УДК 537.876:548.1.022/27

ПОВЕРХНОСТНЫЕ ПОЛЯРИТОНЫ НА ГРАНИЦАХ АНИЗОТРОПНЫХ КРИСТАЛЛОВ И ИЗОТРОПНЫХ СРЕД С ОДНОВРЕМЕННО ОТРИЦАТЕЛЬНЫМИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ И МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТЯМИ

© 2006 г. **В. М. Галынский**, канд. физ.-мат. наук; **А. Н. Фурс**, канд. физ.-мат. наук

Белорусский государственный университет, Минск, Республика Беларусь

E-mail: Galynsky@bsu.by, FursAN@bsu.by

Исследованы поверхностные поляритоны на границах раздела изотропных сред с отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями и анизотропных кристаллов. Для таких границ предсказано существование изонормальных поверхностных мод, распространяющихся в одном и том же направлении с разными фазовыми скоростями.

Коды OCIS: 160.1190, 280.2470.

Поступила в редакцию 02.02.2006.

Введение

Поверхностные поляритоны, представляющие собой электромагнитные возбуждения, локализованные вблизи границ раздела сред, можно разделить на два класса. К первому классу относятся хорошо исследованные поверхностные волны на границе изотропных сред с разными знаками диэлектрических (или магнитных) проницаемостей и сильной частотной дисперсией [1]. Сравнительно недавно был теоретически предсказан другой класс поверхностных поляритонов [2–4], возникающих вследствие анизотропии пограничных материалов, названных *сингулярными* поверхностными волнами. В отличие от поверхностных поляритонов первого типа сингулярные поверхностные поляритоны могут распространяться вдоль границ раздела сред с положительно определенными тензорами диэлектрических проницаемостей. Возбуждение таких поверхностных волн возможно лишь вдоль некоторых направлений, совокупность которых образует секторы в плоскости раздела сред. В работах [2, 4] были впервые теоретически предсказаны сингулярные поляритоны на границах немагнитных одноосных кристаллов и изотропных сред. Сингулярные поверхностные поляритоны также исследовались на границах немагнитных одноосных кристаллов с разной ориентацией оптических осей [5–8], фарадеевских и изотропных сред [9], на границах планальных бианизотропных и изотропных сред [10], немагнитных двуосных кристаллов и изотропных сред [11, 12].[1]

В 2000 году были экспериментально созданы среды (метаматериалы) с одновременно отрицательными значениями магнитной и диэлектрической проницаемостей в микроволновом диапазоне [13, 14]. Впервые свойства таких сред были теоретически исследованы в работе [15].

Позднее в работах [16, 17] рассматривалась возможность существования поверхностных электромагнитных волн на границах метаматериалов с $\varepsilon < 0$, $\mu < 0$ и изотропных сред. Оказалось, что в зависимости от значений материальных параметров сред на таких границах возможно возбуждение только одной поверхностной моды с *s*- или *p*-поляризацией [16, 17]. В работе [17] также исследовались направления потоков энергии поверхностных поляритонов. Было показано, что на плоских поверхностях сред с отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями могут существовать *прямые* и *обратные* поверхностные волны, для которых направления волнового вектора и потока энергии параллельны и антипараллельны соответственно. Этот факт согласуется с теоретическими работами [15, 18], где была показана противонаправленность волнового вектора и вектора Пойнтинга. Вещества с $\varepsilon < 0$ и $\mu < 0$ часто называют "левыми" средами, так как напряженности электрического и магнитного полей и волновой вектор в них образуют левую тройку векторов, в то время как в средах с положительными проницаемостями ("правых" средах) – правую тройку[2]. На сегодняшний день левые материалы созданы только для микроволнового диапазона электромагнитных волн (в [18] сообщается о таких средах, работающих на частотах до 300 ГГц). Вполне возможно, что такие материалы будут созданы и для других диапазонов частот спектра электромагнитных волн.

В литературе, как правило, исследуются свойства поверхностных поляритонов в веществах, у которых отрицательна только одна из проницаемостей либо

териальных тензоров ε или μ (см., например, [1, 3] и цитируемую там литературу), или свойства сингулярных поверхностных поляритонов на границах раздела анизотропных сред. Целью настоящей работы является исследование поверхностных поляритонов на границах раздела левых метаматериалов и анизотропных диэлектрических сред. Для таких поляритонов характерны свойства как сингулярных поверхностных поляритонов (возможность распространения только в определенных направлениях вдоль границы раздела), так и поверхностных волн на границах изотропных левых и правых сред (противонаправленность волнового вектора и вектора Умова–Пойнтинга). Показывается, что в отличие от границы двух правых сред (или границы изотропных правых и левых сред) в рассматриваемом случае могут существовать несколько поверхностных волн, распространяющихся в одном направлении с разными фазовыми скоростями. Такие волны мы называем изонормальными поверхностными волнами по аналогии с изонормальными объемными волнами в неограниченных анизотропных кристаллах [19].

