

УДК 535.34

А.А. АФАНАСЬЕВ, А.М. УРБАНОВИЧ

ЧАСТОТНО НЕВЫРОЖДЕННОЕ ДВУХВОЛНОВОЕ СМЕШЕНИЕ ИМПУЛЬСОВ СВЕТА В КУБИЧЕСКИХ СРЕДАХ С МОЛЕКУЛЯРНЫМИ ЛИБРАЦИЯМИ

In this work we have investigated the frequency nondegenerate co-directional two-wave mixing (TWM) process of ultrashort pulses in cubic media under simultaneous observation of orientational Kerr effect and molecular librations. We have obtained equation describing the TWM-process and made their solution for thin media.

Как известно [1], при стационарном вырожденном двухволновом смешении (ДВС) в средах с кубической нелинейностью невозможна перекачка энергии от сильного светового импульса к слабому вследствие отсутствия фазового сдвига Ψ между интерференционной картиной поля и решеткой модуляции показателя преломления среды. Однако в случае взаимодействия импульсов различных частот или с длительностью, сравнимой с временем релаксационных процессов в среде, решетка не успевает «следить» за изменением поля и возможна перекачка энергии от сильного импульса к слабому, т. е. возможен эффект нестационарного энергообмена (НЭО) даже при наличии вырождения.

Этот эффект между встречными импульсами света в средах с нелинейной кубической восприимчивостью $\chi^{(3)}$ рассматривался в [2-4]. В работах [5-10] проведено теоретическое исследование встречного вырожденного по частоте ДВС ультракоротких импульсов в керровских средах, изучен эффект НЭО и компрессия импульсов, обусловленные перекачкой энергии с заднего фронта одного импульса на передний фронт другого, в результате чего наблюдается деформация импульсов, сопряжающаяся обострением их фронтов. Следует отметить, что в данном случае НЭО возникает даже для входных импульсов одинаковой амплитуды. В [9, 10] учтены либрации молекул [11, 12] и показано, что характер НЭО и компрессии импульсов существенно зависят от соотноше-

ния вкладов в показатель преломления ориентационного и либрационного эффектов Керра, а также от частоты либрации ω_l . При оптимальных значениях этих параметров достижимо десятикратное сжатие импульсов.

В данной работе проведено исследование невырожденного ДВС попутных импульсов света в кубических средах с учетом молекулярных либрации.

1. Вывод уравнений связанных волн

Поле в среде представим в виде двух попутных линейно поляризованных импульсов

$$E_j = E_j \exp i(k_j z - \omega_j t) + k. c., \quad j = 1, 2,$$

где $E_j(z, t)$ - медленно изменяющиеся амплитуды, ω_j и $k_j = (\omega_j/c)n_0$ - частоты и волновые числа импульсов соответственно, n_0 - показатель преломления среды.

Вклады в показатель преломления ориентационного эффекта δn_0 и эффекта молекулярных либрации δn_l описываются уравнениями [10]:

$$t_0 \frac{d\delta n_0}{dt} + \delta n_0 = n_{20} |E|^2, \quad (1)$$

$$t_l^2 \frac{d^2 \delta n_l}{dt^2} + t_r \frac{d\delta n_l}{dt} + \delta n_l = n_{2l} |E|^2, \quad (2)$$

где t_0 и t_r - время релаксации ориентационного и либрационного керровских откликов, $t_l = 2\pi/\omega_l$ - период либрации, n_{20} и n_{2l} - постоянные, учитывающие вклад в изменение показателя преломления каждого эффекта соответственно, $|E| = |E_1 + E_2|$.

Решения уравнений (1) и (2) имеют вид:

$$\delta n_0 = \frac{n_{20}}{t_0} \int_{-\infty}^t |E|^2 \exp\left(-\frac{t-t'}{t_0}\right) dt', \quad (3)$$

$$\delta n_l = \frac{2n_{2l}}{t_r b} \int_{-\infty}^t |E|^2 \exp\left(-\frac{\gamma(t-t')}{2t_l}\right) \text{sh}\left(\frac{\gamma b}{2t_l}(t-t')\right) dt', \quad (4)$$

где $b = \sqrt{1 - 4/\gamma^2}$, $\gamma = t_r/t_l$. В соответствии с (3) и (4) поляризацию P для взаимодействующих импульсов представим в виде

$$P = \frac{n_0}{2\pi} (\delta n_l + \delta n_0) [E_1 \exp(i(k_1 z - \omega_1 t)) + E_2 \exp(i(k_2 z - \omega_2 t)) + k. c.]. \quad (5)$$

