

УДК 539.12:530.145

Д.В. ГАЙДУКЕВИЧ, В.И. СТРАЖЕВ

О КИРАЛЬНЫХ ВЕКТОРНЫХ ЧАСТИЦАХ

It is shown, that there exist two independent formulations of the theory of vector particles. One of them corresponds to well known Proca equations, another system is dual symmetrical generalization of the above mentioned one. It describes the so called chiral vector particles, experimental search of which is planned on collider in CERN.

1. Концепция существования в природе нового типа (киральных) векторных частиц, предложенная М.В. Чижевским (см. [1, 2]), рассматривается в качестве одного из значимых достижений дубненских физиков последнего десятилетия в теории элементарных частиц. Привлекательность гипотезы состоит в том, что в случае обнаружения киральных частиц очевидна необходимость расширения стандартной модели $SU(2) \otimes U(1)$, в которой для таких частиц нет места. На возможность их существования указывают уже как ряд данных по адронным резонансам, так и косвенно некоторые из результатов, полученных на Большом адронном коллайдере в ЦЕРНе (см. [1, 2]). Предполагается, что киральные векторные бозоны обладают аномальным (по сравнению с «обычными» векторными частицами) взаимодействием с электромагнитным полем, меняют значение киральности у частиц (при ее наличии), взаимодействующих с ними, должны иметь большое значение массы (не менее 700 ГэВ). Основные усилия в работах [1, 2] сосредоточены на разработке экспериментальных следствий возможного существования таких частиц. Теоретические аргументы имеют преимущественно эвристический характер. В качестве основного довода в пользу возможности их существования приводятся следующие соображения. С «обычными» векторными (аксиально-векторными) частицами связывается представление $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ группы Лоренца, которое сопоставляется 4-векторному потенциалу φ_μ . Но частицы со спином 1 можно описывать и посредством представлений (0,1) и (1,0) группы Лоренца, прямая сумма которых соответствует антисимметричному тензору второго ранга $\varphi_{[\mu\nu]}$. Выбор $\varphi_{[\mu\nu]}$ в качестве

потенциала векторного поля восходит еще к работе Кеммера [3]. Применительно к безмассовому полю такой подход получил развитие в работах [4, 5] (нотиф в [4] и поле Кальба – Рамонда в [5], эквивалентное понятию нотифа; см. также [6–8]). Теоретическая возможность существования киральных векторных частиц связывается в [1, 2] именно с таким описанием векторного поля. В качестве дополнительного обоснования привлекается подход Вайнберга [9] к построению теории релятивистских волновых уравнений (РВУ), в котором используются только представления группы Лоренца $(0, j)$ и $(j, 0)$, где j пробегает значения $1/2, 1, 3/2, 2, \dots$. Двусмысленность последней аргументации заключается, однако, в том, что, согласно Вайнбергу, представления $(0, 1)$ и $(1, 0)$ могут описывать только частицы с единичным спином (для безмассового поля со спиральностью ± 1), тогда как в [1] эти представления сопоставляются в безмассовом случае частицам с нулевой спиральностью (см. также [4–8]). В настоящей работе показано, что действительно имеются два принципиально различных описания частиц с единичным спином. Одно из них соответствует «обычным» векторным частицам, которым сопоставляется уравнение Даффина – Кеммера. Второе – киральным векторным частицам, которые описываются дуально-симметричным обобщением уравнения Прока. Соответствующая матричная формулировка использует алгебру матриц, частным случаем которой является алгебра матриц Даффина – Кеммера.

2. Уравнение Даффина – Кеммера

$$(\beta_\mu \partial_\mu + m)\Psi = 0, \quad (1)$$

где волновая функция Ψ составлена из компонент тензора $\phi_{[\mu\nu]}$ и 4-вектора ϕ_μ , при соответствующем задании матриц β_μ (см., например, [10]) эквивалентно следующей системе тензорных уравнений:

$$\partial_\nu \phi_{[\mu\nu]} + m\phi_\mu = 0, \quad (2a)$$

$$\partial_\nu \phi_\mu - \partial_\mu \phi_\nu + m\phi_{[\mu\nu]} = 0. \quad (2b)$$

При выборе потенциалов $\phi'_\mu = \frac{1}{m}\phi_\mu$ для функций $\phi_{[\mu\nu]}$, ϕ'_μ получаем известные уравнения Прока.