В первом разделе статьи проводится общий анализ существования решений дисперсионного уравнения для поверхностных поляритонов на границах раздела левых изотропных сред и правых одноосных кристаллов. На основе этого анализа во втором разделе указаны соотношения для материальных параметров граничащих сред, при которых дисперсионное уравнение имеет одно, два или три решения. В третьем разделе изучено влияние слабой анизотропии на характеристики поверхностных электромагнитных волн на границах левых и правых сред.

1. Дисперсионное уравнение для поверхностных поляритонов

Рассмотрим границу раздела правого одноосного кристалла и левой изотропной среды. Вектор единичной нормали к плоскости раздела сред обозначим $\mathbf{q}$. Одноосный кристалл описывается тензором обратной диэлектрической проницаемости $\varepsilon^{-1} = a + (b - a)\mathbf{c}\otimes\mathbf{c}$, где $\mathbf{c}$ – единичный вектор оптической оси кристалла, а символом $\otimes$ обозначено тензорное произведение векторов (диада). Левая изотропная среда характеризуется отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями $\varepsilon' = a'^{-1}$ и μ' ($\mu' < 0$). Пусть оптическая ось кристалла лежит в плоскости границы.

Поверхностная электромагнитная волна в одноосном кристалле представляет собой суперпозицию неоднородных парциальных волн и описывается уравнениями

$$\mathbf{H}(\mathbf{r},t) = \sum_{s=1}^{2} C_s \mathbf{H}_s^0 \exp\left[ik\left(\mathbf{b} + \eta_s \mathbf{q}\right)\mathbf{r} - i\omega t\right],$$
$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \sum_{s=1}^{2} C_s \mathbf{E}_s^0 \exp\left[ik\left(\mathbf{b} + \eta_s \mathbf{q}\right)\mathbf{r} - i\omega t\right], \tag{1}$$

где k – проекция волнового вектора на направление распространения волны $\mathbf{b}$ вдоль границы раздела, $\mathbf{H}_s^0$ и $\mathbf{E}_s^0$ – амплитуды неоднородных парциальных волн на границе раздела; η_s – комплексные коэффициенты, характеризующие ослабление этих волн при удалении от границы раздела ($\mathrm{Im}\,\eta_s < 0$); C_s – весовые коэффициенты. Поля во второй среде описываются аналогичными уравнениями, в которые будут входить штрихованные амплитуды $\mathbf{H}_s'^0$, $\mathbf{E}_s'^0$ и коэффициенты C_s', η_s', при этом $\mathrm{Im}\,\eta_s' > 0$.

В рассматриваемом случае дисперсионное уравнение для поверхностных возбуждений может быть получено с помощью общих соотношений для поверхностных волн в линейных бианизотропных средах произвольной симметрии, установленных в работе [10]:

$$F(\nu, \alpha) = 0, \tag{2}$$

где функция $F(\nu, \alpha)$ имеет вид

$$F(\nu,\alpha) = \sqrt{ab}\sqrt{\frac{a-\nu^2}{d-\nu^2}} + a'\mu' + \frac{1}{\sqrt{a\left(d-\nu^2\right)} + \sqrt{b\left(a-\nu^2\right)}}\left\{\left(d\sqrt{\frac{a-\nu^2}{d-\nu^2}} + \sqrt{ab}\right)\sqrt{\frac{a'-\mu'\nu^2}{a'}}a' + \right.$$
$$\left. + \left[\left(a-\nu^2\right)\sqrt{ab} + \left(ab - \nu^2(a+b-d)\right)\sqrt{\frac{a-\nu^2}{d-\nu^2}}\right]\mu'\sqrt{\frac{a'}{a'-\mu'\nu^2}}\right\}. \tag{3}$$

В (3) используется обозначение $d = a\cos^2\alpha + b\sin^2\alpha$, где α – угол между направлением распространения поверхностной волны и оптической осью кристалла. Безразмерная приведенная частота $\nu = \omega/ck$ представляет собой фазовую скорость поверхностной волны в единицах скорости света c в вакууме. Из симметрии задачи следует, что если волна может распространяться в некотором направлении $\mathbf{b}$, то она будет распространяться и в противоположном направлении $-\mathbf{b}$, поскольку функция $F(\nu, \alpha)$ не из-

меняется при замене $\alpha \to \pi + \alpha$. Кроме того, $F(\nu, \alpha)$ инвариантна при замене $\alpha \to -\alpha$. Таким образом, множество направлений **b**, вдоль которых возможно распространение поверхностных волн, зеркально симметрично при отражениях в плоскости раздела относительно оси кристалла и при отражениях относительно прямой, перпендикулярной к оси. Поэтому достаточно рассматривать только направления **b**, определяемые углами $\alpha \in [0, \pi/2]$.

