

ЭФФЕКТЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ ДИФРАКЦИИ В ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ РЕНТГЕНОВСКОМ ИЗЛУЧЕНИИ

Аббас Ахмади^{1, 2)}, И.Д. Феранчук¹⁾

¹⁾Белорусский государственный университет,

пр. Независимости, 4, Минск, Беларусь, e-mail: fer@open.by

²⁾Отдел Малайэра, Исламский Азад Университет, Малайэра, Иран

Проведен детальный анализ характеристик параметрического рентгеновского излучения (ПРИ) от ультрарелятивистских электронов в кристаллах с толщиной, большей длины поглощения фотонов. Показано, что динамические эффекты в дифракции испускаемых квантов существенно влияют на формирование пиков ПРИ. Это проявляется в увеличении интенсивности излучения вследствие эффекта Бормана, высокой степени поляризации испускаемых фотонов и существенной зависимости характеристик ПРИ от энергии электронов.

Введение

Параметрическое рентгеновское излучение (ПРИ) является хорошо известным механизмом когерентного формирования излучения при прохождении заряженной частицы через кристалл [1]. Благодаря высокой спектральной яркости, монохроматичности и возможности плавного изменения частоты излучения ПРИ рассматривается в качестве основы для создания источников рентгеновского излучения со специфическими характеристиками, необходимыми для ряда приложений [2]. Оптимизация параметров источников, основанных на ПРИ рассматривалась во многих работах, однако эти исследования были основаны на простой модели, предложенной в [3] на основе кинематической теории дифракции. В соответствии с этой моделью максимальная интенсивность ПРИ пропорциональна длине поглощения излучения в кристалле. В то же время хорошо известно, что в условиях дифракции длина поглощения существенно увеличивается вследствие эффекта Бормана, что должно приводить к увеличению интенсивности ПРИ. Однако анализ влияния этого эффекта на формирование ПРИ должен проводиться на основе динамической теории дифракции, что и является задачей настоящей работы.

Основная часть

Расчет спектрально-углового распределения интенсивности ПРИ в рамках динамической теории дифракции может быть выполнен на основе общего выражения, которое детально обосновано в [1]:

$$\frac{\partial^2 N_s^g}{\partial \Omega \partial \omega} = \frac{e_0^2}{\hbar \omega \pi^2 c^3} (\vec{e}_{sg} \cdot \vec{n}_g)^2 \beta^2 \times \left| \sum_{\mu=1}^2 \lambda_{\mu s}^g \left[\frac{1}{q_0^g} - \frac{1}{q_{\mu s}^g} \right] (1 - e^{-ikLq_{\mu s}^g/\gamma_0}) \right|^2, \quad (1)$$

Входящие в формулу (1) параметры определены следующим образом:

$$\begin{aligned} q_0^g &= \frac{1}{k_B L_0^g} = g_x^2 + g_y^2 + \theta_s^2 + \frac{m^2 c^4}{E^2}, \\ q_{\mu s}^g &= \frac{1}{k_B L_{\mu s}^g} = g_x^2 + g_y^2 + \theta_s^2 + \frac{m^2 c^4}{E^2} - 2\varepsilon_{\mu s}, \\ \lambda_{l(2)s}^g &= \frac{c_s \chi_g}{2(\varepsilon_{2(1)s} - \varepsilon_{l(2)s})}, \quad s = \sigma, \pi \\ \vec{k}_{\mu s} &= \vec{k} + \frac{\omega}{c} \frac{\varepsilon_{\mu s}}{\gamma_0} \vec{N}, \quad \varepsilon_{\mu s} \ll 1, \\ \varepsilon_{\mu s} &= \frac{1}{4} \{ [\chi_0(1 + \beta) - \beta \alpha_B] \pm \\ &\quad \sqrt{[\chi_0(1 + \beta) - \beta \alpha_B]^2 + 4\beta[\chi_0 \alpha_B - (\chi_0^2 - c_s^2 \chi_g \chi_{-g})]} \}, \\ \Delta_s &= \chi_0^2 - c_s^2 \chi_g \chi_{-g}, \\ \alpha_B &= \frac{2\vec{k} \cdot \vec{g} + g^2}{k^2}, \quad \beta = \frac{\gamma_0}{\gamma_g}, \\ \gamma_0 &= \frac{\vec{k}_0 \cdot \vec{N}}{k_0}, \quad \gamma_g = \frac{\vec{k}_g \cdot \vec{N}}{k_g}, \\ c_\sigma &= 1, \quad c_\pi = \cos(2\theta_B), \\ \vec{e}_{\sigma s} &= \frac{1}{k_B} [\vec{k} \times \vec{n}_g], \quad \vec{e}_{\pi s} = [\vec{e}_{\sigma s} \times \vec{n}_g], \\ \vec{k} &= \vec{k}_B + \vec{u}, \quad g_{x,y} = \frac{u_{x,y}}{k_B}, \quad k = \frac{\omega}{c}, \\ \vec{k}_B &= \vec{k}_0 + \vec{g}, \quad \omega_B = c \frac{g^2}{2|g_z|}. \end{aligned} \quad (2)$$

Система координат для описания углового распределения в случае Лауэ показана на рис. 1.

