О СИСТЕМЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА БЕЗ ПОДВИЖНЫХ КРИТИЧЕСКИХ ОСОБЫХ ТОЧЕК

М.Е. Костюкович (г. Гродно, Беларусь)

Рассматривается система вида

$$\begin{aligned} w' &= P_0(w)v + P_1(w,z), \\ v' &= Q_0(w,z)v^2 + Q_1(w,z)v + Q_2(w,z) \end{aligned} \tag{1}$$

где P_0, P_1, Q_0, Q_1, Q_2 — многочлены относительно w с аналитическими по z коэффициентами,причем $P_0(w)$ не зависит от z и имеет простые корни. Рассматривается возможность сведения системы (1) к первому уравнению по классификации Пенлеве-Гамбье. Для этого дифференцируем первое уравнение в (1) и используя второе уравнение приводим его к виду

$$w'' = w'^2 L(w,z) + w' M(w,z) + N(w,z), \tag{2}$$

где $L(w,z)$, $M(w,z)$, $N(w,z)$, — некоторые рациональные относительно w функции. Если выполнены условия

$$Q_0 \equiv -P_{0w}^{'},\ Q_1 \equiv P_1 \frac{P_{0w}^{'}}{P_0} + 2Q_0 \frac{P_1}{P_0} - P_{1w}^{'},\ Q_2 \equiv \frac{Q_1 P_1}{P_0} - P_1^2 \frac{Q_0}{P_0^2} - \frac{P_{1z}^{'}}{P_0},$$

$P \equiv P_0 \overline{P_1}$, где $P_0, \overline{P_1}$ — некоторые многочлены относительно w, то уравнение (2) имеет вид $w'' = 0$. В противном случае необходимо выполнение следующих условий:

$$Q_0 = \frac{2P_0}{w - \alpha} - P_{0w}',\ P_0(\alpha) = 0,\ Q_1 = a_1 - P_{1w}' + 2Q_0\overline{P_1} + \overline{P_1} P_{0w}',$$

$$Q_2 = \frac{b_1}{\gamma} - \overline{P}'_{1z} - \overline{P_1}P'_{1w} + \overline{P_1}a_1 + 2\overline{P}_1^2\overline{P_0}P_0,\; P_1 = P_0\overline{P_1},\; P_0 = \gamma(w-\alpha)(w-\beta),$$

где $\overline{P_1}$ — произвольный многочлен относительно w, a_1, b_1 — произвольные аналитические функции z; α, β, γ — произвольные числа.

При этом решения системы (1) не будут содержать подвижных критических особых точек.