При заданных материальных параметрах сред a, b, a', μ' и угле α из уравнения (2) можно определить приведенную частоту $\nu = \nu_s$ и, следовательно, проекцию k волнового вектора поверхностной волны на направление **b**. При этом предполагается, что

$$0 \le \nu_s < \nu_L = \min\left(\tilde{\nu}_L, \nu'_L\right), \qquad (4)$$

где $\tilde{\nu}_L = \min\left(\sqrt{d}, \sqrt{a}\right)$ и $\nu'_L = \sqrt{a'/\mu'}$ – так называемые *предельные частоты* поверхностных волн [10] в одноосном кристалле и изотропной среде соответственно. Условие (4) равносильно тому, что коэффициенты η_s и η'_s в уравнениях (1) комплексны, т. е. энергия поля электромагнитной волны локализована вблизи границы раздела в обеих пограничных средах, и волна является поверхностной. Если оно не выполняется, то хотя бы один из коэффициентов η_s, η'_s ($s = 1, 2$) действительный, т. е. хотя бы одна из парциальных волн является объемной. Такие случаи мы исключаем из рассмотрения.

Отметим, что уравнения (2), (3) верны при любых знаках проницаемостей ε' и μ' или, иными словами, независимо от того, является ли пограничная изотропная среда правой или левой. В работе [20] для границы раздела анизотропных сред с положительно определенными тензорами проницаемостей была доказана единственность решения дисперсионного уравнения для поверхностных поляритонов (если для заданного направления распространения волны **b** решение существует, то оно единственно). При этом использовался факт положительности плотности энергии магнитного поля

$$W_m = \frac{1}{16\pi}\mathbf{H}\mu\mathbf{H}. \qquad (5)$$

В то же время для левых сред плотность энергии электромагнитного поля рассчитывается по следующей формуле [18]:

$$W = \frac{\partial(\omega\varepsilon(\omega))}{\partial\omega}|\mathbf{E}|^2 + \frac{\partial(\omega\mu(\omega))}{\partial\omega}|\mathbf{H}|^2, \qquad (6)$$

а формула (5) неверна и приводит к не имеющим физического смысла отрицательным значениям плотсред. Поэтому ниже при анализе дисперсионного уравнения (2) учитывается также возможность наличия нескольких его решений при заданном направлении распространения волны **b**. Эти решения описывают поверхностные волны, распространяющиеся в одном направлении с разными фазовыми скоростями. Такие волны мы называем *изонормальными поверхностными волнами* по аналогии с изонормальными объемными волнами в неограниченных анизотропных кристаллах [19].

Функция $F(\nu, \alpha)$ (3) сложным образом зависит от ν и найти решения уравнения (2) в общем случае можно только численно. Аналитически возможно лишь установить области углов α, для которых дисперсионное уравнение имеет решения. Для этого необходимо исследовать знаки функции $F(\nu, \alpha)$ на границах интервала $[0, \nu_L)$ (см. (4)) и производной $\partial F(\nu, \alpha)/\partial\nu$ внутри этого интервала. Необходимым условием существования нечетного числа корней дисперсионного уравнения является несовпадение знаков у функций $F(0, \alpha)$ и $\lim\limits_{\nu\to\nu_L} F(\nu,\alpha)$:

$$F(0,\alpha)\lim_{\nu\to\nu_L} F(\nu,\alpha) < 0. \qquad (7)$$

Для существования четного числа корней (в частности, двух корней) необходимы наличие локального экстремума функции $F(\nu, \alpha)$ в интервале $[0, \nu_L)$

$$\frac{\partial F(\nu,\alpha)}{\partial\nu} = 0 \qquad (8)$$

и несовпадение знака функции $F(\nu, \alpha)$ в точке экстремума с одинаковыми знаками функции на границах интервала $[0, \nu_L)$.

Таким образом, важно установить соотношения между параметрами a, b, a', μ', при которых функция $F(\nu, \alpha)$ (3) имеет тот или иной знак при $\nu = 0$ и $\nu = \nu_L$.

2. Анализ решений дисперсионного уравнения

При $\nu = 0$ функция $F(\nu, \alpha)$ принимает вид,

$$F(0,\alpha) = (1+\mu')\left(a\sqrt{\frac{b}{d(\alpha)}} + a'\right). \qquad (9)$$

Знак функции $F(0, \alpha)$ может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от сочетания знаков сомножителей в (9). Знак сомножителя $(1 + \mu')$ зависит только от значения μ'. Множитель $\left(a\sqrt{b/d(\alpha)} + a'\right)$ зависит от угла α между оптической

Значение угла α, при котором данный множитель изменяет знак на противоположный, определяется соотношением $\alpha = \alpha^* = \arcsin\sqrt{a\left(ab - a'^2\right)/(b-a)a'^2}$.

