

О СИСТЕМАХ ГАМИЛЬТОНА, ЭКВИВАЛЕНТНЫХ НЕЛИНЕЙНЫМ УРАВНЕНИЯМ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА СО СВОЙСТВОМ ПЕНЛЕВЕ

В. В. Цегельник (г. Минск, Беларусь)

В работах [1 - 3] для каждого из уравнений

$$w^{(4)} = 20ww'' + 10(w')^2 - 40w^3 + z, \quad (1)$$

$$w^{(4)} = 10w^2w'' + 10w(w')^2 + \beta(w'' - 2w^3) - 6w^5 - zw - \alpha, \quad (2)$$

$$w^{(4)} = 18ww'' + 9(w')^2 - 24w^3 + \alpha w^2 + \frac{\alpha^2}{9}w + \lambda z + \gamma, \quad (3)$$

$$w^{(4)} = -5w'w'' + 5w^2w'' + 5w(w')^2 - w^5 + (\lambda z + \alpha)w + \gamma \quad (4)$$

с произвольными параметрами $\alpha, \beta, \gamma, \lambda$ получено представление в виде системы Гамильтона

$$q'_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad p'_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i}, \quad i = 1, 2; \quad q_1(z) = w(z) \quad (5)$$

с соответствующим полиномиальным гамильтонианом H .

В настоящем сообщении предлагаются формулы ассоциированных с каждым из уравнений (1)–(4) полиномиальных гамильтонианов более общего вида.

Теорема. Каждое из уравнений (1)–(4) представимо в виде системы (5) с гамильтонианом

$$\begin{aligned} H_1 = & -a(z)p_2 - \frac{p_2^2}{2} - zq_1 + 10a(z)q_1^2 + 10p_2q_1^2 - 40q_1^4 + p_1q_2 + a(z)q_2^2 + \\ & + p_2q_2^2 - 10q_1q_2^2 - \frac{q_2^4}{4} + [b_1(z) - a''(z)]q_1 + b(z)q_2; \\ H_2 = & \frac{p_2^2}{4} - 2q_1^3 + p_1(q_2 - q_1^3) - zq_2 - q_1(2\alpha + 1) - \beta q_2^2 + a(z)p_2 - \\ & - b(z)q_2 - [2a''(z) + b'(z)]q_1 + [2a'(z) + b(z)]q_1^2; \\ H_3 = & -\frac{1}{2}p_2^2 + 9q_1^2p_2 - \frac{69}{2}q_1^4 + q_2p_1 - 9q_1p_2 - \frac{\alpha}{3}q_1^3 - \frac{\alpha^2}{18}q_1^2 - \\ & - (\lambda z + \gamma)q_1 + a(z)p_2 + [a''(z) - b'(z)]q_1 - 9a(z)q_1^2 - b(z)q_2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_4 = & \frac{1}{2}p_2^2 + \frac{7-9\epsilon}{12}q_2^3 + p_1q_2 - \frac{1+3\epsilon}{4}p_1q_1^2 + \frac{3\epsilon-1}{4}q_2(\lambda z + \alpha) + \\
& + \left(\gamma + \frac{3\epsilon-1}{2}\lambda\right)q_1 - [a''(z) + b'(z)]q_1 + \frac{3\epsilon+1}{4}[a'(z) + b(z)]q_1^2 + \\
& + a(z)p_2 - b(z)q_2
\end{aligned}$$

соответственно, где $\epsilon^2 = 1$, $a(z), b(z)$ — произвольные аналитические функции.

Гамильтониан H_1 в случае $a(z) = \text{const}$, $b(z) \equiv 0$ получен в [1], а гамильтониан H_2 при $a(z) = b(z) \equiv 0$ в [2]. Гамильтонианы H_3 и H_4 при $a(z) = b(z) \equiv 0$ приведены в [3].

Литература. 1. Громак В.И., Зенченко А.С. // Дифференц. уравнения. 2004. Т. 40, № 5. С. 582–589. 2. Голубева Л.Л., Зенченко А.С. // Труды Инст. мат. НАН Беларуси. 2004. Т. 12, № 2. С. 54–56. 3. Громак В.И. // Тез. докл. междунар. матем. конф. "Еругинские чтения-X". Минск. 2005. С. 10–11.