ПРОБЛЕМА ЦЕНТРА И ФОКУСА ДЛЯ ОДНОЙ СИСТЕМЫ С ДЕСЯТЬЮ ПАРАМЕТРАМИ, ПРИВОДЯЩЕЙСЯ К СИСТЕМЕ ЛЬЕНАРА

Ю.Л. Бондарь (г. Минск, Беларусь)

Рассматривается система дифференциальных уравнений

$$\begin{gathered}\dot{x} = y(1 + Dx + Px^2) + Rx^2 + Qx^3, \\ \dot{y} = -x + Ax^2 + 3Bxy + Cy^2 + Kx^3 + 3Lx^2y + Mxy^2,\end{gathered} \tag{1}$$

где A, B, C, D, K, L, M, P, Q, $R \in \mathbb{C}$. Для системы (1) рассматривается проблема центра и фокуса. Пусть V — многообразие центра системы (1).

Образуем вектор p=(A, B, C, D, K, L, M, P, Q, R).

Положим

$J_1 = \langle Q(2C+D)-K(3B+2R)+C(3B(A+C)+R(2A-D)), 9B^2(C+D)+(C-D)(2C+D)(2A+4C+D)+2M(2A+6C+3D)+4AP-6BR(2A+C-2D)-4R^2(2A+2C-D)-6Q(3B+2R), DM-2CP, (C-D)(2C+D)^2+4M(C+D)+2DP-2R(2C+D)(3B+2R)+(C+D)(3B+2R)^2, 3B(A+C)+3(L+Q)+R(2A-D)\rangle$,

$J_2 = \langle 3B+2R,\ (Q-DR)(2Q-DR)-2R(CQ-CDR+MR),\ 2R(M+P)+(2C+D)(Q-DR),\ 4PQ+(2C+D)^2(Q-DR)+2M(2Q+2CR+DR),\ 4(M+P)^2+(2C+D)(2CP-2DM-DP),\ 3(L+Q)-R(2C+D)\rangle$,

$J_3 = \langle 6A+7C-4D,\ 6(A+C)^2(2A+C)^2+R^2(68A^2+124AC+57C^2),\ 12B(A+C)+R(14A+11C),\ 18(A+C)(2A+C)^2-12ABR+19R^2(10A+9C),\ 27(2A+C)^2+8(9B^2-6BR+19R^2),\ 4Q-R(2A+3C),\ 3K-R(3B+5R),\ (A+C)(2A+3C)-2M,\ (A+C)(2A+3C)-4P,\ 4L-R(2A+3C)\rangle$,

$J_4 = \langle 6A+5C-2D,\ 3(A+C)^2(2A+C)^2+2R^2(46A^2+62AC+21C^2),\ 6B(A+C)+R(22A+13C),\ 27(A+C)(2A+C)^2-60ABR+2R^2(304A+189C),\ 243(2A+C)^2+4(90B^2-150BR+103R^2),\ 2Q-R(4A+3C),\ 9K+R(3B-7R),\ (A+C)(4A+3C)-M,\ (A+C)(4A+3C)-2P,\ 2L-R(4A+3C)\rangle$.

Справедлива следующая

Теорема. *Выполняется включение* $\bigcup\limits_{k=1}^{4} \mathbb{V}(J_k) \subset V$.