УДК 621.396. 67

В.И. ДЕМИДЧИК

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ ТОНКИХ ПРОВОДНИКОВ С МАГНИТОДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОЙ

An integral equation derivation is proposed which describes the distribution of current in a thin conductor of arbitrary geometry covered by magnetodielectric. The comparison of calculation results with already known data is presented.

Диэлектрическое и (или) магнитное покрытия используются для изоляции проволочных антенн, модификации их рассеивающих или излучательных свойств. Проводники с подобной оболочкой мо-гут быть частью более сложной структуры. На их основе может, например, быть построен компози-ционный материал. Они могут выступать в качестве аналогов печатных или микрополосковых сис-тем. Известно, что более тонкое чисто магнитное покрытие может оказывать такое же влияние, как диэлектрическое, но большей толщины [1].

Один из методов анализа тонкопроволочных структур – использование интегральных или интег-ро-дифференциальных уравнений для тока в проводниках. Так, в [2] рассмотрено решение задачи возбуждения тонкопроволочных антенн с диэлектрическим покрытием на основе интегрального уравнения (ИУ) типа Харрингтона, в [1] предложено интегральное уравнение, позволяющее прово-дить анализ во временной области для проводника с оболочкой из магнетика.

Целью данной работы является получение ИУ в частотной области аналогичного ИУ Поклингтона, учитывающего влияние оболочки в виде идеального магнетика с относительной проницаемостью μ_r, и обобщение полученного уравнения на случай магнитодиэлектрической оболочки.

Рассмотрим решение данной задачи для тонких проводников с плавно меняющейся криволинейной геометрией на основе ИУ Поклингтона в рамках квазистатического приближения [3]. При выводе используем локальную криволинейную цилиндрическую систему координат. Геометрия показана на рис. 1.

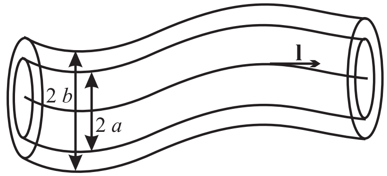

Рис. 1. Геометрия исследуемой структуры: *a* – радиус проводника, *b* – радиус проводника с учетом толщины магнитодиэлектрика

Криволинейный проводник радиуса *a* длиной *L* покрыт слоем магнетика толщиной *b–a* с относительной магнитной проницаемостью μ_r.

Влияние магнетика сводится к появлению дополнительного поля за счет намагничивания. Учет этого влияния проведем методом эквивалентных источников, заменив магнетик магнитными токами поляризации

$$\mathbf{j}_m = i\omega(\mu_a - \mu_0)\mathbf{H}, \qquad (1)$$

которые рассматриваются как сторонние токи в свободном пространстве в пределах объема, занимаемого магнетиком.

В этом случае напряженность электрического поля, создаваемого проводником и оболочкой, будет определяться общим выражением [4]

$$\mathbf{E} = -i\omega\mu_0\mathbf{A}^{\text{э}} + \left(1/i\omega\varepsilon_0\right)\text{grad div}\mathbf{A}^{\text{э}} - \text{rot }\mathbf{A}^{\text{м}}, \tag{2}$$

$$\mathbf{A}^{\text{э}} = \int_V \mathbf{j}_{cm} G dv', \quad \mathbf{A}^{\text{м}} = \int_V \mathbf{j}_m G dv',$$

$$G = e^{-ikr}\big/4\pi r, \; r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2},$$

где r – расстояние между точкой источника с координатами x', y', z' и точкой наблюдения с координатами $x, y, z.$ Соотношения (2) записаны, как и в [4], для полей, периодически меняющихся во времени по закону $e^{i\omega t}$.

Два первых слагаемых в (2) представляют собой выражение для поля $\bar{E}_1,$ определяемого поверхностными токами и зарядами проводника, третье слагаемое описывает поле $\bar{E}_2,$ обусловленное магнитными поляризационными токами.

В рамках тонкопроволочного приближения, когда $a << \lambda,$ где λ – длина волны электромагнитного поля, можно пренебречь азимутальной составляющей поверхностного тока, считая его распределенным равномерно по поверхности проводника. В этом случае распределению поверхностного тока можно поставить в соответствие эквивалентный нитевидный источник. Тогда выражение для касательной составляющей поля $\bar{E}_1$ на поверхности проводника согласно [3] имеет вид

$$E_{1\tau} = \frac{1}{i\omega\varepsilon_0}\int_L I(l')\left[k^2\mathbf{l}\mathbf{l}' - \frac{\partial^2}{\partial l \partial l'}\right]G_a dl', \tag{3}$$

где $G_a = \dfrac{e^{-ikr_a}}{4\pi r_a},$ $r_a = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2 + a^2}.$ В этом случае x', y', z' – декартовы координаты эквивалентного нитевидного источника, x, y, z – декартовы координаты точки наблюдения на поверхности проводника, l, l' – криволинейные координаты, отсчитываемые вдоль оси проводника, $\mathbf{l}, \mathbf{l}'$ – касательные к проводнику единичные векторы для точек источника и наблюдения, k – волновое число, G_a – функция Грина для тонкого проводника [3].

