 1. (Квантовая механика с фундаментальной длиной [в картине фон Неймана].)

Любая система в КМФД описывается планковской матрицей плотности вида $\rho(\alpha)=\sum_i \omega_i(\alpha)|i><i|$, причем:

1) векторы $|i>$ образуют полную ортонормированную систему;

2) $\omega_i(\alpha)\geq 0$ и для всех i существуют конечные пределы $\lim\limits_{\alpha\to\infty}\omega_i=\omega_i$; $\lim\limits_{\alpha\to 0}\omega_i=(\alpha)=\omega_i$;

3) $Sp\left[\rho[\alpha]\right]=\sum_i \omega_i(\alpha)<1, \sum_i \omega_i=1$;

4) для любого оператора B (любого α) существует среднее значение B, зависящее от α: $<\mathrm{B}>_\alpha=\sum_i \omega_i(\alpha)<i|\mathrm{B}|i>$;

5) должно выполняться следующее условие:

$$Sp[\rho(\alpha)]-Sp^2[\rho(\alpha)]\approx\alpha; \tag{1}$$

6) $0<\alpha\leq 1/4$.

Последнее следует из (1), так как всегда можно найти значение $Sp[\rho(\alpha)]$, удовлетворяющее этому условию:

$$Sp\left[\rho(\alpha)\right]\approx\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{4}-\alpha}.$$

Следствия и приложения определения 1 подробно рассмотрены в [11, 12]. Отметим, что для $\alpha\to 0$ соответствующий предельный переход «накрывает» одновременно КлМ и КМ .

Как следует из определения 1, минимально измеримая длина $l_{\min}^*=2l_{\min}$, так как $Sp[\rho(\alpha)]$ для $l_{\min}$ не будет вещественным числом. Таким образом, пространственная часть Вселенной является решеткой с длиной шага $a_{\min}=2l_{\min}\sim 2l_p$, т. е.

в решетчатых моделях (см., например, [19, 20]) «период» решетки a_{lat} не может быть выбран меньше a_{min}, следовательно, $a_{lat} \geq a_{min} > 0$. Непрерывный (континуальный) предел для решетчатой модели означает, что исходно $a_{lat} \to a_{min} > 0$, но не $a_{lat} \to 0$ $a_{lat} \to 0$, т. е. для каждого пространственного измерения имеется дискретный ряд рациональных значений обратных квадратов четных чисел, неравномерно распределенных на вещественной прямой: $\alpha \div 1/4,\ 1/16,\ 1/36,\ 1/64,\ \ldots$. Обрывается этот ряд или продолжается до бесконечности зависит от ответа на два вопроса: 1) возможна ли теоретически максимальная граница измеримости масштабов l_{max}? и 2) является ли Вселенная замкнутой в том смысле, что ее расширение может смениться сжатием? (Максимальное расширение и даст максимальный масштаб.) Если ответ на один из этих вопросов утвердительный, то вместо условия 6) определения 1 справедливо $0 < l_{\min}^2 / l_{\max}^2 \leq \alpha \leq 1/4$.

На больших масштабах пространственные координаты равноправны и им должны соответствовать одни и те же значения параметра α. Следовательно, в крупномасштабном (низкоэнергетическом) пределе достаточно одного параметра деформации а, который с высокой степенью точности принимает одинаковое значение для всех трех координат. В общем случае для очень высоких энергий (сравнимых с планковскими или, что то же самое, на планковских масштабах) это не так из-за некоммутативности пространственных координат [2, 3, 6]: $[x_i, x_j] \neq 0$.

Таким образом, мы имеем точку с координатами $\tilde{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ в обычном (трехмерном) кубе $I_{1/4}^3$ со стороной $I_{1/4} = (0;\ 1/4]$. Этот универсальный куб можно расширить до четырехмерного гиперкуба, введя дополнительный параметр т, сопоставляемый с внутренней энергией статистического ансамбля (и с его температурой для случаев, когда это понятие имеет место). Параметр т связан с максимальной температурой, которая порождается обобщенными соотношениями неопределенности пары «энергия - время» в ОСН. Точное определение таково [17, 18]:

Определение 2. (Деформация статистической механики.)

