О РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОРОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ СТЕПЕННОГО ТИПА С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ИНДЕКСОМ

Т.А. Чехменок (г. Минск, Беларусь)

Рассматривается краевая задача:

$$[\Phi^+(t)]^\alpha = G(t)[\Phi^-(t)]^\beta, \quad t \in L, \tag{1}$$

где L — гладкий замкнутый контур, показатели $\alpha, \beta \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$, функция $G(t)$ — заданная комплекснозначная функция, удовлетворяющая на контуре L условию Гёльдера, причём $G(t) \neq 0, t \in L$, и $ind_L G(t) := \chi < 0$.

Исследуется разрешимость однородной краевой задачи (1) в классе функций $\mathcal{A}_{k,l}^{m,n}$ — классе функций, аналитических однозначных в $\widehat{\mathbb{C}}\backslash L$, имеющих k и l_1 нулей в областях D^+ и D^- соответственно, нуль порядка l_0 в точке $z = \infty$ $(l_1 + l_0 = l)$, а также m и n_1 полюсов в областях D^+ и D^- соответственно, полюс порядка n_0 в точке $z = \infty$ $(n_1 + n_0 = n)$ и не обращающихся в нуль на контуре L. Параметры k, l, m, n определяются из соотношения

$$\alpha(k - m) + \beta(l - n) = \chi. \tag{2}$$

Теорема. *Нелинейная однородная краевая задача (1) разрешима в классе функций $\mathcal{A}_{k,l}^{m,n}$ тогда и только тогда, когда уравнение*

(2) разрешимо в целых неотрицательных числах. В случае разрешимости решение задачи (1) имеет вид

$$
\begin{cases}
\Phi^+(z) = C^{\frac{1}{\alpha}} \prod\limits_{j=1}^{k} (z - z_j^+) \prod\limits_{j=1}^{m} (z - \gamma_j^+)^{-1} [X^+(z)]^{\frac{1}{\alpha}} \left[\prod\limits_{i=1}^{l_1} (z - z_i^-)\right]^{\frac{\beta}{\alpha}} \times \\
\qquad\qquad \times \left[\prod\limits_{j=1}^{n_1} (z - \delta_j^-)\right]^{-\frac{\beta}{\alpha}}, \ z \in D^+, \\
\Phi^-(z) = C^{\frac{1}{\beta}} z^{n_0 - l_0} \prod\limits_{i=1}^{l_1} \left(1 - \frac{z_i^-}{z}\right) \prod\limits_{i=1}^{n_1} \left(1 - \frac{\delta_i^-}{z}\right)^{-1} [X^-(z)]^{-\frac{1}{\beta}} \times \\
\qquad\qquad \times \left[\prod\limits_{j=1}^{k} \left(1 - \frac{z_j^+}{z}\right)\right]^{\frac{\alpha}{\beta}} \left[\prod\limits_{j=1}^{m} \left(1 - \frac{\gamma_j^+}{z}\right)\right]^{-\frac{\alpha}{\beta}}, \ z \in D^-,
\end{cases}
$$

где $C \neq 0$ *— произвольная константа, а* $\dfrac{X^+(t)}{X^-(t)} = t^{-\lambda} G(t)$.

Работа выполнена при частичной поддержке Фонда Фундаментальных исследований Республики Беларусь.