НЕАВТОНОМНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ВКЛЮЧЕНИЯ С ОБОБЩЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ В АЛГЕБРЕ МНЕМОФУНКЦИЙ

В.В. Грушевский (г. Минск, Беларусь)

Рассматривается следующая задача Коши

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = f(t, X(t))\dot{L}(t), \\ X(0) = X_0, \end{cases} \qquad (1)$$

где f — ограничена, непрерывна по переменной t и имеет конечное число точек разрыва по переменной x, $\dot{L}$ - обобщенная производная непрерывной функции ограниченной вариации L, $T = [0, a] \subset \mathbb{R}$.

В алгебре мнемофункций задаче Коши (1) поставим в соответствие задачу Коши, которая на уровне представителей имеет вид:

$$\begin{cases} X_n(t + h_n) - X_n(t) = f_n(t, X_n(t))(L_n(t + h_n) - L_n(t)), \\ X_n(t)|_{[0,h_n)} = X_{n0}(t), t \in T. \end{cases} \qquad (2)$$

Здесь $h_n > 0, L_n(t) = (L * \rho_n)(t) = \int\limits_0^{1/n} L(t+s)\rho_n(t)ds, \rho_n(t) \in C^\infty(\mathbb{R})$, $\rho_n(t) \geq 0$, $supp\, \rho_n \subset [0, 1/n]$, $\int\limits_0^{1/n} \rho_n(s)ds = 1$, $f_n = f * \overline{\rho}_n$, $\overline{\rho}_n(t,s) \in C^\infty(\mathbb{R}^2)$, $\overline{\rho}_n(t,s) \geq 0$, $supp\,\overline{\rho}_n \subset [0, 1/n] \times [0, 1/n]$, $\int\limits_0^{1/n} \int\limits_0^{1/n} \overline{\rho}_n(t,s)dtds = 1$.

Пусть $X(t)$ — решение следующей задачи Коши для дифференциального включения, соответствующего задаче (1).

$$\begin{cases} \dot{X}(t) \in F(t, X(t))\dot{L}(t), \\ X(0) = X_0, \end{cases} \qquad (3)$$

где многозначная функция F получается из функции f методом простого выпуклого доопределения ([1, с.40]). Под решением задачи Коши (3) понимается такая непрерывная функция $X(t)$, для которой существует представление $X(t) = X_0 + \int\limits_0^t u(s)dL(s)$, где $u(t) \in F(t, X(t))$ для всех $t \in T$.

Теорема. *Пусть функция f — ограничена, непрерывна по переменной t, имеет конечное число точек разрыва по переменной*

x, в окрестностях точек непрерывности является липшицевой и для каждой из ее областей непрерывности G_i при почти всех t сечение границы области прямой $t = const$ совпадает с границей сечения области той же прямой, т.е. $(\partial G_i)_t = \partial(G_{it})$, а функция L непрерывна и монотонна. Тогда при $n \to \infty$, $h_n \to 0$ для всех $t \in T$ решение задачи (2) сходится к $X(t)$, если для любого $t \in T$ выполняется $|X_{n0}(t) - X_0| \to 0$ и x_0 не является точкой разрыва функции f.

Литература. 1. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М., 1985. 224 с.