НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТОЖДЕСТВЕННЫХ ЧАСТИЦ В ПОЛЕ ПРИТЯГИВАЮЩЕГО ИЛИ ОТТАЛКИВАЮЩЕГО ПОТЕНЦИАЛА

Л.С. Марценюк
Институт ядерных исследований НАН Украины
пр. Науки, 47, Киев, 03068
факс +38(044)525-46-92, e-mail: prolisok77@yandex.ru

В данной работе проведено исследование временных характеристик прохождения тождественными частицами областей с измененным потенциалом с учетом их обменного взаимодействия и выяснению сути некоторых явлений, сопровождающих процессы взаимодействия.

Введение

В современной индустрии одними из центральных являются вопросы, связанные с прохождением частицами областей нано- или микро- неоднородностей, сформированных или существующих в твердотельных материалах. Возникают также смежные вопросы теоретического плана относительно характера взаимодействия частиц, времени прохождения частицами неоднородностей, возникновения запутывания состояний (или, наоборот, декогеренизации) частиц, обменных процессов.

В настоящее время не существует исчерпывающего ответа на фундаментальный вопрос, какие именно процессы лежат в основе запутывания состояний частиц, что, в принципе, ведет к возникновению различных теорий, не всегда стыкующихся между собой. Для создания квантовых корреляций необходимо, чтобы между частицами произошло взаимодействие [1]. Одним из вариантов такого взаимодействия может быть обменное взаимодействие тождественных частиц в поле отталкивающего или притягивающего потенциала.

В [2] показано, что учет обменного взаимодействия тождественных бозонов в поле квантового барьера равносилен добавлению дополнительного поля, направленного противоположно первичному полю, т.е. такое взаимодействие соответствует понижению величины потенциального барьера (а также изменению энергии частиц, туннелировавших через барьер). Это означает, что время одновременного туннелирования тождественных частиц будет отличным от времени туннелирования не тождественных частиц. Действительно, дальнейшие расчеты [3] подтвердили такие предположения. В связи с этим, представляет интерес изучение параметров одновременного прохождения частицами области притягивающего потенциала (квантовой ямы).

Изменение времени одновременного пересечения тождественными частицами области квантовой ямы

В настоящей работе предполагается, что тождественные частицы движутся синхронно навстречу друг другу и одновременно попадают на границы области прямоугольной потенциальной квантовой ямы.

Область потенциала квантовой ямы характеризуется следующими параметрами:

$$V(r)=\begin{cases}-U, & \text{ï ðè } r \le a\\ 0, & \text{ï ðè } r \triangleright a\end{cases}.$$

При малых энергиях E частиц (kd «1) в рассеянии участвуют только $s-$волны и задача рассеяния сводится к решению уравнения, описывающего рассеяние волн при $l=0$:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2}+k^2\right)R_0(r)=\frac{2\mu V(r)}{\hbar^2}R_0(r) \qquad (1)$$

Внутри ямы уравнение преобразуется следующим образом:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2}+k_1^2\right)R_0(r)=0\,, \qquad (2)$$

где: $k_1^2=(E+U)\dfrac{2m}{\hbar^2}$, $k^2=\dfrac{2m}{\hbar^2}E$.

В системе центра масс для тождественных частиц с учетом симметризации волновой функции рассеяния, асимптотические выражения симметричной и антисимметричной волновых функций следует записать следующим образом:

$$\Psi=(e^{ikz}\pm e^{-ikz})+[f(\theta,\phi)\pm f(\pi-\theta,\phi+\pi)]r^{-1}e^{ikr}$$

где «+» соответствует симметричной функции Ψ, «-» - антисимметричной функции.

Как следует из [4], для медленных частиц сечение упругого рассеяния не зависит от угла рассеяния. Это позволяет рассматривать задачу о прохождении частиц через область потенциальной квантовой ямы как предельный случай рассеяния при стремлении угла рассеяния к нулю.