Используя стандартную методику [10], из волнового уравнения для светового поля с учетом (3-5) получим укороченные уравнения для взаимодействующих импульсов:

$$\begin{aligned} \frac{dE_1}{dz} + \frac{1}{v} \frac{dE_1}{dt} = i\mu \left(E_1 \int_0^t G(t-t') (|E_1|^2 + |E_2|^2) dt' + \right. \\ \left. + E_2 \int_0^t G(t-t') E_1 E_2^* \exp[-i\Omega(t-t')] dt' \right), \end{aligned} \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} \frac{dE_2}{dz} + \frac{1}{v} \frac{dE_2}{dt} = i\mu \left(E_2 \int_0^t G(t-t') (|E_1|^2 + |E_2|^2) dt' + \right. \\ \left. + E_1 \int_0^t G(t-t') E_2 E_1^* \exp[i\Omega(t-t')] dt' \right), \end{aligned} \quad (6b)$$

где v - скорость света в среде, $\Omega = \omega_2 - \omega_1$ - частотная расстройка, $G(t-t') = G_0(t-t') + G_l(t-t')$ - ядро интеграла, учитывающее вклады в энергообмен ориентационного и либрационного механизмов соответственно;

$$G_0(t-t') = \exp[-(t-t')/t_0], \quad (7)$$

$$G_t(t-t') = 2v\eta \begin{cases} \frac{1}{b} \exp(-a(t-t') \operatorname{sh}[ab(t-t')]) & \text{при } \gamma \geq 2, \\ \frac{1}{|b|} \exp(-a(t-t') \sin[a|b|(t-t')]) & \text{при } \gamma < 2, \\ -a(t-t') \exp[a(t-t')] & \text{при } \gamma = 2, \end{cases} \quad (8)$$

где $\eta = \frac{n_{2l}}{n_{20}}$, $v = \frac{t_0}{t_r}$, $a = \frac{\gamma}{2t_l}$, $\mu = \frac{kn_{20}}{n_0 t_0}$, $k_1 \approx k_2 = k$.

Уравнения (6) описывают попутное невырожденное ДВС в кубических средах с учетом либрации молекул.

2. Стационарный режим ДВС

В стационарном случае (при $t \rightarrow \infty$) уравнения (6) можно преобразовать к виду

$$\frac{dI_1}{dz} = (g_0 + g_l) I_1 I_2, \quad \frac{dI_2}{dz} = -(g_0 + g_l) I_1 I_2, \quad (9)$$

где

$$g_0 = \frac{2kn_{20}\Omega t_0}{n_0(1 + \Omega^2 t_0^2)}, \quad g_l = \frac{2kn_{2l}\Omega t_r}{n_0[(1 - \Omega^2 t_l^2)^2 + t_r^2 \Omega^2]} \quad (10)$$

- стационарные коэффициенты усиления, обусловленные ориентационным и либрационным вкладами соответственно; $I_j = |E_j|^2$ - интенсивность j -го импульса ($0=1, 2$).

Из (10) видно, что частотная зависимость $g_0(\Omega)$ имеет экстремумы при $\Omega = \pm(1/t_0)$ и, как известно [13], при $n_{20} > 0$ усиление слабого импульса происходит в стоксовой, а при $n_{20} < 0$ - в антистоксовой областях. Положение экстремумов функции $g_l(\Omega)$ определяется выражением

$$\Omega = \pm \frac{\gamma^2}{\sqrt{6} t_r} \sqrt{\frac{2}{\gamma^2} - 1 + \sqrt{\left(\frac{2}{\gamma^2} - 1\right)^2 + \frac{12}{\gamma^4}}}.$$

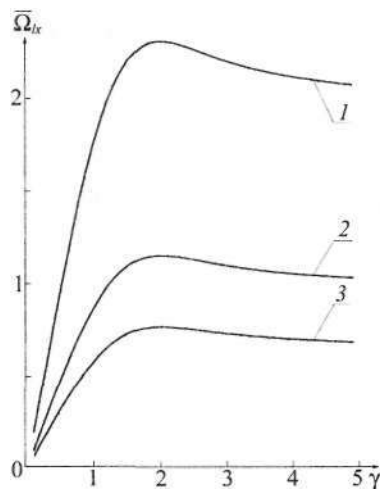


Рис. 1. Зависимость нормированной величины $\bar{Q}_x$ от $\bar{\Omega}$ при различных значениях T_r : 1 - 0,5; 2 - 1; 3 - 1,5