Различные случаи значений материальных параметров и соответствующих им знаков функции $F(0, \alpha)$ приведены в табл. 1.

Обратимся теперь к исследованию предельных значений функции $F(\nu, \alpha)$ при $\nu \to \nu_L$.

В зависимости от соотношений между параметрами пограничных сред a, b, a', μ' и значения угла α реализуется один из четырех случаев, представленных в табл. 2.

Найдем предел $\lim\limits_{\nu\to\nu_L} F(\nu,\alpha)$ для различных предельных частот ν_L. Для предельной частоты $\nu_L = \sqrt{a}$ (случай (ii)) получаем

$$A_1(\alpha) = \lim_{\nu\to\nu_L} F(\nu,\alpha) = a'\left(\mu' + \sqrt{\frac{1 - a(\mu'/a')}{(1 - a/b)\sin^2\alpha}}\right). \quad (10)$$

Знак функции $A_1(\alpha)$ (10) отрицателен для всех $\alpha \in (0, \pi/2)$, если выполняется условие

$$b < b^* \equiv a\frac{a'\mu'}{a'\mu' - (a'/\mu' - a)}. \quad (11)$$

Если $b > b^*$, то $A_1(\alpha) > 0$ при $\alpha \in [0, \alpha_1)$ и $A_1(\alpha) < 0$ при $\alpha \in (\alpha_1, \pi/2]$, где угол α_1 находится из уравнения $A_1(\alpha) = 0$:

$$\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{1}{|\mu'|}\sqrt{\frac{b}{b-a}}\sqrt{\frac{a' - a\mu'}{a'}}\right). \quad (12)$$

Для предельной частоты $\nu_L = \sqrt{a'/\mu'}$ (случаи (i) и (iv, a)) $\lim\limits_{\nu\to\nu_L} F(\nu,\alpha)$ бесконечен. Здесь достаточно рассмотреть только знак коэффициента при расходящимся сомножителе $(a' - \mu'\nu^2)^{-1/2}$:

$$A_2(\alpha) = \mu'\left\{\left(a - \frac{a'}{\mu'}\right)\sqrt{ab} + \left[ab - \frac{a'}{\mu'}(a + b - d(\alpha))\right]\sqrt{\frac{a - a'/\mu'}{d(\alpha) - a'/\mu'}}\right\}. \quad (13)$$

Для предельной частоты $\nu_L = \sqrt{d}$ (случаи (iii) и (iv, b)) аналогично выделяем общий коэффициент при расходящемся сомножителе $(d - \nu^2)^{-1/2}$:

$$A_3(\alpha) = \sqrt{\frac{ab^2}{a'\mu'}}\sqrt{[a - d(\alpha)]\left(\frac{a'}{\mu'} - d(\alpha)\right)} - \left\{d(\alpha)\left[\frac{a'}{\mu'} - a - b\right] + ab\right\}. \quad (14)$$

Решения уравнений $A_2(\alpha) = 0$ и $A_3(\alpha) = 0$ обозначим $\alpha = \alpha_2$ и $\alpha = \alpha_3$ соответственно.

Ясно, что в зависимости от значений материальных параметров граничащих сред могут реализоваться $6 \times 4 = 24$ различных случая (табл. 3), для обозначения которых используем совместную нумерацию из табл. 1 и 2. Так, обозначение (1)–(ii) соответствует комбинации параметров (1) из табл. 1 и комбинации (ii) из табл. 2. Из 24 несовместными являются 6 комбинаций (1)–(iv), (1)–(i), (5)–(ii), (5)–(iii), (3)–(i) и (6)–(iii), в чем легко убедиться, сопоставляя неравенства, определяющие эти комбинации. Результаты анализа оставшихся 18 случаев представлены в табл. 3.

Установлено, что в случаях (1)–(ii), (1)–(iii), (5)–(i) и (1)–(iv) дисперсионное уравнение решений не имеет и возбуждение поверхностных поляритонов

Таблица 1. Знаки функции $F(0, \alpha)$

Случай	Значение μ'	Значение $r = a^2b/a'^2$	Знак $F(0, \alpha)$
(1)	$-1 < \mu' < 0$	$r < \min(a, b)$	отрицательный
(2)	$-1 < \mu' < 0$	$r > \max(a, b)$	положительный
(3)	$-1 < \mu' < 0$	$\max(a, b) > r > \min(a, b)$	зависит от α
(4)	$\mu' < -1$	$r < \min(a, b)$	положительный
(5)	$\mu' < -1$	$r > \max(a, b)$	отрицательный
(6)	$\mu' < -1$	$\max(a, b) > r > \min(a, b)$	зависит от α

Таблица 2. Предельные частоты ν_L поверхностных поляритонов на границах одноосных кристаллов и левых изотропных сред

