О РЕШЕНИЯХ СИСТЕМЫ ДАРБУ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

П.Б. Павлючик (г. Гродно, Беларусь)

Рассмотрим систему типа Дарбу третьего порядка

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= a_1x + a_2y + a_3z + xM(x,y,z), \\ \frac{dy}{dt} &= b_1x + b_2y + b_3z + yM(x,y,z), \\ \frac{dz}{dt} &= c_1x + c_2y + c_3z + zM(x,y,z), \end{aligned} \tag{1}$$

где a_i, b_i, c_i — вещественные числа, одновременно неравные нулю, M — однородный полином степени $m \geqslant 1$. Методом частных интегралов [1] построены [2] решения системы (1). Для этого из системы (1) выделена линейная система

$$\frac{du}{dt} = -a_1u - b_1v - c_1w, \;\; \frac{dv}{dt} = -a_2u - b_2v - c_2w, \;\; \frac{dv}{dt} = -a_3u - b_3v - c_3w$$

с фундаментальной системой решений u_i, v_i, w_i. Тогда функции $\varphi_i = u_i(t)x + v_i(t)y + w_i(t)z$, $i = \overline{1,3}$, линейно независимы при любом фиксированном t. Производные $\mathsf{D}\varphi_i\big|_{(1)} = \varphi_i(x,y,z,t)M(x,y,z)$, $i = \overline{1,3}$. Заменой $\eta_i = \varphi_i(x,y,z,t)$, $i = \overline{1,3}$, систему (1) приводим приводим к виду

$$\frac{d\eta_i}{dt} = \eta_i N(\eta_1, \eta_2, \eta_3, t), \; i = \overline{1,3}, \tag{2}$$

где N — однородный полином по η_1, η_2, η_3 степени m, полученный из полинома M. Параметризацией $N(\eta_1, \eta_2, \eta_3, t)dt = d\tau$ систему (2) приводим к виду $d\eta_i = \eta_i d\tau$, $i = \overline{1,3}$, с общим решением $\eta_i = C_i e^{\tau}$, $i = \overline{1,3}$. Учитывая параметризацию и однородность функции N, получим уравнение $e^{m\tau} N(C_1, C_2, C_3, t)dt = d\tau$. Тогда

$$e^{\tau} = \Big(C_4 - m\int N(C_1, C_2, C_3, t)dt\Big)^{-1/m}.$$

Итак, $\eta_i = C_i\big(C_4 - m\int N(C_1, C_2, C_3, t)dt\big)^{-1/m}$, $i = \overline{1,3}$, — общее решение системы (2), а учитывая замену, получаем решение системы Дарбу (1).

Литература. 1. Горбузов В.Н. // Дифференц. уравнения. – 1998. – Т. 34, № 4. – С. 562–564. **2.** Павлючик П.Б. // Веснік Гродзен. дзярж. ун-та. Сер. 2. – 2002. – № 1(9). – С. 33 – 37.