На рис. 1 изображена зависимость нормированной величины $\bar{Q}_x = Q_x t_0$ от $\bar{\Omega}$ при различных значениях $T_r = t_r/t_0$. Из рисунка видно, что максимум функции $\bar{Q}_x(\bar{\Omega})$ незначительно сдвигается в сторону больших $\bar{\Omega}$ с уменьшением времени релаксации либрации t_r . В случаях $n_{20} > 0$ и $n_{2l} > 0$ импульс E_2 усиливается за счет перекачки энергии из E_1 , если $\Omega < 0$, т. е. частота импульса E_2 должна быть сдвинута в стоксовую область относительно E_1 . Зависимости нормированных коэффициентов усиления $\bar{g}_0(\bar{\Omega}) = g_0 n_0 / (2kn_{20})$ и $\bar{g}_l(\bar{\Omega}) = g_l n_0 / (2kn_{2l})$ от нормированной частоты $\bar{\Omega} = \Omega t_0$ приведены на рис. 2 для различных величин $T_r = t_r/t_0$ и $T_l = t_l/t_0$.

Из рис. 2 а, б видно, что максимум $\bar{g}_0(\bar{\Omega})$ равен 1/2 и достигается при $\bar{\Omega} = -1$. С ростом безразмерного времени релаксации либрации T_r их удельный вклад уменьшается (сравним кривые 1 и 2). Варьируя значения периода либрации T_l и T_r , легко определить диапазон частотных расстройок, где либрационный коэф-

коэффициент усиления значительно превосходит ориентационный. На рис. 2 б приведены зависимости $\bar{g}_0(\bar{\Omega})$ (кривые 3) и $\bar{g}_l(\bar{\Omega})$ (кривые 1, 2) для случая, когда $t=t_0$. Видно, что $\bar{g}_l$ в определенной узкой области частотных расстройок имеет максимум, в 4 раза превосходящий максимальное значение g_0 . Этот результат может быть использован в эксперименте для изучения либрационных движений молекул и нахождения либрационных констант.

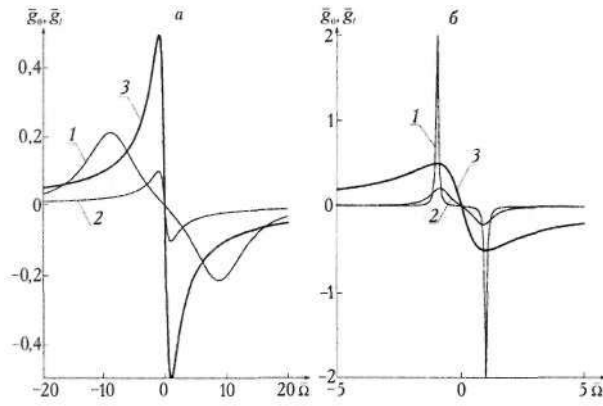


Рис. 2. Зависимость нормированных коэффициентов усиления $\bar{g}_l(\bar{\Omega})$ (кривые 1, 2) и $\bar{g}_0(\bar{\Omega})$ (кривая 3): а) $T_l=0,1$; б) $T_l=1$. Кривые 1 соответствуют значению $T_l=0,1$; кривые 2 – $T_l=1$

Решения уравнений (9) имеют вид:

$$I_1 = \frac{I_1^0 + I_2^0}{1 + \frac{I_2^0}{I_1^0} \exp[-(g_0 + g_l)(I_1^0 + I_2^0)z]}, \quad I_2 = \frac{I_1^0 + I_2^0}{1 + \frac{I_1^0}{I_2^0} \exp[(g_0 + g_l)(I_1^0 + I_2^0)z]}, \quad (11)$$

где $I_i^0 = I_i(z=0)$ – входные интенсивности импульсов. Выражения (11) переходят в известные решения, полученные в работе [1], при $g_l=0$.

Очевидно, что при $\Omega < 0$ и $n_{20} \geq 0$ по мере распространения излучения происходит ослабление импульса E_1 и усиление E_2 за счет перекачки энергии от E_1 к E_2 .