Случай	Соотношения между a, b и a'/μ'	Угол α	Предельная частота ν_L	Знак $\lim\limits_{\nu\to\nu_L} F(\nu,\alpha)$
(i)	$a'/\mu' < \min(a, b)$	$0 < \alpha < \pi/2$	$\sqrt{a'/\mu'}$	$\mathrm{sgn}A_2(\alpha)$
(ii)	$a < b$, $a < a'/\mu'$	$0 < \alpha < \pi/2$	$\sqrt{a}$	$\mathrm{sgn}A_1(\alpha)$
(iii)	$b < a$, $a < a'/\mu'$	$0 < \alpha < \pi/2$	$\sqrt{d}$	$\mathrm{sgn}A_3(\alpha)$
(iv, a)	$a > a'/\mu' > b$	$0 < \alpha < \alpha_0$	$\sqrt{a'/\mu'}$	$\mathrm{sgn}A_2(\alpha)$
(iv, b)	$a > a'/\mu' > b$	$\alpha_0 < \alpha < \pi/2$	$\sqrt{d}$	$\mathrm{sgn}A_3(\alpha)$

Примечание. В случае (iv) для углов $\alpha \in [0, \alpha_0)$ предельная частота $\nu_L = \sqrt{a'/\mu'}$, а для $\alpha \in (\alpha_0, \pi/2]$ $\nu_L = \sqrt{d}$, где $\alpha_0 = \arcsin\sqrt{(a - a'/\mu')/(a - b)}$. Функции $A_1(\alpha)$, $A_2(\alpha)$ и $A_3(\alpha)$ заданы формулами (10), (13) и (14) соответственно.

Таблица 3. Количество корней дисперсионного уравнения для различных комбинаций материальных параметров

Комбинация случаев	Разрешенные направления распространения	Число корней дисперсионного уравнения
(1)–(iv), (1)–(i) (5)–(ii), (5)–(iii) (3)–(i), (6)–(iii)	—	—
(1)–(ii), (1)–(iii)	—	0
(5)–(i), (5)–(iv)	—	0
(2)–(i)	$[0, \pi/2]$	1
(2) (iii)	$[0, \pi/2]$	1
(4) (i)	$[0, \pi/2]$	1
(4)–(iii)	$[0, \pi/2]$	1
(2)–(iv)	$[0, \alpha_2)$	1
(3)–(iii)	$(\alpha^*, \pi/2]$	1
(4)–(ii) если $b > a\dfrac{a'\mu'}{a'\mu' - (a'/\mu' - a)}$	$[0, \alpha_1)$	1
(4) (ii) если $b < a\dfrac{a'\mu'}{a'\mu' - (a'/\mu' - a)}$	$[0, \pi/2]$	1
(6)–(i) если $a > b$	$[0, \alpha^*]$	1
(6)–(i) если $b > a$	$[\alpha^*, \pi/2]$	1
(3) (iv)	$[0, \alpha^*)$ и $[0, \alpha_4)$	до 2
(6) (ii)	$[0, \alpha^*)$ и $[0, \alpha_1)$	до 2
(2)–(ii), (6)–(iv)		до 3
(3)–(ii), (4)–(iv)		до 3

невозможно. В 8 случаях дисперсионное уравнение может иметь не более одного решения. Совокупности разрешенных направлений распространения поляритонов здесь определяются условием (7) и образуют секторы в плоскости раздела.

В случаях (3)–(iv) и (6)–(ii) могут существовать сразу два решения дисперсионного уравнения. Здесь условие $F(0, \alpha)F(\nu_l, \alpha) < 0$ выполнено, если $\alpha \in (\alpha^*, \alpha_2)$ (случай (3)–(iv)) или $\alpha \in (\alpha^*, \alpha_1)$ (случай (6)–(ii)). Для направлений распространения, задаваемых углами $\alpha \in [0, \alpha^*)$, дисперсионное уравнение имеет два решения (рис. 1). Здесь мы используем величины α_1, α_2, α_3 и α^*, определенные выше.

В оставшихся случаях (2)–(ii), (3)–(ii), (4)–(iv), (6)–(iv) число решений дисперсионного уравнения (2) при заданном α может достигать трех. Рассмотрим эти случаи отдельно.

Случай (2)–(ii). Если $b < b^*$, то неравенство (7) выполняется при любых α, т. е. существует одно сти от значения параметра b возможно различное расположение ветвей решений дисперсионного уравнения, в том числе и приводящее к наличию целого интервала углов α, для которых это уравнение имеет одновременно три решения (вставка на рис. 2).

