ОБ ОДНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АВТОНОМНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ С СОИЗМЕРИМЫМИ ЗАПАЗДЫВАНИЯМИ

Метельский А.В. (Беларусь, Минск)

Рассмотрим систему с соизмеримыми запаздываниями

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + \sum_{j=1}^{m} A_i x(t - i\omega), \tag{1}$$

$$y(t) = Gx(t), \quad t \geq 0. \tag{2}$$

Здесь $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $y(t) \in \mathbb{R}^l$, A, A_i $(A_m \neq 0), G$ — постоянные матрицы подходящих размеров, $\omega > 0$ — число.

Пусть $D(\lambda)$ — матрица, присоединенная к $\lambda E - A$, $\Delta(\lambda) = \det(\lambda E - A)$; $X(t) = col\,[x(t), x(t-\omega), \ldots, x(t-(m-l)\omega)]$, $t \geq -\omega$; $k(\lambda) = \begin{bmatrix} D(\lambda)A_1 & D(\lambda)A_2 & \ldots & D(\lambda)A_m \\ diag[\Delta(\lambda)E, \ldots, \Delta(\lambda)E] & & & 0 \end{bmatrix}$ — $\alpha \times \alpha$-матрица, $\alpha = nm$; $K(\lambda) = k^m(\lambda)$. Предположим, что начальная функция $x(t) = \eta(t)$, $t \in [-h, 0]$, $h = m\omega$, для уравнения (1) достаточно гладкая: $\eta \in C^\alpha([-h, 0], R^n)$. Тогда $\Delta^m(p)X(t) = K(p)X(t-h)$, $t \geq h - \omega$, $t \neq i\omega$, $i = m, m+1, \ldots$, где $p = \dfrac{d}{dt}$ — оператор дифференцирования. Отсюда

$$\begin{aligned} &\Delta^{mj}(p)X(t) = K^j(p)X(t - jh),\ t \geq jh - \omega, \\ &j = 1, 2, \ldots,\ t \neq i\omega, i = m, m+1, \ldots . \end{aligned} \tag{3}$$

Обозначим $Y(t) = col[y(t), y(t-\omega, \ldots, y(t-(m-1)\omega)]$, $t \geq -\omega$, $\overline{G} = diag[G, \ldots, G]$ — $lm \times \alpha$ - матрицу. Верна

Теорема. *Если начальная функция $\eta \in C^v$, $v = \alpha(n-1)$, то для $s \neq i\omega$ $i = m, m+1, \ldots$, справедливы дифференциальные соотношения*

$$\Delta^{mj}(p)Y(s + jh) = \overline{G}K^j(p)X(s),\ s \in [t_0 - \omega, t_0],\ t_0 \geq 0,\ j = \overline{0, n-1}. \tag{4}$$

Если $t_0 > \alpha(n-1)h$, то соотношения (3), (4) интегрируются с начальными условиями, взятыми по непрерывности, ввиду гладкости решения уравнения (1).

Аналогичные (3), (4) представления решения и выхода системы (1) – (2) могут быть получены и для уравнения (1) с неоднородностью, которую можно трактовать, как управляющее воздействие. Указанные представления использованы автором при исследовании задач качественной теории управления системами вида (1) – (2).