Модель Леонтьева многоотраслевой экономики

Ярошенко Е. А., студ. V к. БГУ,
науч. рук. Акинфина М. А., канд. физ.-мат. наук, доц.

Экономическая теория включает в себя как необходимый элемент математические методы и модели. Использование математики в экономике позволяет описать наиболее важные, существенные связи экономических переменных и объектов, получать выводы из исходных данных и соотношений, а также новые знания об объекте.

Принцип построения экономической модели следующий.

1. Формулирование предмета и цели исследования.

2. Выделение в исследуемой экономической системе структурных и функциональных элементов, а также наиболее важных качественнх характеристик элементов.

3. Описание взаимосвязи между элементами модели.

4. Введение символических обозначений для характеристики экономического объекта и определение, по возможности, взаимосвязи между ними.

5. Произведение расчетов по модели, анализ полученного по исследуемому вопросу решения.

Все экономико-математические модели можно разделить по признакам: целевого назначения; длительности рассматриваемого периода; цели создания и применения; учета фактора неопределенности; типа математического аппарата.

Практическими задачами моделирования являются анализ экономических объектов, экономическое прогнозирование развития процессов или отдельных его показателей, выработка управленческих решений на всех уровнях управления.

Одной из разновидностей моделей целевого назначения является балансовая модель Леонтьева. Макроэкономика функционирования многоотраслевого хозяйства требует баланса между отдельными отраслями, каждая из которых является одновременно производителем и потребителем. Задача расчета связи между отраслями через выпуск и потребление продукции впервые была сформулирована в виде математической модели в 1936 г. американским экономистом Василием Леонтьевым.

Предположим, что производственный сектор хозяйства разбит на n отраслей (отрасль i, $i = 1,\ldots,n$) (энергетика, машиностроение и т. д.), каждая из которых выпускает некую продукцию за данный промежуток времени (например, за год) в объеме x_i, который называют валовым выпуском.

Часть объема продукции x_i, произведенная i-ой отраслью, используется для собственного производства в объеме x_{ii} , часть — поступает в остальные отрасли $j = 1,...,n$ для потребления при производстве в объемах x_{ij} , и некоторая часть объемом y_i – для потребления в непроизводственной сфере, так называемый объем конечного потребления (личное потребление граждан, удовлетворение общественных потребностей и т. д.).

Введем коэффициенты прямых затрат a_{ij} , которые показывают, сколько единиц продукции i-ой отрасли затрачивается на производство одной единицы продукции в отрасли j. Тогда можно записать, что количество продукции, произведенной в отрасли i в объеме x_{ij} и поступающей для производственных нужд в отрасль j, равно $x_{ii} = a_{ij} x_j$.

Считаем, что коэффициенты прямых затрат a_{ij} постоянны. Тогда получаем следующее соотношение баланса, называемого моделью Леонтьева

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + y_i , i = 1, \dots , n \qquad (1)$$

Т.к. продукция разных отраслей имеет разные измерения, то обычно под такими балансами понимаются стоимостные балансы.

Введя вектор валового выпуска X, матрицу прямых затрат A и вектор конечного потребления Y модель Леонтьева (1) можно записать в матричном виде:

$$X = AX + Y \qquad (2)$$

Матрица $A \geq 0$, у которой все элементы $a_{ij} \geq 0$ (неотрицательны), называется продуктивной матрицей, если существует такой неотрицательный вектор $X \geq 0$, для которого выполняется неравенство $X > AX$.

Модель Леонтьева с продуктивной матрицей A называется продуктивной моделью.

С помощью модели Леонтьева (1) можно выполнить три вида плановых расчетов, при условии соблюдения условия продуктивности матрицы A: определить объемы конечной продукции всех отраслей; определить величины валовой продукции каждой отрасли; найти величины конечной продукции первых отраслей и объемы валовой продукции вторых.

Матрица $B = (E – A)^{-1}$ называется матрицей полных материальных затрат. Ее смысл следует из матричного равенства (2), которое можно записать в виде $X = BY$. Элементы матрицы B показывают, сколько всего необходимо произвести продукции в i-ой отрасли, для выпуска в сферу конечного потребления единицы продукции отрасли j.

Литература

1. Иванилов, Ю. П., Лотов, А. В. Математические модели в экономике. — М.: Наука, 2007.