Случай (3)–(ii). При $b < b^*$ существует только одно решение для углов $\alpha \in [0, \alpha^*)$. Если $b > b^*$, то появляется еще одна ветвь решения в области $\alpha \in (\alpha_1, \pi/2]$. Для некоторых значений параметра b угол α_1 может стать больше, чем α^*. При этом ветви решений перестраиваются, появляются интервалы углов α направлений распространения, для которых существуют одновременно три решения дисперсионного уравнения (рис. 3).

Случай (4)–(iv). Имеются две ветви решений в областях $\alpha \in [0, \alpha_2)$ и $\alpha \in (\alpha_3, \pi/2]$. По расположению возможных направлений распространения поверхностных волн этот случай противоположен случаю, ис-

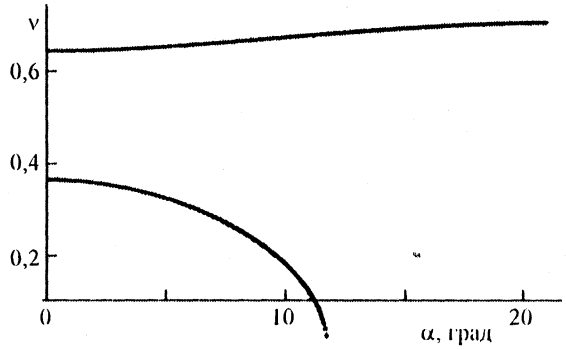

Рис. 1. Решения $\nu = \nu(\alpha)$ дисперсионного уравнения (2) (случай (6)–(ii)). $a = 0{,}5$, $b = 0{,}9$, $a' = -0{,}66$, $\mu' = -1{,}2$. Два решения при одинаковом значении α соответствуют двум изонормальным поверхностным волнам, распространяющимся в заданном направлении с различной фазовой скоростью.

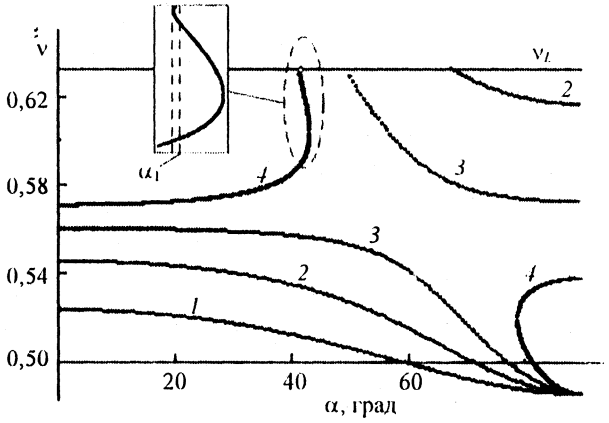

Рис. 2. Решения $\nu = \nu(\alpha)$ дисперсионного уравнения (2) (случай (2)–(ii)). $a = 0{,}4$, $a' = -0{,}34$, $\mu' = -0{,}94$. $b = 0{,}41$ (1), $0{,}42$ (2), $0{,}43$ (3), $0{,}44$ (4); на вставке

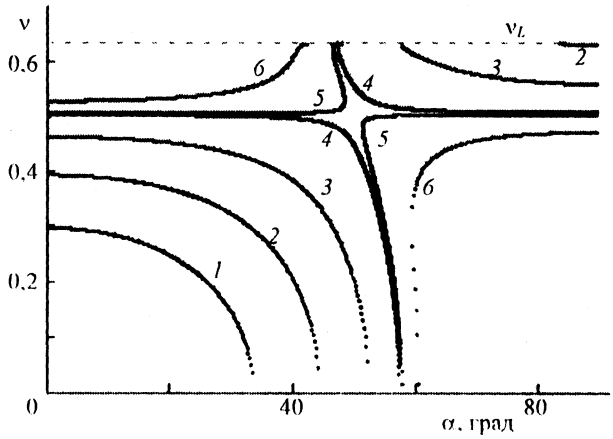

Рис. 3. Решения $\nu = \nu(\alpha)$ дисперсионного уравнения (2) (случай (3)–(ii)). $a = 0{,}4$, $a' = -0{,}41$, $\mu' = -0{,}94$. $b = 0{,}43$ (*1*), 0,442 (*2*), 0,46 (*3*), 0,48 (*4*), 0,482 (*5*), 0,5 (*6*). График *1* представлен одной кривой в интервале $[0, \alpha^*)$, при этом $b < b^* = 0{,}441$; графики *2*, *3*, *4* состоят из двух ветвей в интервалах $[0, \alpha^*)$ и $(\alpha_1, \pi/2]$; графики *5*, *6* состоят из двух ветвей преимущественно в интервалах $[0, \alpha_1)$ и $(\alpha^*, \pi/2]$. При увеличении параметра b от 0,480 до 0,482 происходит преобразование структуры ветвей дисперсионного уравнения.