Деформация распределения Гиббса для температуры, близкой к планковской T_p, описывается деформацией статистической матрицы плотности вида $\rho_{stat}(\tau) = \sum_n \omega_n(\tau) |\varphi_n\rangle\langle\varphi_n|$, где параметр деформации $\tau = T^2 / T_{\max}^2$ и:

1) векторы $|\varphi\rangle$ образуют полную ортонормированную систему;

2) $\omega_n(\tau) \geq 0$ для всех n; для $\tau \ll 1$ имеем, что $\omega_n(\tau) \approx \omega_n = \frac{1}{Q}\exp(-\beta E_n)$, в частности, $\lim\limits_{T_{\max} \to \infty (\tau \to 0)} \omega_n(\tau) = \omega_n$;

3) $Sp\left[\rho_{stat}(\tau)\right] = \sum_n \omega_n(\tau) < 1,\ \sum_n \omega_n = 1;$

4) для любого оператора B и любого х существует среднее значение B, зависящее от $\tau = \langle B \rangle_\tau = \sum_n \omega_n(\tau) \langle n|B|n \rangle;$

5) выполняется следующее условие: $Sp[\rho_{stat}(\tau)] - Sp^2[\rho_{stat}(\tau)] \approx \tau$.

Следовательно, имеется значение $Sp[\rho_{stat}(\tau)]$, удовлетворяющее условию определения 2 (аналогично определению 1):

$$Sp\left[\rho_{stat}(\tau)\right] \approx \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - \tau},$$

откуда следует, что

6) $0<\tau\leq 1/4$.

Таким образом, τ является аналогом α в статистической механике, но, в отличие от α, дискретным свойством не обладает. Для τ возможен дискретный ряд (решетка) рациональных значений обратных квадратов четных чисел, неравномерно распределяющихся на вещественной прямой: $\tau\div 1/4,\ 1/16,\ 1/36,\ 1/64,\ldots$.

Если такой ряд существует, то вопрос о его конечности или бесконечности сводится к следующему: 1) существует ли минимальная граница измеримости средней температуры во Вселенной $T_{\min}\neq 0$?; 2) является ли Вселенная замкнутой в том смысле, что ее расширение может смениться сжатием? (Максимальное расширение и даст минимальную температуру.)

Вопрос о дискретизации значений параметра τ далеко не праздный. Кажется, что они должны быть непрерывными, так как параметр τ связан с температурой. Однако далее будет показано, что он имеет двойственную природу; ибо прямо связан со временем и поэтому квантуется, что в конечном счете порождает следующий дискретный ряд: $\tau\div 1/4,\ 1/16,\ 1/36,\ 1/64,\ \ldots$

2. Параметр τ и его временной аспект

Добавляя к точке $\tilde{\alpha}$ в обычном (трехмерном) кубе $I^3_{1/4}$ «температурную» переменную τ, получим неравномерную решетку. Обозначим точки на четырехмерном гиперкубе $I^4_{1/4}$, у которого каждая из координат принимает один и тот же дискретный ряд значений: $1/4,\ 1/16,\ 1/36,\ 1/64,\ \ldots,\ 1/4n^2,\ \ldots$, через $\tilde{\alpha}=(\tilde{\alpha},\tau)=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\tau)$. Благодаря наличию обобщенных соотношений неопределенности в термодинамике (ОСНТ) [16, 18] имеем:

$$\Delta\frac{1}{T}\geq\frac{k}{\Delta U}+\alpha'\frac{1}{T_p^2}\frac{\Delta U}{k}+\ldots,$$