Эффективное сечение рассеяния, в соответствии с [4], будет описываться формулой:

$$\sigma(\theta,\phi)=|f(\theta,\phi)|^2+|f(\pi-\theta),\phi+\pi|^2\pm \\ \pm 2\,\mathrm{Re}[f(\theta,\phi)f^*(\pi-\theta,\phi+\pi)] \qquad (3)$$

Учет тождественности частиц при их рассеянии полем квантовой ямы, дает дополнительную добавку, определяемую третьим слагаемым в выражении (3), отсутствующую в выражении не тождественных частиц.

Если имеется рассеивающий потенциал, то асимптотическая форма волновой функции имеет вид [4, 5]:

$$r\Psi = \sum_l P_l(\cos\theta) g_l(r) \cong \sum_l A_l P_l(\cos\theta)\sin(kr + \Delta_l)$$

где $\Delta_l = \delta_l - \dfrac{l\pi}{2}$.

Из [4-7] следует, что сечение поперечного рассеяния для не тождественных частиц:

$$\sigma = | f(\theta) |^2 = \frac{1}{k^2} | \sum_l \frac{(2l+1)}{2} P_l(\cos\theta)(e^{2i\delta_l} - 1) |^2 \qquad (4)$$

При $l = 0$ угловая зависимость отсутствует, и имеем следующее выражение:

$$\sigma = \frac{1}{\hat{e}^2}\frac{(e^{2i\delta} - 1)^2}{4} \qquad (5)$$

Учитывая это выражение, будем иметь:

$$\mathrm{Re}(f_1 f_2^*) = \frac{1}{4k^2}(e^{2i\delta} - 1)(e^{-2i\delta} - 1) = \frac{1}{2k^2}(1 - \cos 2\delta).$$

Таким образом, функция, описывающая рассеяние двух тождественных частиц будет иметь следующий вид:

$$\Psi = (e^{ikz} \pm e^{-ikz}) + r^{-1} e^{ikr} \sqrt{\frac{1}{2k^2}(1 - \cos 2\delta)} =$$

$$= (e^{ikz} \pm e^{-ikz}) + r^{-1} e^{ikr} \frac{1}{k\sqrt{2}} \sin\delta \qquad (6)$$

Для малых значений δ (как указывается в [5], при малых значениях k фаза также мала): $\sin\delta \cong \delta \cong e^{\delta} - 1$. Тогда имеем:

$$\Psi = (e^{ikz} \pm e^{-ikz}) + r^{-1} e^{ikr} \frac{1}{\hat{e}\sqrt{2}}(e^{\delta} - 1). \qquad (7)$$

Это означает, что для рассеивания симметричных тождественных частиц дополнительный сдвиг фазы оказался приблизительно равным δ (в то время, как сдвиг фаз для не тождественных частиц составляет 2 δ (5)).

Добавка ко времени прохождения частицами квантовой ямы с учетом обменного взаимодействия тождественных частиц, описываемых симметричной волновой функцией, в соответствии с [6] описывается выражением:

$$\tau_{\hat{o}} = \frac{1}{v_g}\frac{d}{dk}\delta = \frac{m}{\hbar k}\frac{d}{dk}\delta, \qquad (8)$$

где v_g - фазовая скорость.

Формулы для нахождения δ приводятся в учебной литературе для различных форм потенциала. Подставив эти выражения в (8) можно определить интересующую нас величину дополнительного времени прохождения частицами области потенциала квантовой ямы.

В [4] приводятся такие выражения для $tg\delta$:

$$tg\delta = \frac{\dfrac{k}{\alpha} - tgka}{1 + \dfrac{k}{\alpha} tgka} \cong \frac{\dfrac{k}{\alpha} - ka}{1 + \dfrac{k}{\alpha} ka},$$

где: $\alpha = k_1 ctgk_1 a$, $k_1^2 = (E + U)\dfrac{2m}{\hbar^2}$ для квантовой ямы глубиной $-U$, $k^2 = \dfrac{2m}{\hbar^2}E$.