Напряженность поля $\bar{E}_2$ определяется как

$$\begin{aligned}\bar{E}_2 &= -\text{rot}\int_V \mathbf{j}_m G dv' = -\int_V \text{rot}(\mathbf{j}_m G) dv' = -\int_S [\mathbf{j}_m \times \mathbf{n}]\, G ds' = \\ &= -\int_{S_1} [\mathbf{j}_m \times \mathbf{n}]\, G ds' - \int_{S_2} [\mathbf{j}_m \times \mathbf{n}]\, G ds'.\end{aligned} \tag{4}$$

Здесь $\mathbf{n}$ – единичный вектор внешней нормали к поверхности, S_1, S_2 – внутренняя и внешняя поверхности, ограничивающие оболочку из магнетика толщиной *b–a*.

Представление поля $\bar{E}_2$ в виде (4) фактически означает пренебрежение объемными молекулярными токами, считая, что намагничивание приводит к появлению поверхностных молекулярных токов на границах $r = a$ и $r = b.$

На идеально проводящей поверхности проводника $r = a$ плотность тока проводимости $j = \mathbf{n} \times \mathbf{H}.$ Отсюда для небольшой толщины магнетика в квазистатическом приближении $\mathbf{H} = j\mathbf{e}_\varphi$ в локальной цилиндрической системе координат. С учетом того, что $j = I(l)/2\pi a,$

$$\mathbf{H} = (I(l)/2\pi a)\mathbf{e}_\varphi. \tag{5}$$

Подставив в (4) выражения (1) и (5), получим

$$\int_{S_1} [\mathbf{j}_m \times \mathbf{n}]\, G ds' = \int_0^{2\pi}\int_0^L [\mathbf{j}_m \times \mathbf{n}] G a d\varphi dl' = i\omega(\mu_a - \mu_0)\int_0^L I(l')\mathbf{l}' G_a dl'. \tag{6}$$

Поскольку граничное условие в цилиндрической системе координат имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial \rho}\left(\rho H_{\varphi}\right)=0,$$

что означает $H \sim 1/\rho$, то на поверхности $r=b$ можно считать

$$\mathbf{H}=(I(l)/2\pi b)\mathbf{e}_{\varphi},$$

и тогда аналогично (6)

$$\int_{S_2}[\mathbf{j}_m \times \mathbf{n}]\, G ds' = -i\omega(\mu_a-\mu_0)\int_0^L I(l')\mathbf{l}'\, G_b dl'. \qquad (7)$$

Вывод соотношений (6), (7), так же как и (3), основан на известном приближении:

$$\int_0^{2\pi}\frac{e^{-ikr}}{r}a d\varphi \approx 2\pi a\frac{e^{-ikr_a}}{r_a},\ \int_0^{2\pi}\frac{e^{-ikr}}{r}b d\varphi \approx 2\pi b\frac{e^{-ikr_b}}{r_b}, \qquad (8)$$

$$G_b = e^{-ikr_b}\Big/4\pi r_b, \qquad r_b=\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2+b^2}.$$

В итоге получим выражение для тангенциальной составляющей суммарного электрического поля:

$$E_{\tau}=\frac{1}{i\omega\varepsilon_0}\int_L I(l')\left\{\left[\mu_r G_a+\left(1-\mu_r\right)G_b\right]k^2\mathbf{l}\mathbf{l}'-\frac{\partial^2 G_a}{\partial l\partial l'}\right\}dl'.$$

Используя граничное условие для касательной составляющей электрического поля на поверхности идеального проводника

$$E_{\tau}+E_{\tau}^{i}=0,$$

где E_{τ}^{i} – амплитуда напряженности электрического поля источника возбуждения, получим интегральное уравнение для тока с учетом влияния оболочки из магнетика, переходящее в известное уравнение Поклингтона при $\mu_r=1$:

$$E_{\tau}^{i}=-\frac{1}{i\omega\varepsilon_0}\int_L I(l')\left\{\left[\mu_r G_a+\left(1-\mu_r\right)G_b\right]k^2\mathbf{l}\mathbf{l}'-\frac{\partial^2 G_a}{\partial l\partial l'}\right\}dl'. \qquad (9)$$

