

ИНВАРИАНТНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ СТАНДАРТНЫХ СИСТЕМ С КОНСЕРВАТИВНЫМ КУБИЧЕСКИМ ПЕРВЫМ ПРИБЛИЖЕНИЕМ

В. В. Басов (г. Санкт-Петербург, Россия)

Рассматривается двумерная система с малым параметром

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= (-x_2 + X_1(t, x_1, x_2, \varepsilon)\varepsilon)\varepsilon^\nu, \\ \dot{x}_2 &= (x_1^3 - 2\sigma x_1^2 + \eta x_1 + X_2(t, x_1, x_2, \varepsilon)\varepsilon)\varepsilon^\nu\end{aligned}\quad (\nu = 0, 1), \quad (1^\nu)$$

в которой $\sigma = 0, 1$; $\eta = -1, 0, 1$ при $\sigma = 0$; $\eta \in \mathbf{R}$ при $\sigma = 1$; X_1, X_2 — непрерывные при $t \in \mathbf{R}$, $|x_1| < x_0$, $|x_2| < x_0$, $0 \leq \varepsilon < \varepsilon_0$, T -периодические по t функции класса $C^2_{x_1, x_2, \varepsilon}$.

Система (1^1) по сравнению с (1^0) имеет "быстрое" время.

Автономная система первого приближения

$$\dot{x}_1 = -x_2\varepsilon^\nu, \quad \dot{x}_2 = (x_1^3 - 2\sigma x_1^2 + \eta x_1)\varepsilon^\nu \quad (\nu = 0, 1) \quad (2^\nu)$$

системы (1'') имеет от одной до трех точек покоя и помимо них ее фазовая плоскость заполнена замкнутыми траекториями и сепаратрисами, задаваемыми интегралами $x_1^4 - 8x_1^3\sigma/3 + 2\eta x_1^2 + 2x_2^2 = c$.

Цель работы заключается в нахождении у произвольной системы (1'') при любом достаточно малом ε определенного числа двумерных цилиндрических инвариантных поверхностей, гомеоморфных торам, если факторизовать время по периоду T , чьи фазовые проекции охватывают одно или все состояния равновесия системы (2'').

В явном виде приводятся условия на функции $X_i(t, x_1, x_2, 0)$, при выполнении которых в возмущенной системе (1) такие поверхности имеются, даются оценки количества поверхностей и их асимптотическое разложение по степеням малого параметра. В качестве примера строится класс систем вида (1) имеющих три инвариантных тора.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант 05-01-00245.