Из выражений для k и k_1 следует, что

$\dfrac{dk_1}{dk} = \dfrac{k}{k_1}$. Тогда: $\dfrac{d\delta}{dk} =$

$$= \frac{\left(1 + \dfrac{k^2 a}{\alpha}\right)\left(\dfrac{\alpha - k\dfrac{d\alpha}{dk}}{\alpha^2} - a\right) - \left(\dfrac{k}{\alpha} - ka\right)\left[\left(\dfrac{\alpha - k\dfrac{d\alpha}{dk}}{\alpha^2}\right)ka + \dfrac{ka}{\alpha}\right]}{\left(1 + \dfrac{k^2 a}{\alpha}\right)^2 \cdot \left[1 + \left(\dfrac{\dfrac{k}{\alpha} - ka}{1 + \dfrac{k}{\alpha}ka}\right)^2\right]}$$

где:

$$\frac{d\alpha}{dk} = \frac{dk_1}{dk}\left(ctgk_1 a - k\frac{a}{\sin^2 k_1 a}\right) = \frac{k}{k_1}\frac{\sin 2k_1 a + 2k_1 a}{2\sin^2 k_1 a}$$

Для добавки ко времени прохождения области квантовой ямы частицами, возникающей вследствие их обменного взаимодействия, получаем следующее выражение:

$$\Delta\tau_{\hat{o}} = \frac{1}{v_g}\frac{d}{dk}\delta =$$

$$= \frac{m}{\hbar k} \cdot \frac{(\alpha + k^2 a)(\alpha - \alpha^2 a - k\dfrac{d\alpha}{dk}) - (k - \alpha a k)(2\alpha a k - k\dfrac{d\alpha}{dk})}{\alpha^3[(1 + \dfrac{k}{\alpha}ka)^2 + (\dfrac{k}{\alpha} - ka)^2]} \qquad (9)$$

Выражение для $\Delta\tau_{\hat{o}}$ справедливо для медленных частиц ($\hat{e}\grave{a}$ «1), и расчеты зависимости $\Delta\tau_{\hat{o}}$ от величины энергии E проведены именно для этого интервала.

Расчеты выполнены для частиц с массой электрона (m = 1,6·10^{-27} г).

Выбраны: ширина ямы: a =10^{-10}см; потенциал ямы U=10^{-8} эрг. Спиновые взаимодействия не учитывались. Энергия частиц выбиралась в интервале [0.01….10]·10^{-9} эрг. Соответствующие кривые приведены на рис. 1.

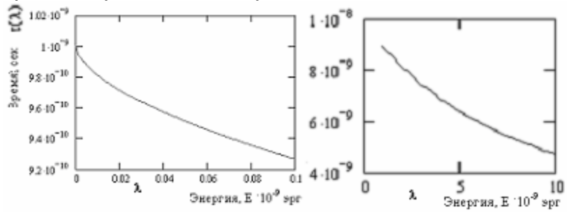

Рис. 1. Зависимость времени задержки $|\Delta\tau_{\hat{o}}|$ от энергии тождественных частиц при $\hat{e}\grave{a}$ « 1

Из приведенных расчетных кривых видно, что в диапазоне энергий (0,01-10)·10^{-9} эрг мы имеем монотонное приближение кривых зависимости

$|\Delta\tau_\delta|$ (от энергии) к нулю (рис. 1) при возрастании энергии частиц. Для всего исследуемого интервала энергий величина задержки положительна. Это означает, что взаимодействие частиц в области потенциала прямоугольной квантовой ямы приводит к увеличению времени прохождения частицами (бозонами) этой области.

Выводы

Расчеты показали, что обменное взаимодействие тождественных частиц в области квантовой ямы приводит к увеличению времени прохождения частицами данной области (для симметричной волновой функции частиц).

В [6] указывается, что обычные частицы в области квантовой ямы движутся быстрее, чем вне ямы и задержка во времени прохождения частицами этой области вызывается только отражениями. Возможно, именно эти отражения, как и обменное взаимодействие в этой области способствуют запутыванию состояний частиц.

