

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА БЕЗ ПОДВИЖНЫХ КРИТИЧЕСКИХ ОСОБЕННОСТЕЙ

*Н.С. Берёзкина, И.П. Мартынов, В.А. Пронько
(г. Гродно, Беларусь)*

Рассмотрим автономное дифференциальное уравнение

$$(y' - y^2) y^2 y''' = \left(1 - \frac{1}{\nu}\right) y^2 y''^2 + a_1 y y'^2 y'' + a_2 y'^4 + a_3 y^3 y' y'' + a_4 y^2 y'^3 + a_5 y^5 y'' + a_6 y^4 y'^2 + a_7 y^6 y' + a_8 y^8, \quad (1)$$

где $\nu \in \mathbb{N}$ или $\nu = \infty$. Уравнение (1) заменим системой

$$y' = y^2 u, \quad (u - 1)u'' = \left(1 - \frac{1}{\nu}\right) u'^2 + p(u)u'y + g(u)y^2, \quad (2)$$

где $g(u) = (2a_1 + a_2 - 2 - 4/\nu)u^4 + (2a_3 + a_4 + 6)u^3 + (2a_5 + a_6)u^2 + a_7u + a_8$, $p(u) = (a_1 - 2 - 4/\nu)u^2 + (a_3 + 6)u + a_5$.

Задача отыскания необходимых и достаточных условий отсутствия подвижных критических точек у решений уравнения (1) решена в [1] при $p(1) = g(1) = 0$, в [2] при $\nu = \infty$, $a_1 = a_2 = 0$. В [3] для уравнения (1) получены некоторые необходимые условия отсутствия подвижных критических точек и условия существования двухпараметрических семейств решений, подвижные особые точки которых однозначны. Найдем условия, при которых уравнение (1), где $p(1) \neq 0$, не имеет подвижных критических точек.

Лемма. *Для однозначности решений системы (2), где $p(1) \neq 0$, необходимо $g(1) = 0$, $g'(1) + p(1)\left(1 - p'(1)\right) = 0$, если $\nu = \infty$;*

$g(1) = -\frac{\nu p^2(1)}{(\nu - 2)^2}$, $g'(1) = p(1)$, $p'(1) = 2\left(1 - \frac{1}{\nu}\right)$, если $\nu \in \mathbb{N}$, $\nu \neq 2$.

Далее находим другие необходимые условия и доказываем их достаточность для отсутствия подвижных критических особенностей у рассматриваемого уравнения.

Литература. 1. Мартынов И.П. // Дифференц. уравнения. 1985. Т.21. № 5. С.764-771, № 6. С.937-946. 2. Мартынов И.П., Пронько В.А. // Дифференц. уравнения. 1988. Т.24.

№ 9. С.1640-1641. З. Беясова В.Г. Аналітична характеристика рішень нелінійного диференціального рівняння третього порядку спеціального виду: Дис. канд. фіз.-мат. наук: 01.01.02. - Мн., 1994. - 77с.