3. Нестационарный режим ДВС в поле заданной интенсивности импульса накачки прямоугольной формы

Рассмотрим случай, когда амплитуды импульсов существенно различны: $|E_1| \gg |E_2|$. Тогда в приближении заданной интенсивности мощного импульса уравнение (6 а) приобретет более простой вид

$$\frac{dE_1}{dz} + \frac{1}{v} \frac{dE_1}{dt} = i\mu E_1 \int_0^t G(t-t') |E_1|^2 dt'. \quad (12)$$

Пусть импульсы E_1 и E_2 на входе в среду ($z=0$) имеют форму полубесконечных ступенек

$$E_j(0, t) = \begin{cases} E_{j0}, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases}$$

В тонкой среде, когда время прохода излучения по ней значительно меньше всех характерных значений t_r , t_0 , t_l , в уравнении (12) можно опустить временную производную и его решение записать в виде

$$E_1(z, t) = E_{10} \exp[i\mu A(t) |E_{10}|^2 z],$$

где $A(t) = t_0 [1 - \exp(-t/t_0)] + \eta v B$,

$$B = \begin{cases} \frac{1}{b} \left(\frac{1 - \exp(-\lambda_- t)}{\lambda_-} - \frac{1 - \exp(-\lambda_+ t)}{\lambda_+} \right) & \text{при } \gamma \geq 2, \\ \frac{2}{1 + |b|^2} \frac{|b| - (\sin a |b| t + |b| \cos a |b| t) \exp(-at)}{ab_0} & \text{при } \gamma \leq 2, \\ \frac{2(1 - (1 + at) \exp(-at))}{a} & \text{при } \gamma = 2, \end{cases}$$

$\lambda_{\pm}=a(1\pm b)$. В этом случае с помощью замены $E_2(z, t)=\varepsilon_2(z, t)\exp[i\mu A(t)|E_{10}|^2 z]$ уравнение (6 б) принимает вид

$$\frac{\partial \varepsilon_2}{\partial z} = i\mu |E_{10}|^2 \int_0^t G(t-t') \varepsilon_2 \exp[i\Omega(t-t')] dt'. \quad (13)$$

Будем искать решение уравнения (13) методом последовательных приближений. Представим $\varepsilon_2(z, t)$ в виде ряда по степеням z

$$\varepsilon_2(z, t) = E_{20} [1 + a_1(t)z + \dots]. \quad (14)$$

Подставляя (14) в (13), находим, что

$$a_1(t) = i\mu |E_{10}|^2 \int_0^t G(t-t') \exp(i\Omega(t-t')) dt' \quad (15)$$

и соответственно

$$\varepsilon_2(z, t) \approx E_{20}(t) \left\{ 1 + i\mu z |E_{10}|^2 \int_0^t G(t-t') \exp[i\Omega(t-t')] dt' \right\}. \quad (16)$$

Из (16) с учетом (7), (8) при $\gamma \geq 2$ для интенсивности слабого импульса легко получить

$$|E_2(z, t)|^2 \approx |E_{20}|^2 \{1 - [g_0(t) + g_t(t)] |E_{10}|^2 z\}, \quad (17)$$

где

$$g_0(t) = \frac{2kn_{20}}{n_0 t_0} f\left(\Omega, \frac{1}{t_0}, t\right), \quad (18)$$

$$g_t(t) = \frac{2kn_{2t}}{n_0 t_0 b} [f(\Omega, \lambda_-, t) - f(\Omega, \lambda_+, t)], \quad (19)$$

$$f(x, y, t) = \frac{x - (x \cos xt + y \sin xt) \exp(-yt)}{y^2 + x^2}. \quad (20)$$

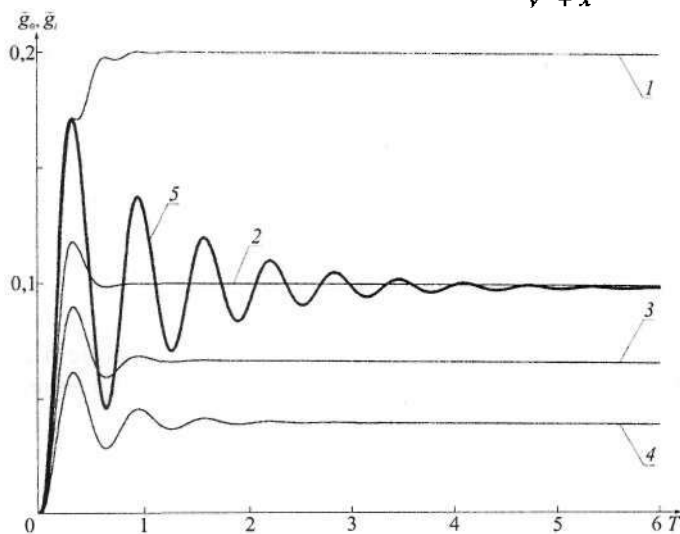


Рис. 3. Временная зависимость нестационарных нормированных коэффициентов усиления $\bar{g}_t(T)$ (кривые 1-4) и $\bar{g}_0(T)$ (кривая 5) для $\bar{\Omega}=10$; $T_0=0,1$ при различных значениях γ : 1 - 1; 2 - 2; 3 - 3; 4 - 5

Так же легко может быть найдена интенсивность слабого импульса $|E_2(z, t)|^2$ и при других значениях γ .

