

СУЩЕСТВОВАНИЕ МНОЖИТЕЛЯ КЛИФФОРДА У ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Д.В.Буслюк (г. Гродно, Беларусь)

Система

$$\frac{dx}{dt} = P(x, y), \quad \frac{dy}{dt} = Q(x, y), \quad (1)$$

правые части которой связаны соотношениями

$$D_x P(x, y) = D_y Q(x, y), \quad D_y P(x, y) = D_x Q(x, y), \quad (2)$$

называют [1] системой Клиффорда. Относительно систем Клиффорда рассматривались следующие вопросы: качественные свойства траекторий (наличие центра, его изохронность); качественная характеристика в целом поведения траекторий систем вида (1) при условии (2) с построением фазового портрета на круге Пуанкаре в случае, когда P и Q второго порядка; нахождение функции $K(x, y)$, при домножении на которую правых частей системы (1), вновь полученная система будет уже системой Клиффорда. При этом функцию K называют множителем Клиффорда.

Критерий существования множителя Клиффорда у системы (1) определяет

Теорема. Система (1) имеет множитель Клиффорда тогда и только тогда, когда выполняется тождество

$$\frac{P(x, y) + Q(x, y)}{P(x, y) - Q(x, y)} = \frac{A(x + y)}{B(x - y)},$$

где A и B — непрерывно дифференцируемые скалярные функции. При этом множитель Клиффорда K находится по одной из формул

$$K(x, y) = \frac{A(x + y) + B(x - y)}{2P(x, y)} \quad \text{или} \quad K(x, y) = \frac{A(x + y) - B(x - y)}{2Q(x, y)}.$$

Получены достаточные условия

$$D_y u D_x (P D_x u + Q D_y u) = D_x u D_y (P D_x u + Q D_y u),$$

$$D_y v D_x(P D_x v + Q D_y v) = D_x v D_y(P D_x v + Q D_y v),$$

когда система (1) с помощью диффеоморфного преобразования
 $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$ приводится к виду $\frac{du}{dt} = A(u)$, $\frac{dv}{dt} = B(v)$.

Литература. 1. Каррум Р. // Вестник Белорус. ун-та. Сер. I: Физ. Мат. Мех. - 1992. - № 1. - С. 50-52.