

А.И. УРБАНОВИЧ

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ПОЛЯ, ВОЗНИКАЮЩИЕ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КАПИЛЛЯРАХ ПРИ ТРАНСПОРТИРОВКЕ ИОННЫХ ПУЧКОВ

This paper presents the results of computing the temperature fields occurring in dielectric capillaries of glass for the transport of accelerated charged particles. It is shown that on the transport of ion beams with a power of several watts the capillary is heated intensively, whereas heat stresses may approach the lower bound associated with a real strength of glass.

В настоящее время ведутся интенсивные работы по исследованию прохождения ускоренных ионов через капилляры, цель которых – получение пучков ионов большой плотности малого поперечного сечения с небольшой расходимостью [1–4]. Для изготовления капилляров используются диэлектрики, полимеры, полупроводники, металлы [4]. При прохождении ионов через капилляр вследствие их взаимодействия с его внутренней поверхностью происходит передача части кинетической энергии ионов капилляру, в результате чего он нагревается. Наибольший интерес представляют капилляры конической формы, позволяющие за счет фокусировки создавать пучки с большой плотностью частиц. Конструкция конического капилляра такова, что он заканчивается цилиндрической областью, длина которой в несколько раз меньше длины самого капилляра. Именно здесь и происходит наиболее сильный его нагрев.

В веществах с небольшим коэффициентом теплопроводности следует ожидать возникновения значительного перепада температур между внутренней и внешней поверхностью капилляра и, как следствие, возникновения термонапряжений, которые при превышении критических значений могут приводить к разрушению капилляра. Для предотвращения этого применяют различные системы активного охлаждения [5].

Целью настоящей работы является расчет температурных полей в цилиндрических стеклянных капиллярах, создаваемых проходящими пучками ионов большой мощности.

Будем моделировать капилляр цилиндром радиуса R из материала с плотностью ρ , удельной теплоемкостью c и коэффициентом теплопроводности χ с начальной температурой $T = T_0$ и соосной с ним цилиндрической полостью радиуса r_0 , внутри которой движется пучок ионов, являющийся источником нагрева. Вследствие цилиндрической симметрии температура цилиндра будет зависеть от радиальной координаты r и времени t , т. е. $T = T(r, t)$.

Граничное условие зададим следующим образом. Вокруг теплового источника выделим цилиндр радиуса $r (r < r_0)$ длиной l . Тогда тепловой поток q , измеряемый в Вт/м², протекающий в единицу времени через боковую поверхность этого цилиндра, должен равняться производительности источника P , измеряемой в Вт. Это означает, что

$$\lim_{r \rightarrow r_0} (2\pi r l q) = P. \quad (1)$$

Используя закон Фурье

$$q = -\chi \text{grad} T = -\chi \frac{\partial T}{\partial r}, \quad (2)$$

из (1) и (2) получим

$$-2\pi l \chi \lim_{r \rightarrow r_0} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = P. \quad (3)$$

Начальное условие зададим в виде

$$T(r, 0) = T_0. \quad (4)$$

Уравнение теплопроводности, описывающее изменение температуры цилиндра в области $r_0 < r < R$, можно записать следующим образом:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \chi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) - kT, \quad (5)$$

где k – коэффициент теплообмена с окружающей капилляр средой.

Капилляр находится в вакуумной камере, и, поскольку конвекционный теплообмен с окружающей средой отсутствует, для отвода тепловой энергии от капилляра его покрывают тонкой металлической пленкой [5]. Коэффициент k в (5) учитывает процесс теплоотвода.

Точное аналитическое решение задачи (3) – (5) в общем виде затруднительно. Используем следующее упрощение. Предположим, что радиус полости мал по сравнению с толщиной стенок, т. е. $r_0 \ll R$. Фактически это соответствует приближению теплового источника в виде бесконечно тонкой нити [6]. Отметим, что в реальных экспериментах величина r_0 почти на порядок меньше значения R [3]. В этом случае решение уравнения (5) можно записать в виде

$$T(r, t) = T_0 - \frac{P}{4\pi l \chi} \left[e^{-\beta t} Ei \left(-\frac{r^2}{4at} \right) + \beta \int_0^t e^{-\beta \tau} Ei \left(-\frac{r^2}{4a\tau} \right) d\tau \right], \quad (6)$$

где

$$Ei(-z) = \int_{-\infty}^z \frac{e^{-\lambda}}{\lambda} d\lambda -$$

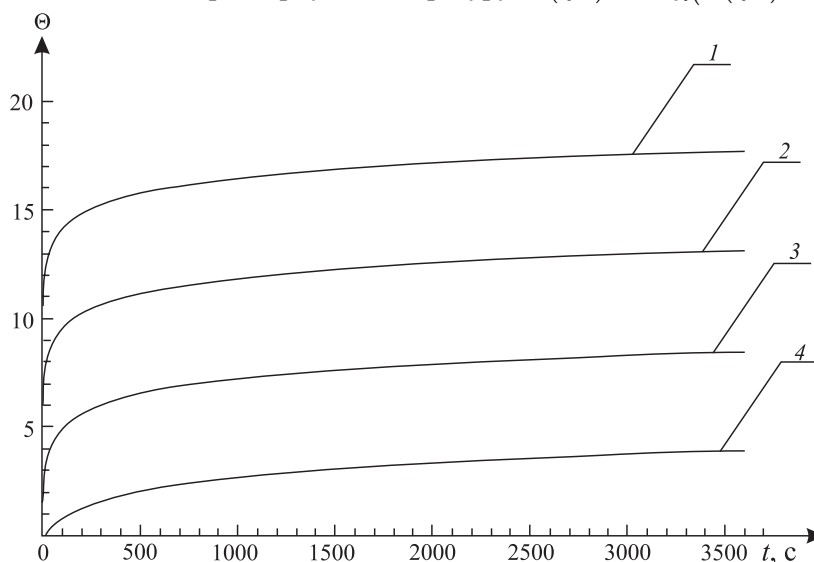
интегральная показательная функция, $a = \chi/\rho c$; $\beta = k/\rho c$.