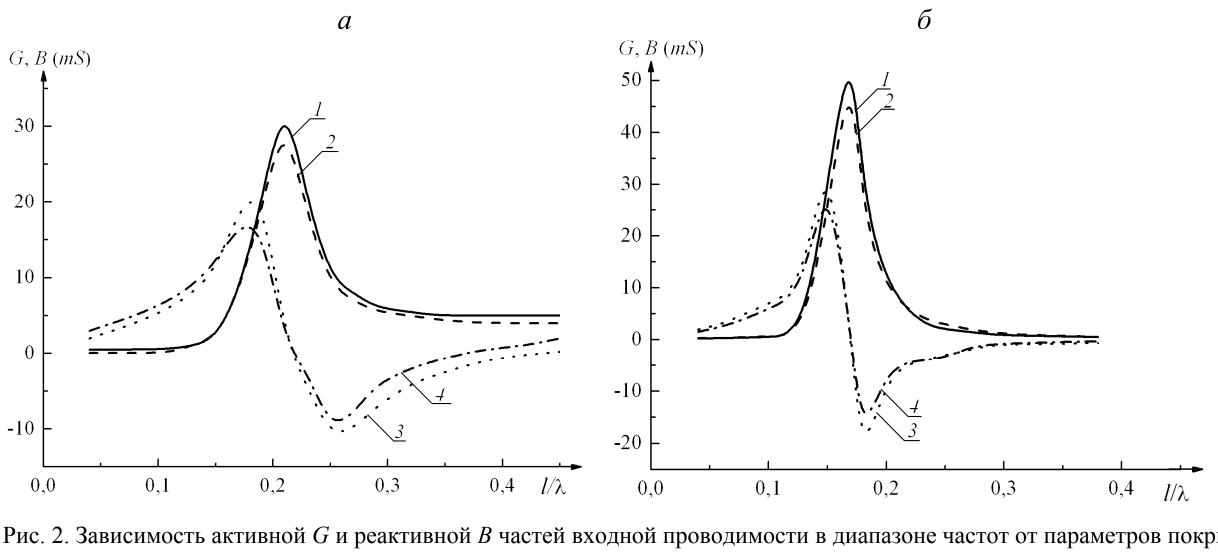

Рис. 2. Зависимость активной G и реактивной B частей входной проводимости в диапазоне частот от параметров покрытия вибратора:

а – длина плеча l=125 мм, a= 3,92 мм, b =5 мм, $\varepsilon_r=1$ и $\mu_r=2{,}1$, кривые *1* и *3* соответствуют G и B из [1], кривые *2* и *4* – получены в результате решения (9);

б – l=125 мм, a= 3 мм, b = 6 мм, $\varepsilon_r=3$, $\mu_r=4$, кривые *1* и *3* соответствуют G и B из [1], кривые *2* и *4* – результат решения (10)

Если же оболочка проводника выполнена из материала, представляющего собой идеальный магнитодиэлектрик с относительными проницаемостями ε_r и μ_r, то наряду с магнитным током поляризации необходимо учитывать и электрические токи, обусловленные поляризацией диэлектрика.

Влияние диэлектрического покрытия рассмотрено в работе [5]. Используя представленные в ней результаты, нетрудно получить интегральное уравнение для тонкого проводника с магнитодиэлектрическим покрытием:

$$E_\tau^i = -\frac{1}{i\omega\varepsilon_0}\int_L I(l')\left\{\left[\mu_r G_a + \left(1-\mu_r\right)G_b\right]k^2\mathbf{ll}' - \frac{1}{\varepsilon_r}\frac{\partial^2 G_a}{\partial l\partial l'} - \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\frac{\partial^2 G_b}{\partial l\partial l'}\right\}dl'. \tag{10}$$

Решение уравнений (9), (10) проводилось по методике, изложенной в [6], с выбором кусочно-постоянных базисных и дельта-функций – весовых. В качестве источника возбуждения может быть использовано поле падающей плоской волны (задача рассеяния) либо поле источника в виде δ-функции (задача возбуждения).

Результаты расчетов по решению задачи возбуждения дипольных структур сравнивались с аналогичными данными из [1], полученными из решения ИУ во временной области. На рис. 2 показана зависимость активной G и реактивной B частей входной проводимости в диапазоне частот 0,1÷1,0 ГГц от параметров покрытия вибратора.

В целом результаты расчета токораспределения тонких проводников с магнитодиэлектрическим покрытием по предложенной методике соответствуют известным данным для толщины покрытия, сравнимой с радиусом проводника и относительными диэлектрической и магнитной проницаемостями в пределах от единицы до десяти.

1. Bretones A.R., Marti R.G., Garcia I.S. // IEEE Trans. 1995. AP-43. № 6. P. 591.
2. Popovic B.D., Djordjevic A.R., Kircanski N.M. // The Radio and Electronic Engineer. 1981. Vol. 51. № 3. P. 141.
3. Вычислительные методы в электродинамике / Под ред. Р. Митры. М., 1977. С. 193.
4. Марков Г.Т., Чаплин Г.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М., 1967. С. 105.
5. Демидчик В.И. // Вестн. БГУ. Сер. 1. 2000. № 3. С. 29.
6. Демидчик В.И., Рунов А.В., Калашников Н.В. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1983. Т. 26. № 3. С. 82.

Поступила в редакцию 08.09.08.

Валерий Иосифович Демидчик – кандидат технических наук, доцент кафедры радиофизики.