следованному в работе [4]. В ней рассматривалась граница раздела правого немагнитного одноосного кристалла и правой изотропной среды, а решения дисперсионного уравнения существовали при $\alpha \in (\alpha_2, \alpha_3)$. При $b = b^*$ происходит перестроение ветвей, аналогичное рассмотренному для случая (2)–(ii).

Аналогичная трансформация ветвей решений дисперсионного уравнения при изменении b наблюдается и в случае (6)–(iv). Здесь дисперсионное уравнение имеет решения при $\alpha \in [0, \alpha_2)$ и $\alpha \in (\alpha^*, \pi/2]$, а преобразования структуры ветвей происходят, когда $\alpha_2 \approx \alpha^*$.

3. Поверхностные поляритоны на границе раздела слабоанизотропного кристалла и левой среды

Поверхностные поляритоны на границах раздела левой и правой изотропных сред хорошо изучены [16, 17]. Исследуем влияние слабой анизотропии одной из пограничных сред на характер распространения поверхностных волн при условии, что эта среда граничит с изотропной левой средой. Рассмотрим, как изменяются решения $\nu = \nu_s$ дисперсионного уравнения (2) при переходе от границы раздела изотропных правой и левой сред ($b = a$) к границе правого слабоанизотропного кристалла ($b \approx a$) и левой изотропной среды. При этом полагаем, что переменным является параметр b, в то время как другие материальные параметры остаются фиксированными. Далее рассматривается случай, когда $|\mu'| < 1$, $|a'| > a$, $a'/\mu' > a$.

Выберем $a = b = 0{,}5$, $a' = -0{,}62$, $\mu' = -1{,}22$. Считаем, что правая изотропная среда при внешнем воздействии (электрическом или механическом) становится оптически одноосной.

Для выбранных параметров равенство $b = a$ отвечает случаю, промежуточному между (4) (iii) и (4)–(ii). При $b = a$ поверхностные волны могут распространяться в любом направлении вдоль границы раздела (график *1* на рис. 4). При уменьшении b переходим к комбинации материальных параметров (4)–(iii), при которой поверхностные поляритоны по-прежнему могут распространяться в любом направлении. При увеличении b параметры соответствуют комбинации (4)–(ii), для которой углы α для разрешенных направлений распространения поверхностных поляритонов определяются из условия $F\left(\sqrt{a}, \alpha\right) < 0$ (см. табл. 3). Если $b < b^*$ (11), то распространение поверхностных волн возможно во всех направлениях, а если $b > b^*$ – то только для $\alpha \in [0, \alpha_1)$. При превышении параметром b порогового значения b^* интервал углов $[0, \alpha_1)$ быстро сужается (см. графики *3*, *4* на рис. 4 и 5). Для того чтобы небольшой модуляцией параметра b можно было значительно изменить угловую ширину секторов разрешенных направлений, необходимо, чтобы a и a'/μ' различались незначительно (см. формулу (12)), что использовалось нами при выборе значений материальных параметров (в рассматриваемом случае $b^* = 0{,}505$). При дальнейшем увеличении параметра b и выполнении условия $b > a'^2/a = 0{,}769$ ($r > a$) материальные параметры будут соответствовать комбинации (6)–(ii), для которой появляется вторая ветвь решения дисперсионного уравнения в области $[0, \alpha^*)$.

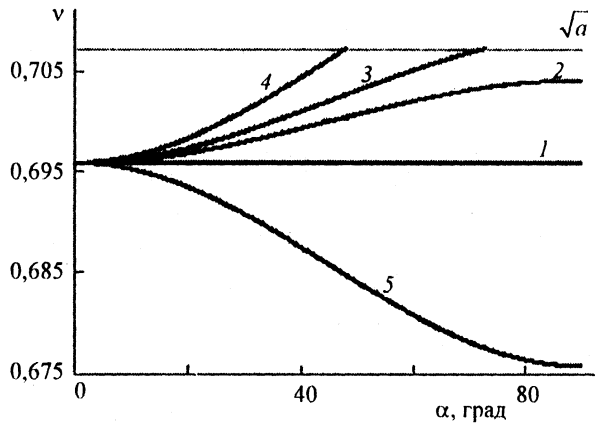

Рис. 4. Зависимости безразмерной приведенной частоты ν от направления распространения поверхностной волны при разных значениях параметра b. $b = 0{,}5$ (*1*), 0,502 (*2*), 0,506 (*3*), 0,510 (*4*), 0,515 (*5*)

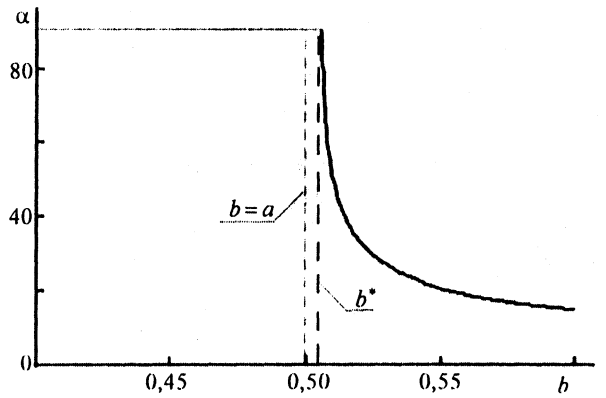

Рис. 5. Область углов α, определяющих разрешенные направления распространения поверхностных волн, в зависимости от параметра *b*.