Выбор $\phi'_{[\mu\nu]}$ в виде $\frac{1}{m}\phi_{[\mu\nu]} = \phi'_{[\mu\nu]}$ приводит к системе уравнений для функций $\phi'_{[\mu\nu]}$, ϕ'_μ , в которой в качестве потенциала поля рассматривается антисимметричный тензор $\phi'_{[\mu\nu]}$. Для массивного поля во всех случаях (уравнение Даффина – Кеммера, уравнения Прока при двух различных выборах потенциальной функции) приходим в отсутствие взаимодействия к эквивалентному описанию частиц с единичным спином. В то же время их безмассовые пределы приводят к принципиально различным теориям. В первом случае получаем известную матричную формулировку электромагнитного поля (см., например, [10]). Во втором случае имеем систему уравнений поля Кальба – Рамонда [5], которые описывают безмассовую частицу (нотиф [4]) с нулевой спиральностью. Уравнение Даффина – Кеммера (1) при $m = 0$, как будет показано в отдельной работе, может быть истолковано как объединение двух отмеченных безмассовых пределов.

3. Рассмотрим следующую систему уравнений:

$$\partial_\nu \phi_{[\mu\nu]} + m\phi_\mu = 0, \quad (3a)$$

$$\partial_\nu \tilde{\phi}_{[\mu\nu]} + m\psi_\mu = 0, \quad (3b)$$

$$\partial_\nu \phi_\mu - \partial_\mu \phi_\nu + \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\alpha \psi_\beta + m\phi_{[\mu\nu]} = 0, \quad (3v)$$

где ϕ_μ – 4-вектор, ψ_μ – аксиальный 4-вектор, $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$ – полностью антисимметричный тензор Леви-

Чевита, $\epsilon_{1234} = -i$, $\tilde{\phi}_{[\mu\nu]} = \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\phi_{[\alpha\beta]}$. Система уравнений (3) представима в матричном виде (1), но уже для 14-мерной волновой функции Φ , составленной из компонент $\phi_{[\mu\nu]}$, ϕ_μ и ψ_μ . Матрицы γ_μ этого уравнения имеют размерность 14×14 . Непосредственной проверкой можно установить, что эти матрицы удовлетворяют следующим перестановочным соотношениям:

$$\gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\lambda + \gamma_\nu \gamma_\lambda \gamma_\mu + \gamma_\lambda \gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu \gamma_\lambda + \gamma_\lambda \gamma_\nu \gamma_\mu + \gamma_\mu \gamma_\lambda \gamma_\nu = 2(\delta_{\lambda\nu} \gamma_\mu + \delta_{\mu\lambda} \gamma_\nu + \delta_{\mu\nu} \gamma_\lambda). \quad (4)$$

Возможность существования такой матричной алгебры отмечена ранее в [11]. Ее частным случаем является алгебра Даффина – Кеммера. Система уравнений (3) и ее матричный эквивалент основаны на использовании представлений $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$, $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ и $(0,1)$, $(1,0)$, где штрих у представления $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ обозначает, что оно описывает аксиальный 4-вектор. Система (3) представима в следующем виде:

$$\partial_\nu \varphi_{[\mu\nu]}^S + m \varphi_\mu^S = 0, \quad (5 \text{ а})$$

$$\partial_\nu \varphi_\mu^S - \partial_\mu \varphi_\nu^S + i \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\alpha \varphi_\beta^S + m \varphi_{[\mu\nu]}^S = 0, \quad (5 \text{ б})$$

$$\partial_\nu \varphi_{[\mu\nu]}^A + m \varphi_\mu^A = 0, \quad (6 \text{ а})$$

$$\partial_\nu \varphi_\mu^A - \partial_\mu \varphi_\nu^A - i \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\alpha \varphi_\beta^A + m \varphi_{[\mu\nu]}^A = 0, \quad (6 \text{ б})$$