Предположим, что система охлаждения отсутствует, т. е. $\beta = 0$, тогда из (6) находим

$$T(\xi, t) \approx T_0 - \frac{P}{4\pi l \chi} Ei \left(-\frac{\xi^2}{(4a/R^2)t} \right),$$

где $\xi = r/R$.

Для расчетов воспользуемся параметрами изготавливаемых из стекла капилляров: $\rho = 2,23 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $c = 9 \cdot 10^2 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$, $\chi = 1,2 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$, $a = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$, $l = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$, $r_0 = 10^{-5}$; 10^{-4} ; 10^{-3} м , $R = 10^{-2} \text{ м}$. При этом удобно использовать безразмерную температуру $\Theta(\xi, t) = 4\pi l \chi (T(\xi, t) - T_0) / P$.



Зависимость температуры Θ от времени t на внутренней поверхности капилляра для трех значений ξ_0 : 1 – 10^{-3} ; 2 – 10^{-2} ; 3 – 10^{-1} и на внешней 4 – $\xi = 1$

На рисунке приведены графики зависимости температуры Θ от времени при различных значениях величины ξ . Кривые 1–3 описывают изменение Θ от времени t на внутренней поверхности капилляра (взяты три значения ξ_0 : 10^{-3} ; 10^{-2} ; 10^{-1}), а кривая 4 – на внешней поверхности ($\xi = 1$). Как видно из приведенных кривых, $\Theta(t)$ растет довольно быстро со временем. Значение температуры $T(\xi, t)$ существенно зависит от мощности P , передаваемой в капилляр. Например, при значениях $P = 1,0 \text{ Вт}$ к моменту времени $t_0 = 1 \text{ ч}$ изменение температуры относительно начальной $T(\xi, t) - T_0$ на внутренней поверхности капилляра равно 60, 40 и 23 К, а на внешней – 10 К. Для определения прочности капилляра важное значение имеет разность температур между внутренней и внешней поверхностью капилляра $\Delta T = T(\xi_0, t) - T(1, t)$, поскольку с этой величиной связано возникновение температурных напряжений. Из-за высокого модуля упругости и низкой теплопроводности в стекле могут возникать значительные напряжения, приводящие к его растрескиванию. Следует заметить, что в стекле практически

всегда имеются ослабленные участки (микронеоднородности, внутреннее напряжение, микротрещины и др.), которые еще больше понижают его термостойкость. Температурные напряжения σ_r , возникающие в радиальном направлении из-за перепада температур на внутренней и внешней поверхности капилляра, оценим по формуле

$$\sigma_r = E\alpha_v\Delta T,$$

где E – модуль Юнга, α_v – коэффициент объемного расширения.

Учитывая, что $E = 83 \cdot 10^3$ МПа; $\alpha_v = 2,6 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, для величины σ_r получаем: $\sigma_r \approx 2,2\Delta T$ МПа. Для значений $\xi_0 = 10^{-3}; 10^{-2}; 10^{-1}$ находим, что $\sigma_r \approx 110; 66; 29$ МПа соответственно и по порядку совпадает с нижней границей реальной прочности стекла.

Таким образом, при транспортировке ионных пучков большой мощности через стеклянные капилляры в результате передачи части кинетической энергии ионов его внутренней поверхности может происходить интенсивный нагрев капилляра, а из-за перепада температур между внутренней и внешней поверхностями могут возникать термонапряжения, по порядку сравнимые с нижней границей реальной прочности стекла.

Автор выражает благодарность члену-корреспонденту НАН Беларуси, доктору физико-математических наук, профессору Ф.Ф. Комарову за полезные обсуждения.

1. Stolterfoht N., Bremer J.H., Hoffman et al. // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 88. № 13. P. 133201-1.
2. Nebiki T., Yamamoto T., Narusawa T. et al. // Sci. Technol. 2003. A21 (5). Sept. Oct. P. 1671.
3. Комаров Ф.Ф., Камышан А.С., Лагутин А.Е. // Изв. РАН. Сер. физ. 2008. Т. 72. № 5. С. 680.
4. Stolterfoht N., Hellhammer J., Bundesmann J., Fink P. // Nucl. Instr. and Meth. 2009. B267. P. 226.
5. Hasegawa J., Jaiyen S., Pollee C., Oguri Y. // Nucl. Instr. and Meth. B(2011), doi: 10.1016/j.nimb.2011.04.073.
6. Калиниченко А.И., Лазурик-Эльцуфин В.Т. // ЖЭТФ. 1973. Т. 65. Вып. 6 (12). С. 2364.

Поступила в редакцию 16.01.12.

Александр Иосифович Урбанович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математической физики.