В этих соотношениях можно выполнить интегрирование по частотам испускаемых фотонов в узком интервале вблизи основной частоты ПРИ [3] и получить следующее выражение для углового распределения интенсивности в пике ПРИ для двух различных поляризаций излучения:

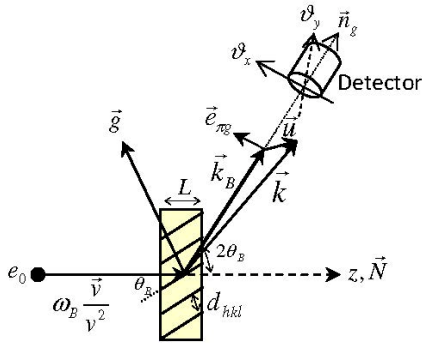


Рис. 1. Система координат для определения угловых переменных для ПРИ в случае Лауэ

$$\frac{\partial^2 N_{\pi}^g}{\partial \vartheta_x \partial \vartheta_y} = N_g \frac{(\vartheta_x^2 + \frac{1}{2} \vartheta_s^2) \cos^2 2\theta_B}{[\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2 + \vartheta_{ph}^2]^2 + \beta \cos^2 2\theta_B |\chi_g|^2} \frac{\beta}{\phi_{\pi}}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 N_{\sigma}^g}{\partial \vartheta_x \partial \vartheta_y} = N_g \frac{\vartheta_y^2 + \frac{1}{2} \vartheta_s^2}{[\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2 + \vartheta_{ph}^2]^2 + \beta |\chi_g|^2} \frac{\beta}{\phi_{\sigma}},$$

где

$$N_g = \frac{e_0^2}{4\pi \hbar c} \frac{|\chi_g|^2}{\sin^2 \theta_B} \frac{\omega_B L_{abs}}{c},$$

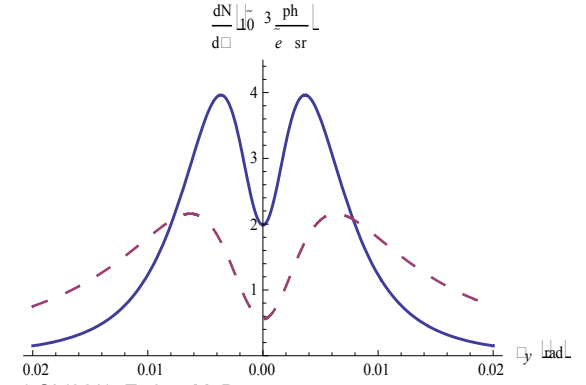
$$\phi_{\sigma}(\alpha_B) = -\frac{(1+\beta)}{2} \left[1 - \frac{\beta \alpha_B - \chi_0'(1+\beta) - 2\beta(\alpha_B - \Delta_s'' / \chi_0'') / (1+\beta)}{\sqrt{[\beta \alpha_B - \chi_0'(1+\beta)]^2 + 4\beta(\chi_0' \alpha_B - \Delta_s')}} \right], \quad (4)$$

$$\theta_{ph}^2 = \frac{m^2 c^4}{E^2} + \theta_s^2 + |\chi_0'|,$$

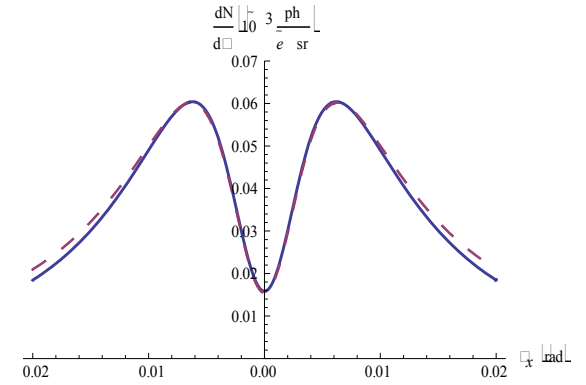
$$\theta_s^2 = \frac{E_s^2}{E^2} \frac{L}{L_R}, \quad L_{abs} = \frac{1}{k_B \chi_0''}.$$

На рис. 2 (а - г) представлены результаты вычислений интенсивности ПРИ в кристалле кремния на основе указанных формул в сравнении с результатами кинематической теории дифракции и при различных параметрах кристалла и энергиях электронов. Как следует из этих рисунков, характеристики ПРИ в толстых кристаллах существенно отличаются от предсказаний кинематической теории дифракции.