где $\varphi_{[\mu\nu]}^S$ – самодуальный, $\varphi_{[\mu\nu]}^A$ – антисамодуальный тензоры, так что $\tilde{\varphi}_{[\mu\nu]}^S = i \varphi_{[\mu\nu]}^S$, $\tilde{\varphi}_{[\mu\nu]}^A = -i \varphi_{[\mu\nu]}^A$

и $\varphi_{[\mu\nu]}^S = \varphi_{[\mu\nu]} - i \tilde{\varphi}_{[\mu\nu]}$, $\varphi_{[\mu\nu]}^A = \varphi_{[\mu\nu]} + i \tilde{\varphi}_{[\mu\nu]}$, $\tilde{\varphi}_{[\mu\nu]} = \frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \varphi_{[\alpha\beta]}$. Тензор $\varphi_{[\mu\nu]}^S$ соответствует представлению

$(0,1)$, тензор $\varphi_{[\mu\nu]}^A$ – представлению $(1,0)$. По отношению к операции пространственной инверсии

системы (5) и (6) являются сопряженными друг к другу и представимы в виде матричных уравнений первого порядка вида (1). Оператор пространственной инверсии, переводящий одну систему уравнений в другую, непосредственно связан с матрицей билинейной инвариантной формы для описанной системы. При задании волновой функции-столбца Φ в виде $\Phi = (\Phi^S, \Phi^A)$, где Φ^S и Φ^A образованы

из компонент тензоров $\varphi_{[\mu\nu]}^S$, φ_μ^S и $\varphi_{[\mu\nu]}^A$, φ_μ^A соответственно, матрицы γ_μ приобретают блочную

структуру $\gamma_\mu = \begin{pmatrix} \gamma_\mu^S & \\ & \gamma_\mu^A \end{pmatrix}$. Матрицы γ_μ^S , γ_μ^A имеют размерность 7×7 и подчиняются алгебре матриц (4).

Форма записи (5), (6) системы (3) при переходе к безмассовому полю в явном виде отражает, что она описывает киральные векторные частицы. Состояния, описываемые представлениями $(0,1)$ и $(1,0)$, сопоставляются двум противоположным значениям киральности аналогично ситуации для представлений $(0,1/2)$, $(1/2,0)$ дираковского поля. Отметим также, что уравнения (3) инвариантны относительно дуальных преобразований, связывающих между собой функции φ_μ и Ψ_μ , $\varphi_{[\mu\nu]}$ и

$\tilde{\varphi}_{[\mu\nu]} = \frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \varphi_{[\alpha\beta]}$ (применительно к рассматриваемой системе они обсуждались ранее в [12]). Дискретные дуальные преобразования соответствуют киральным преобразованиям в теории безмассовых дираковских частиц, реализуемых матрицей γ_5 .

Волновое уравнение, которое объединяет массивный и безмассовый случаи, может быть записано следующим образом:

$$(\gamma_\mu \partial_\mu + m_1 P_1 + m_2 P_2) \Phi = 0, \quad (7)$$

$$\text{где } P_1 = \begin{pmatrix} I_4 & & \\ & 0_3 & \\ & & I_4 \\ & & & 0_3 \end{pmatrix}, P_2 = \begin{pmatrix} 0_4 & & \\ & I_3 & \\ & & 0_4 \\ & & & I_3 \end{pmatrix} \quad - \quad \text{проективные операторы, } P_1 + P_2 = I_{14},$$