где k - постоянная Больцмана, T - температура ансамбля, U - его внутренняя энергия, параметр τ имеет двойственную природу - «температурную» и «временную». Прямым следствием последнего неравенства является существование «максимальной» температуры $T_{\max}$, которая обратно пропорциональна «минимальному» времени $t_{\min}\sim t_p$ [16, 18]:

$$T_{\max}=\frac{\hbar}{2\sqrt{\alpha' t_p k}}=\frac{\hbar}{\Delta t_{\min}k}.$$

Представление о $t_{\min}$ возникает и в обобщенной квантовой механике для пары «энергия - время» [16, 17]:

$$\Delta t\geq\frac{\hbar}{\Delta E}+\alpha' t_p^2\frac{\Delta E}{\hbar}.$$

Таким образом, $T_{\max}$ связывает в единое целое ОСН и ОСНТ [18]:

$$\begin{cases}\Delta x\geq\dfrac{\hbar}{\Delta p}+\alpha' L_p^2\dfrac{\Delta p}{\hbar}+\ldots,\\[2ex]\Delta t\geq\dfrac{\hbar}{\Delta E}+\alpha' t_p^2\dfrac{\Delta E}{\hbar}+\ldots,\\[2ex]\Delta\dfrac{1}{T}\geq\dfrac{k}{\Delta U}+\alpha'\dfrac{1}{T_p^2}\dfrac{\Delta U}{k}+\ldots.\end{cases}$$

Термодинамическая величина $T_{\max}$ (ОСНТ) СООТНОСИТСЯ С квантово-механической величиной $E_{\max}$ (GUR) [18]: $T_{\max}=E_{\max}/k$.

Физический смысл величины $t_{\min}\sim 1/T_{\max}$ - это минимальное время, за которое в энергетическом спектре любой физической системы могут быть зафиксированы какие-либо изменения. В начальных точках l_{min} и T_{max} следы квантово-механической и статистической планковских матриц плотности $\rho(\alpha)$ и $\rho_{stat}(\tau)$ являются комплексными и определены только с $2l_{min}$ и $T^*_{max} = T_{max}/2$ [18]. Это соответствует одной и той же временной точке, равной $t^*_{min} = 2t_{min} \sim t_p$. Об этом результате для КМФД уже было сказано в предыдущем разделе.

Таким образом, дискретный ряд l^*_{min}, $2l^*_{min}$, ... порождает в КМФД дискретный временной ряд t^*_{min}, $2t^*_{min}$, ..., которому благодаря ОСНТ соответствует дискретный температурный ряд $T^*_{max} = T_{max}/2$, ...

Из этого следует, что «температурная шкала» τ может быть интерпретирована как «временная шкала» $\tau = l^2_{min}$. В обоих случаях появляется ряд с одним и тем же дискретным набором значений параметра τ:$\tau\div$ 1/4, 1/16, 1/36, 1/64, ..., $1/4n^2$, ... С учетом квантования времени в КМФД можно, используя ОСНТ, прийти к квантованию температуры в обобщенной статистической механике.

3. Квантовая теория на решетке в гиперкубе

Обозначим через $Lat_{\tilde{\alpha}}$ решетку в кубе $I^3_{1/4}$, образованную точками $\tilde{\alpha}$, и через Lat^{τ}_{α} - решетку в гиперкубе $I^4_{1/4}$, образованную точками $\tilde{\alpha}_{\tau} = (\tilde{\alpha}, \tau)$. Можно определить любую квантовую теорию на указанной решетке в гиперкубе, для чего нужно от формулировки по фон Нейману перейти к формулировке по Шредингеру.

Напомним основное определение [11, 12] (с заменой α на $\tilde{\alpha}$).

Определение 1′. (Квантовая механика с фундаментальной длиной [картина Шредингера].)

Прообразом квантовомеханической волновой функции (прообразом чистого состояния с $\psi(q)$, $\int|\psi(q)|^2 dq = 1$) в КМФД будет $\psi(\tilde{\alpha}, q) = \theta(\tilde{\alpha})\psi(q)$. Параметр деформации $\tilde{\alpha} \in I^3_{1/4}$ имеет свойство $|\theta(\tilde{\alpha})|^2 < 1$, $\lim\limits_{|\tilde{\alpha}|\to 0}|\theta(\tilde{\alpha})|^2 = 1$ и удовлетворяет соотношению