Заключение

Впервые исследованы поверхностные поляритоны на границе правых одноосных кристаллов и левых изотропных сред. Показано, что в зависимости от соотношений между материальными параметрами граничащих сред возбуждение поверхностных поляритонов возможно либо в любых направлениях вдоль границы раздела, либо в совокупности направлений, образующих два или четыре сектора в плоскости раздела, либо вообще невозможно. Впервые установлен факт одновременного существования двух или трех решений дисперсионного уравнения для заданного направления распространения вдоль границы, отвечающих изонормальным поверхностным волнам с несовпадающими фазовыми скоростями.

Исследован предельный переход от границы правого одноосного кристалла и левой изотропной среды к границе раздела изотропных правой и левой сред. Изучена эволюция положений секторов существования поверхностных поляритонов и их угловых ширин при таком переходе. Установлены соотношения для материальных параметров граничащих сред, при выполнении которых возможны значительные перестройки положений и изменения угловых ширин секторов существования поверхностных поляритонов при небольшой модуляции (порядка 1%) одной из компонент тензора диэлектрической проницаемости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Поверхностные поляритоны / Под общ. ред. Агранович В.М., Миллса Д.Л. М.: Наука, 1985. 528 с.
2. *Марчевский Ф.Н., Стрижевский В.Л., Стрижевский С.В.* Сингулярные электромагнитные волны в ограниченных анизотропных средах // ФТТ. 1984. Т. 26. № 5. С. 1501–1503.
4. *Дьяконов М.И.* Новый тип пограничных электромагнитных волн // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. № 4. С. 119–123.
5. *Аверкиев Н.С., Дьяконов М.И.* Электромагнитные волны, локализованные на границе раздела прозрачных анизотропных сред // Опт. и спектр. 1990. Т. 68. В. 5. С. 1118–1121.
6. *Даринский Ф.Н.* Бездисперсионные поляритоны на границе кручения в оптически одноосном кристалле // Кристаллография. 2001. Т. 46. № 5. С. 916–918.
7. *Фурс А.Н., Галынский В.М., Барковский Л.М.* Бездисперсионные поверхностные поляритоны на границах кручения кристаллов и в переходном слое между ними // Опт. и спектр. 2005. Т. 98. № 3. С. 497–503.
8. *Альшиц В.И., Любимов В.Н.* Бездисперсионные поверхностные поляритоны на различных срезах оптически одноосных кристаллов // ФТТ. 2002. Т. 44. № 2. С. 371–375.
9. *Фурс А.Н., Барковский Л.М.* Поверхностные электромагнитные волны в фарадеевских средах // ЖТФ. 2003. Т. 73. № 4. С. 9–16
10. *Galynsky V.M., Furs A.N., Barkovsky L.M.* Integral formalism for surface electromagnetic waves in bianisotropic media // J. Phys. A. 2004. V. 37. № 18. P. 5083–5096.
11. *Альшиц В.И., Любимов В.Н.* Бездисперсионные поляритоны на симметрично ориентированных поверхностях двуосных кристаллов // ФТТ. 2002. Т. 44. № 10. С. 1895–1899.
12. *Furs A.N., Galynsky V.M., Barkovsky L.M.* Surface polaritons in symmetry planes of biaxial crystals // J. Phys. A. 2005. V. 38. P. 8083–8101.
13. *Smith D.R., Padilla W.J., Vier D.C. et al.* Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. № 18. P. 4184–4187.
14. *Shelby R.A., Smith D.R., Schultz S.* Experimental verification of a negative index of refraction // Science. 2001. V. 292. P. 77–79.
15. *Веселаго В.Г.* Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ε и μ // УФН. 1967. Т. 92. С. 517–522.
16. *Ruppin R.* Surface polaritons of a left-handed medium // Phys. Lett. A. 2000. V. 277. P. 61–64.
17. *Shadrivov I.V., Sukhorukov A.A., Kivshar Yu.S. et al.* Nonlinear surface waves in left-handed materials // Phys. Rev. E. 2004. V. 69. P. 016617/1–016617/12.
18. *Веселаго В.Г.* Электродинамика материалов с отрицательным показателем преломления // УФН. 2003. Т. 173. № 7. С. 790–794.
19. *Федоров Ф.И.* Теория гиротропии. Мн.: Наука и техника, 1976. 453 с.