Необходимо учесть и то, что в области перекрывания волновых функций тождественных частиц эти частицы ведут себя как единое целое, т.е. находятся в суперпозиционном состоянии. Поэтому следует ожидать, что после того, как частицы разлетятся, они будут продолжать находиться в запутанном состоянии.

Возможно, следствием запутывания (или, в зависимости от симметрии, декогеренизации) может быть также и изменение энергии провзаимодействовавших частиц [2].

Если исходить из аналогии распространения световых волн через оптически прозрачные среды с прохождением частиц через области с измененным потенциалом, то квантовой яме сопоставляется область с увеличенной оптической плотностью [4]. Именно за счет использования областей с измененной оптической плотностью, в которых происходит интерференция прошедших и отраженных волновых фронтов (полупрозрачные зеркала), и производил запутывание фотонов в своих первых опытах по телепортации квантовых состояний А.Цайлингер и его сотрудники [8].

Список литературы

1. *Баргатин И.В., Гришанин Б.А., Задков В.Н.* // УФН.. - 2001. - Т. 171, № 6. - С. 625 - 647.
2.. *Martseniuk L.S., Maidaniuk S.P., Olhovsky V.S. //* Problems of atomic science and technology. – 2009. - №3 (61). - P. 51-53.
3. *Martsenyuk L.S.* // Applied Sciences: modern approaches in scientific researches. Materials of 2nd International Scientific Conference. – European, Stuttgart, Germany. – 2013. - Vol. 1. – 205. - 209 c.
4. *Давыдов А.С.* Квантовая механика. - М. - Наука. – 1973.- 703 с.
5. *Шифф Л.* Квантовая механика. - М. - И.Л. -1959.- 473 с.
6. *Бом Д.* Квантовая теория. - М. - Ф.М. - 1961. – 728с.
7. *Ландау Л.* Квантовая механика. - М. - Наука – 1974. – 752 с.
8. *Bouwmeester D., Pan J.V., Matle K., Eibl M., Weinfurter H., Zeilinger A.* // Nature. – 1997. - Vol. 390. - 11. - P. 575-579.

SOME ASPECTS OF IDENTICAL PARTICLES INTERACTION IN FIELD ATTRACTING OR REPULSING POTENTIAL

L.S. Martseniuk

Institute for nuclear researches NAS of Ukraine

Prospect Nauky, 47, Kiev, 03068

fax +38(044)525-51-01, 525-46-92

e-mail: prolisok77@yandex.ru

In the given work time characteristics of passage by identical particles of quantum rectangular potential hole area in view of their exchange interaction is lead. The case when identical particles move synchronously towards each other and simultaneously get on borders of hole area is examined. For slow particles the section of elastic dispersion does not depend on a corner of dispersion. It allows to consider a task about passage of particles through area of a quantum hole as a limiting case of dispersion at aspiration of dispersion corner to zero.

Calculations of change of passage time depending on energy of particles are executed for particles with mass of electron. Width of a hole: a $=10^{-10}$ cm; potential of hole $U=10^{-8}$ эрг. Spin interactions were not taken into account. Energy of particles got out in an interval [0.01-10] $.10^{-9}$ эрг. The accounting curves find out the tendency of monotonous approach to zero at increase of energy of particles. For all researched interval energies the size of a delay is positive. It means that interaction of particles in the field of a rectangular quantum hole potential leads to increase in time of passage by particles (boson) to this area.

The delay at time of the passing of a quantum hole for not identical particles is caused by reflections. Probably, exactly these reflections as well as exchange interaction promote tangling of identical particles states.

In area of overlapping of identical particles wave functions these particles behave as a unit, i.e. are in a superposition state. Therefore it is necessary to expect, that after particles will scatter, they will continue to be in entangling state.

Possible consequence of tangling or, on the contrary, destructions of coherence can be change of particles energy after interaction that is revealed earlier at tunneling identical particles through a potential barrier