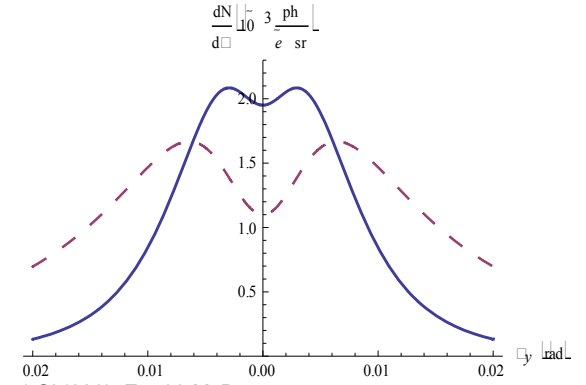
Увеличение интенсивности в пике ПРИ по сравнению с предсказаниями кинематической модели может быть существенным для случая σ – поляризации (Рис.2а) и объясняется соответствующим увеличением длины поглощения в условиях дифракции (эффект Бормана). Однако при тех же условиях интенсивность излучения с π – поляризацией подавлено (Рис.2б). Это означает, что излучение в пике ПРИ является высокополяризованным в направлении, перпендикулярном плоскости дифракции. Рис.3в показывает, что интенсивность ПРИ существенно зависит от энергии электронов. В то же время в кинематической модели характеристики ПРИ практически не



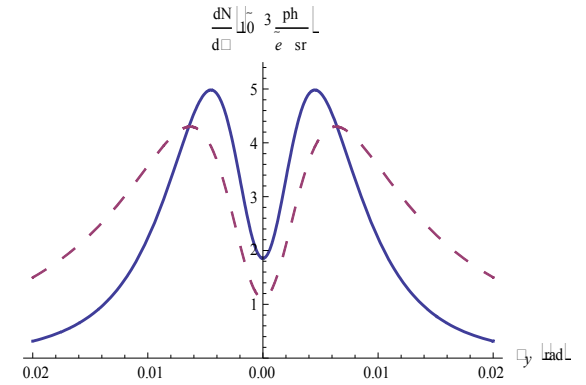
а) Si (220), E=855 МэВ, σ – поляризация



б) Si (220), E=855 МэВ, π – поляризация



в) Si (220), E=400 МэВ, σ – поляризация



г) Si (111), E=855 МэВ, σ – поляризация

Рис. 2. Результаты вычислений интенсивности ПРИ (5 кэВ) в кристалле кремния (L=1mm) в рамках динамической теории дифракции (сплошная линия) и в кинематической модели [3] (пунктирная линия)

зависят от энергии электронов, если $E > 200$ МэВ (эффект насыщения [1]). Динамическое усиление интенсивности ПРИ существенно зависит от индексов отражения (рис. 2г). Это должно учитываться при оптимизации параметров рентгеновского источника на основе ПРИ. Представленные результаты хорошо согласуются с экспериментальными исследованиями ПРИ [4].

Заключение

Таким образом, в работе показано, что динамические эффекты оказывают значительное влияние на формирование пика ПРИ. В этом случае изменяется поляризация, угловое распределение и существенно увеличивается квантовый выход ПРИ по сравнению с предсказаниями кинематической модели. Полученные результаты позволяют объяснить значительное расхождение

между экспериментом и результатами кинематической модели ПРИ, которое было обнаружено в работе [5].

Список литературы

1. Baryshevsky V., Feranchuk I. Ulyanenko A. Parametric X-ray radiation in crystals. - Berlin: Springer, 2005. - 167 p.
2. Hayakawa Y., Saito I., Hayakawa K., Tanaka T. // Nuclear Instruments and Methods B. - 2005. - 27. - C.32.
3. Feranchuk I., Ivashin A. // Journal of Phys. (Paris). - 1985. - 46. - C.1981.
4. Brenzinger K., Herberg C., Limburg B., et al. // Z. Phys. A. - 1997. - 358. - P.107.
5. Asano S., Endo I., Harada M., et al. // Phys.Rev.Lett. - 1993. - 70. - P. 3427.

EFFECTS OF THE DYNAMICAL DIFFRACTION IN THE PARAMETRIC X-RAY RADIATION

Abbas Ahmadi^{1, 2)}, Ilya Feranchuk¹⁾

¹⁾Belarusian State University, Nezavisimosti Ave., 4, 220030, Minsk, Belarus
e-mail: fer@open.by

²⁾Department of Physics, Malayer Branch, Islamic Azad University, Malayer, Iran

Parametric X-ray radiation (PXR) from relativistic electrons in the crystal with thickness larger than X-ray absorption length is considered. Characteristics of this radiation are analyzed in detail taking into account the dynamical diffraction theory. It is shown that the PXR intensity increases essentially when X-ray quanta are emitted under conditions of the anomalous absorption (Bormann effect). The details of the PXR angular distribution that could be considered for the experimental confirmation of this effect are also discussed.