$P_1^2 = P_1$, $P_2^2 = P_2$, $P_1 P_2 = 0$, $P_{1(2)} \gamma_\mu = \gamma_\mu P_{2(1)}$. При $m_1 = m_2 = m$ из (7) следуют системы (5), (6). Если $m_1 = 0$, приходим к двухпотенциальному описанию электромагнитного поля (см. [13]). Полагая $m_2 = 0$, имеем дуально-симметричное обобщение поля Кальба – Рамонда. Во всех случаях возможна лагранжева формулировка теории. При $m_1 = m_2 = 0$ получаем безмассовое поле, описываемое двумя независимыми системами уравнений, лагранжева формулировка которых может быть дана только при их совместном рассмотрении. Рассмотрение «обычных» векторных частиц связано с использованием представлений

$\left\{ (0,1) \oplus (1,0) \oplus \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \right\}$, где представление $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$ может сопоставляться как 4-вектору, так и 4-псевдовектору (в последнем случае представление $(0,1) \oplus (1,0)$ сопоставляется псевдотензору $\tilde{\Phi}_{[\mu\nu]}$).

Совместное описание векторных и аксиально-векторных частиц, основанное на объединении этих случаев, соответствует рассмотрению уравнения типа (1) с матрицами размерности 20×20 , подчиняющимися алгебре матриц Даффина – Кеммера. С точки зрения теории релятивистских уравнений первого порядка будем иметь дело с распадающейся системой, каждое из уравнений которой по отдельности (и совместно) не эквивалентно и не сводимо к рассмотренной 14-компонентной системе.

В работах [1, 2] вводятся два типа лагранжианов для векторных полей, потенциальная функция которых описывается антисимметричным тензором второго ранга. Один из них сопоставляется калибровочному антисимметричному тензорному полю и ему соответствует лагранжиан вида

$$L = \int d^4x \left(\frac{1}{4} (\partial_\mu P_1 + P_2 = I_{14, \nu\rho}) \partial^\mu \varphi^{\nu\rho} - \frac{1}{2} (\partial_\mu \Phi_{\mu\rho}) \partial^\nu \varphi^{\nu\rho} \right), \quad (8)$$

где тензор $\varphi_{\nu\rho}$ – потенциальная функция данного поля. Киральные векторные частицы в безмассовом случае описываются лагранжианом

$$L = \int d^4x \left(\frac{1}{4} (\partial_\mu \Phi_{\nu\rho}) \partial^\mu \varphi^{\nu\rho} - (\partial_\mu \Phi_{\mu\rho}) \partial^\nu \varphi^{\nu\rho} \right), \quad (9)$$

который, в отличие от лагранжиана (8), является конформно инвариантным! Соответствующее антисимметричное тензорное поле названо в [1] **материальным**. Непосредственной проверкой можно установить, что лагранжиану (8) соответствует теория, основанная на 10-мерном безмассовом уравнении Даффина – Кеммера, записанном в форме (7), где $m_2 = 0$. К лагранжиану (9) приводит собственно уравнение (7) при выборе $m_2 = 0$.

4. Из теории уравнения Дирака следует, что описание массивного и безмассового полей изначально основано на одном и том же наборе представлений. Появление такой физической характеристики, как киральность, связано с тем, что уравнение Дирака описывает в безмассовом случае два независимых состояния со спином $1/2$, которые связаны между собой операцией пространственной инверсии. В отсутствие нарушения P -инвариантности должны существовать одновременно частицы с противоположными значениями киральности. Для векторных частиц это соответствует рассмотрению уравнения, построенного на наборе представлений, включающих с необходимостью представления $(0,1)$ и $(1,0)$. Уравнения Прока (2) вне зависимости от выбора потенциальной функции поля описывают только одно спиновое состояние, и возможность введения понятия киральности отсутствует. Последнее особенно очевидно при выборе 4-вектора в качестве потенциала поля. Для массивного поля Кальба – Рамонда из уравнения (2 б) следует, что потенциальная функция $\Phi_{[\mu\nu]}$ подчиняется условию