$$|\theta(\alpha_i)|^2 - |\theta(\alpha_i)|^4 \approx \alpha_i. \qquad (2)$$

Полная вероятность всегда меньше единицы: $p(\tilde{\alpha}) = |\theta(\tilde{\alpha})|^2 = \int|\theta(\tilde{\alpha})|^2|\psi(q)|^2 dq < 1$ и стремится к 1, когда $\|\tilde{\alpha}\| \to 0$. В общем случае произвольного нормированного состояния в КМФД (прообраз смешанного состояния) $\psi = \psi(\tilde{\alpha}, q) = \sum\limits_2 a_n\theta_n(\tilde{\alpha})\psi_n(q)$, $\sum\limits_n |a_n|^2 = 1$, полная вероятность $p(\tilde{\alpha}) = \sum |a_n|^2 |\theta_n(\tilde{\alpha})|^2 < 1$ и $\lim\limits_{\|\tilde{\alpha}\|\to 0} = 1$.

Уравнение Шредингера в КМФД деформируется и заменяется уравнением

$$\frac{\partial\psi(\tilde{\alpha}, q)}{\partial t} = \frac{\partial[\theta(\tilde{\alpha})\psi(q)]}{\partial t} = \frac{\partial\theta(\tilde{\alpha})}{\partial t}\psi(q) + \theta(\tilde{\alpha})\frac{\partial\psi(q)}{\partial t}.$$

Второе слагаемое в правой части порождает уравнение Шредингера, так как

$$\theta(\tilde{\alpha})\frac{\partial\psi(q)}{\partial t} = \frac{-i\theta(\tilde{\alpha})}{\hbar}H\dot{\psi}(q),$$ где H - гамильтониан.

Первое слагаемое добавляется аналогично тому, как оно появляется в деформированном уравнении Лиувилля, исчезая при $\theta[\tilde{\alpha}(t)] \approx \text{const}$. В частности, это имеет место в низкоэнергетическом пределе в КМ, когда $\|\tilde{\alpha}\| \to 0$. Отметим, что теория, о которой идет речь, не имеет свойства обратимости во времени, так как слагаемое $\theta(\tilde{\alpha})\psi(q)$ нарушает его в деформированном уравнении Шредингера. Обратимость во времени сохраняется только в низкоэнергетическом пределе, когда уравнение Шредингера имеет силу.

В определении $1'$ q - координата точки в трехмерном пространстве. Как было показано в [9-12], для планковской матрицы плотности существует экспоненциальный анзац, удовлетворяющий формуле 1 в определении 1:

$$\rho^*(\alpha) = \sum_i \omega_i \exp(-\alpha)|i><i|, \tag{3}$$

где все $\omega_i>0$ не зависят от α и их сумма равна 1. Таким образом, $Sp[\rho^*(\alpha)]=\exp(-\alpha)$. В импульсном представлении $\alpha = p^2/p^2_{\max}$, $p_{\max} \sim p_{pl}$, где p_{pl} - планковский импульс. В произвольном матричном элементе $\exp(-\alpha)$ демпфирует вклад «больших» импульсов в теории возмущений.

По каждой из координат q_i экспоненциальный анзац, модуль которого равен $\exp(-\alpha_i/2)$, дает вклад в деформированную волновую функцию $\psi(\tilde{\alpha}, q)$ и, очевидно, такой же - в сопряженную функцию $\psi^*(\tilde{\alpha}, q)$. Для экспоненциального анзаца можно записать $\psi(\tilde{\alpha}, q) = \theta(\tilde{\alpha})\psi(q)$, где $|\theta(\tilde{\alpha})| = \exp(-\sum_i \alpha_i/2)$. Как отмечалось выше, в импульсном представлении последняя экспонента имеет вид $\exp\left(-\sum p_i^2/2p^2_{\max}\right)$ и устраняет ультрафиолетовые расходимости в теории.

Среди очевидных свойств нового малого параметра $\tilde{\alpha}$ отметим следующие:

1) безразмерность; 2) изменение в конечном нтервале $0<\alpha_i\leq 1/4$. (На привычных масштабах он действительно очень мал: $\alpha \sim 10^{-66=2n}$, где 10^{-n} - масштаб измерения.); 3) включение в свое определение фундаментальных констант (по определению 1 $\alpha_i = l^2_{\min}/x_i^2$, где $l^2_{\min} \sim l^2_{pl} = G\hbar/c^3$).

Возможность разложения в ряд по α_i очень важна, так как все полевые компоненты и, следовательно, лагранжиан зависят от $\tilde{\alpha}$, т. е. $\psi=\psi(\tilde{\alpha})$, $L=L(\tilde{\alpha})$. Поэтому квантовую теорию можно рассматривать как теорию на решетке $Lat_{\tilde{\alpha}}$, так и на решетке Lat^{τ}_{α}.

Квантовая теория поля (КТП) с высокой степенью точности будет справедлива для энергий намного меньше планковских значений.

В решетке Lat^{τ}_{α} шаг уменьшается обратно пропорционально квадрату номера соответствующего узла N. И для достаточно большого $N>N_0$ ребро решетки, начинающееся в узле $\ell_{N,\,N+1}$, будет иметь длину $\ell_{N,\,N+1} \sim 1/4N_3$ [9-12]. Следовательно, длины ребер решетки быстро уменьшаются с номером шага. В крупномасштабном пределе это приводит с любой наперед заданной точностью к параметру $\alpha=0$ и в конечном итоге - к КТП. Таким образом, теория на описанной решетке - деформация исходной (непрерывной) ее формулировки. Непрерывность в рамках данного подхода имеет точность $=10^{-66=2n}$; планковский масштаб $\sim 10^{-33}$ см. Решетку Lat^{τ}_{α} можно интерпретировать как деформацию пространственного континуума с параметром, равным изменяющейся длине ребра $\ell_{\alpha^1_{\tau_1},\,\alpha^2_{\tau_2}}$, где $\alpha^1_{\tau_1}$ и $\alpha^2_{\tau_2}$ - две соседние точки на решетке $Lat^{\tau}_{\tilde{\alpha}}$. Известные теории ($\varphi^4$, КЭД, КХД и др.) можно переформулировать на описанной решетке. Два замечания:

1) переход к высоким энергиям (ультрафиолетовое поведение) - это переход от описания теории на части решетки с большими номерами узлов к части решетки, которая имеет малые номера узлов;

2) нахождение квантовых поправок по основному параметру деформации $\tilde{\alpha}$ соответствует разложению в степенной ряд по α_i. В частности, в простейшем случае (определение 1′) при разложении левой части соотношения имеем: $\left|\theta(\alpha_i)\right|^2 - \left|\theta(\alpha_i)\right|^4 = \alpha_i + a_0\alpha_i^2 + a_1\alpha_i^3 + \ldots$.

Такой подход к вычислению квантовых поправок может быть применен в формализме планковской матрицы плотности (определение 1). Тогда соотношение (1) может быть переписано в виде ряда:

$$Sp\left[\rho(\alpha)\right] - Sp^2\left[\rho(\alpha)\right] = \alpha + a_0\alpha^2 + a_1\alpha^3 + \ldots.$$

Измерительная процедура, использующая (3), может быть интерпретирована как вычисление коэффициентов a_0, a_1, ... или как определение дополнительных членов в экспоненте, «обнуляющих» a_0, a_1, ... Легко проверить, что экспоненциальный анзац дает a_0=-3/2, и это совпадает с коэффициентом логарифмической поправки квантовой энтропии черной дыры [21].

Квантовую теорию рассматривают при нулевой температуре, что соответствует вложению трехмерной решетки $Lat_{\tilde{\alpha}}$ в четырехмерную $Lat_{\tilde{\alpha}}^{\tau}(Lat_{\tilde{\alpha}} \subset Lat_{\tilde{\alpha}}^{\tau})$ и куба $I_{1/4}^3$ в гиперкуб $I_{1/4}^4$ в качестве грани, заданной уравнением τ=0. В общем случае важными могут оказаться точки с ненулевым значением τ, так как возможно возникновение отличной от нуля температуры, соответствующей очень малому, но не равному нулю значению параметра τ. Например, в КХД на обычной решетке [22] существует критическая температура T_c такая, что при $T<T_c$ возникает фаза конфайнмента, а при $T<T_c$ возникает деконфайнмент.

Критической температуре соответствует «критический» параметр $\tau_c = T_c^2 / T_{\max}^2$ и выделенная ненулевая грань в гиперкубе, задаваемая уравнением $\tau=\tau_c>0$.

* * *

Нами предлагается унифицированный подход для исследования квантовых теорий на решетке, связанной с введением нового безразмерного малого параметра (параметра деформации) $\tilde{\alpha}_\tau \in Lat_{\tilde{\alpha}}^{\tau}$, зависящего от всех фундаментальных констант - G, c, $\hbar$, k.

Таким образом, решетки $Lat_{\tilde{\alpha}}$ и $Lat_{\tilde{\alpha}}^{\tau}$ могут стать некоторым универсальным стендом для изучения различных квантовых теорий. В связи с этим интересно:

а) дать описание множества симметрии этих решеток;

б) найти для известных физических теорий (φ_4, КЭД, КХД и др.) выделенные (особые) точки (фазовые переходы, различные нарушения симметрии и т. д.) на указанных решетках. Решение этих проблем может оказать заметное влияние на отыскание формулировки квантовой теории для планковских масштабов.

1. Heisenberg W. // Zeitsch. fur Phys. 1927. Vol. 43. P. 172.
2. Ahluwalia D. V. // Phys. Lett. B. 1994. Vol. 339. P. 301; Kempf A. et. al // Phys. Rev. D. 1995. Vol. 52. P. 1108.
3. Ahluwalia D. V. // Phys. Lett. A. 2000. Vol. 275. P. 31; Mod. Phys. Lett. A. 2002. Vol. 17. P. 1135.
4. Adler R.J., Santiago D.I. // Mod. Phys. Lett. A. 1999. Vol. 14. P. 1371.
5. Фаддеев Л.Д. // Природа. 1989. Т. 5. С. 11.
6. Maggiore M. // Phys. Lett. B. 1993. Vol. 319. P. 83.
7. Maggiore M. // Phys. Rev. D. 1994. Vol. 49. P. 5182.
8. Capozziello S. et al. // Int. J. Theor. Phys. 2000. Vol. 39. P. 15.

9. Shalyt-Margolin A.E. // gr-qc/0207074. 10.Shalyt-Margolin A.E., Tregubovich A. Y a. // gr-qc/0207068.

11. Shalyt-Margolin A.E., Suarez J.G. // gr-qc/0211083; // gr-qc/0302119; // Int. J. of Mod. Phys. D. 2003. Vol. 12. P. 1265.

12. Shalyt-Margolin A.E. // gr-qc/0307096; // hep-th/0309121; // Mod. Phys. Lett. A. 2004. Vol. 19. P. 391.

13. Hawking S. // Phys. Rev. D. 1976. Vol. 14.2460.

14. Giddings S. // hep-th/9508151.

15. Strominger A. // hep-th/9501071.

16. Shalyt-Margolin A.E., Tregubovich A. Ya. //gr-qc/0204078; //gr-qc/0307018.

17. Shalyt-Margolin A.E. // gr-qc/0307057.

18. Shalyt-Margolin A.E., Tregubovich A. Y a. // Mod. Phys. Lett. A. 2004. Vol. 19. P. 71.

19. Grosse H. Models in Statistical Physics and Quantum Field Theory. 1988.

20. Itzykson C, Drouffe J.-M. Statistical Field Theory. Cambridge, 1991. Vol. 1, 2.

21. Majumdar P. // hep-th/0110198; Das S. et al. // hep-th/OI 11001; Vagenas E. C. // Phys. Lett. B. 2002. Vol. 533. P. 302.

22. Di Giacommo A. // hep-lat/0310023.

Поступила в редакцию 15.11.2004.

Василий Иванович Стражев - доктор физико-математических наук, профессор, ректор БГУ, заведующий лабораторией квантовой теории поля Национального научно-учебного центра физи-ки частиц и высоких энергий БГУ.

Александр Эммануилович Шальт-Марголин - кандидат физико-математических наук, ве-дущий научный сотрудник лаборатории квантовой теории поля Национального научно-учебного центра физики частиц и высоких энергий БГУ.