Зависимость нормированных коэффициентов усиления $\bar{g}_0(T) = g_0(t)n_0/(2kn_{20})$ и $\bar{g}_t(T) = g_t(t)n_0/(2kn_{2t})$ от времени $T=t/t_0$ приведена на рис. 3. Из рисунка видно,

Заметим, что в случае вырожденно-го взаимодействия импульсов, когда $\Omega=0$, слагаемое, линейное по z (в 17), равно нулю и необходимо учитывать член разложения в (14), пропорциональный z^2 .

Из (18-20) следует, что при $t \rightarrow \infty$ величины $g_0(t)$ и $g_t(t)$, имеющие смысл нестационарных коэффициентов усиления, переходят в стационарные, определяемые формулами (10).

что начальная часть кривых представляет собой периодические колебания, затухающие со временем и стремящиеся к стационарным значениям, соответствующим показанным на рис. 2. При $\gamma < 2$ либрационный вклад превышает ориентационный. С увеличением времени релаксации либрации их роль в усилении слабого импульса уменьшается относительно ориентационного.

В данной работе проведено теоретическое исследование процесса попутного ДВС в кубических средах с учетом молекулярных либрации. Получены уравнения связанных волн, описывающие попутное ДВС. Рассмотрено явление энергообмена между световыми импульсами, приводящее к усилению одного из них. В случае, когда интенсивность одного из импульсов много больше интенсивности второго, с помощью метода последовательных приближений получены выражения, описывающие изменение интенсивности слабого импульса и определяющие ориентационный и либрационный коэффициенты усиления. Проведено компьютерное моделирование полученных выражений, построены зависимости коэффициентов усиления от времени и от частотной расстройки Ω между импульсами. Показано, что в некоторой области частотных расстроек усиление за счет либрации преобладает над ориентационным. С увеличением времени релаксации либрации вклад последних в усиление слабого импульса уменьшается относительно ориентационного.

1. Винецкий В.Л., Кухтарев Н.В., Одулов С.Г., Соскин М.С. // УФН. 1979. Т. 29. Вып. 1. С. 113.
2. Yeh P. // IEEE J. QE-25. 1989. № 3. Р. 484.
3. Чабан А.А. // ЖЭТФ. 1969. Т. 57. Вып. 4(10). С. 1387.
4. Mack M.E. // Appl. Phys. Lett. 1968. Vol. 12. Р. 329.
5. Afanas'ev A.A., Gubar N.B., Samson B.A. et al. // ICONO'95. 1995. Vol. 1. Р. 164.
6. Idem. // SPIE. 1995. Vol. 2800. Р. 232.
7. Apanasevich A.P., Afanas'ev A.A., Gubar N.B., Urbanovich A.I. // Laser Phys. 1996. Vol. 6. № 6. Р. 1050.
8. Губарь Н.Б. // ЖПС. 1997. Т. 64. № 6. С. 841.
9. Афанасьев А.А., Губарь Н.Б., Вакульчик П.А., Урбанович А.И. // Актуальные проблемы информатики: Сб. тр. VI Междунар. конф.: В 3 т. Мн., 1998. Т. 3. С. 585.
10. Афанасьев А.А., Губарь Н.Б., Урбанович А.И. // ЖПС. 2000. Т. 67. № 3. С. 398.
11. Cheung A.C., Rank D.M., Chiao R.Y., Townes C.N. // Phys. Rev. Lett. 1968. Vol. 20. № 15. Р. 786.
12. Cubeddu R., Polloni R., Sacchi C.A., Svelto O. // Phys. Rev. A. 1970. Vol. 2. № 5. Р. 1955.
13. Старунов В. С. // ДАН СССР. 1968. Т. 179. № 1. С. 65.

Поступила в редакцию 02.11.2004.

Анатолий Александрович Афанасьев - член-корреспондент НАН Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор, первый заместитель председателя ВАК Республики Беларусь.

Александр Иосифович Урбанович - кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математической физики.