$$\partial_\nu \tilde{\Phi}_{[\mu\nu]} = 0, \quad (10)$$

которое сводит число независимых компонент $\Phi_{[\mu\nu]}$ к трем в соответствии с числом спиновых проекций, т. е. мы вновь возвращаемся к одному значению спина и невозможности введения понятия киральности. Если строить по аналогии с дираковским полем описание киральных векторных частиц, то лишь отказ от выполнения условия (10) приводит к теории, содержащей два состояния со спином 1, связанных операцией P -инверсии. В таком подходе имеется полная эквивалентность с рассмотрением дираковского поля. Действительно, при переходе к описанию массивных частиц лагранжева формулировка дираковского поля возможна только при совместном использовании представлений $(1/2,0)$ и $(0,1/2)$. Именно такая же ситуация и реализуется в системах (5), (6). Выбор для киральных векторных частиц лагранжиана в виде (9) (в [1] предполагается, что их масса возникает динамическим образом) соответствует использованию дуально-симметричных уравнений Прока, которые одновременно можно рассматривать как частный случай уравнения Дирака – Кэлера (см. [14, 15]).

При рассмотрении заряженных частиц очевидна принципиальная разница между описанием векторных частиц посредством уравнения Прока и системами (3). Введение минимального электромагнитного взаимодействия посредством замены $\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu - ieA_\mu$, где A_μ – электромагнитный потенциал,

приводит к хорошо известным электромагнитным характеристикам частиц с единичным спином. Киральные векторные частицы имеют иной характер электромагнитного взаимодействия по сравнению с «обычными» векторными частицами, что является прямым следствием иных алгебраических соотношений для матриц соответствующего уравнения. В работах [1, 2] эта характеристика (иное описание электромагнитного взаимодействия) выступает, по существу, постулатом. Подробное рассмотрение электромагнитного взаимодействия в рамках обсуждаемого подхода будет предметом последующих публикаций.

1. Чижов М.В. // Физика элементар. частиц и атом. ядра. 1995. Т. 26. № 5. С. 1322; 2011. Т. 42. № 1. С. 171.
2. Chizhov M.V., Bednyakov V.A., Budagov J.A. // Phys. Atom. Nucl. 2008. Vol. 71. P. 2096.
3. Kemmer H. // Helv. Phys. Acta. 1960. Vol. 33. P. 829.
4. Огиевецкий В.И., Полубаринов В.И. // Ядер. физика. 1966. Т. 4. № 1. С. 216.
5. Kalb U., Ramond P. // Phys. Rev. 1974. Vol. 9. P. 2573.
6. Цвибах Б. Начальный курс теории струн: Пер. с англ. М., 2011.
7. Степановский Ю.П. // Электромагнит. явления. 1998. Т. 1. № 2. С. 180.
8. Плетюхов В.А., Стражев В.И. // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2008. № 1. С. 80.
9. Weinberg S. // Phys. Rev. 1964. Vol. B133. P. 1318; Vol. B134. P. 882.
10. Богуш А.А. Введение в калибровочную полевую теорию электрослабых взаимодействий. Мн., 1987.
11. Tzou K.U. // J. Phys. et Radium. 1957. Vol. 18. P. 619.
12. Круглов С.И., Стражев В.И. // Acta Phys. Polonica. 1977. Vol. B8. № 10. P. 807; 1979. Vol. B10. № 11. P. 975.
13. Плетюхов В.А., Стражев В.И. // Изв. вузов СССР. Физика. 1979. № 12. С. 14.
14. Pletyuchov V.A., Strazhev V.I. // Nonlinear Dynamics and Applications. 2009. Vol. 15. P. 131.
15. Стражев В.И., Сатиков И.А., Ционенко Д.А. Уравнение Дирака – Кэлера. Классическое поле. Мн., 2007.

Поступила в редакцию 14.03.12.

Дарья Владимировна Гайдукевич – аспирант кафедры теоретической физики. Научный руководитель – В.И. Стражев.
Василий Иванович Стражев – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики.