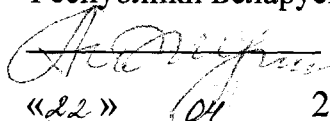


**Министерство образования Республики Беларусь**  
Учебно-методическое объединение по естественнонаучному образованию

**УТВЕРЖДАЮ**

Первый заместитель Министра образования  
Республики Беларусь

 А.И. Жук  
«22» 04 2013 г.

Регистрационный № ТД- С. 468/тип.

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ  
КОМПЬЮТЕРНОЙ ГРАФИКИ**

**Типовая учебная программа  
для учреждений высшего образования  
по направлению специальности:  
1-31 03 01-06 «Математика  
(анализ и моделирование информационных систем)»**

**СОГЛАСОВАНО**

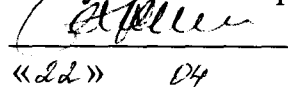
Председатель Учебно-мето-  
дического объединения по  
естественнонаучному  
образованию

  
«25» 04 2013 г.

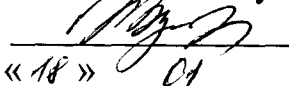


**СОГЛАСОВАНО**

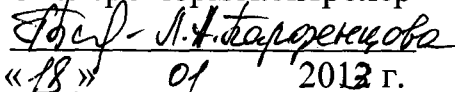
Начальник Управления высшего и  
среднего специального образования  
Министерства образования  
Республики Беларусь

 С.И. Романюк  
«22» 04 2013 г.

Проректор по учебной и воспита-  
тельной работе Государственного  
учреждения образования «Республи-  
канский институт высшей школы»

 В.И. Шупляк  
«18» 04 2013 г.

Эксперт-нормоконтролер

 Н.А. Карпенкова  
«18» 04 2013 г.

Минск 2013

*Л.А. Голубева* *А.Э. Малевич*  
*Н.Л. Щеглова* *Д.В. Вылегжанин*

**СОСТАВИТЕЛИ:**

**Голубева Л.Л.** – доцент кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

**Малевич А.Э.** – доцент кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

**Щеглова Н.Л.** – доцент кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

**Вылегжанин Д.В.** – доцент кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук.

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

Кафедра высшей математики и физики учреждения образования «Военная академия Республики Беларусь» (протокол № 76 от 28.10.2011 г.);

Спичекова Н.В., доцент кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа механико-математического факультета Белорусского государственного университета (протокол № 2 от 13.10.2011 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 2 от 8.12.2011 г.);

Научно-методическим советом по математике и механике Учебно-методического объединения по естественному образованию (протокол № 13 от 22.11.2011 г.);

Ответственный за выпуск: Щеглова Н.Л.

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В настоящее время в обществе наблюдается рост интереса к компьютерной графике. Необходимость использования компьютерных изображений стала насущной в различных областях. Математики, физики, биологи, медики, разработчики программного обеспечения, дизайнеры, конструкторы, технологи, кинорежиссеры, мультипликаторы, клипмейкеры, и др. активно используют в своей деятельности возможности компьютерного изображения. Актуальность преподавания этой дисциплины очевидна.

## ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

**Целью преподавания** дисциплины «Математические основы компьютерной графики и их приложения» является изучение базовых понятий, методов и алгоритмов создания компьютерных изображений, приобретение навыков использования алгоритмов и методов компьютерной графики при проектировании пользовательских интерфейсов программных систем, а также представление о структуре программного обеспечения компьютерной графики.

Преподавание дисциплины **решает следующие задачи:**

1. Формирование взгляда на компьютерную графику как на систематическую научно-практическую деятельность, носящую и теоретический, и прикладной характер.
2. Формирование базовых теоретических понятий в области математики, лежащих в основе компьютерной графики.
3. Изучение и освоение методов и алгоритмов для моделирования объектов и для создания компьютерных изображений.
4. Формирование представления о структуре программного обеспечения и реализации алгоритмов компьютерной графики.
5. Обучение использованию алгоритмов и методов компьютерной графики при проектировании пользовательских интерфейсов программных систем.

Типовая учебная программа по дисциплине «Математические основы компьютерной графики» разработана в соответствии с образовательным стандартом по специальности 1-310301 «Математика (по направлениям)» и типовым учебным планом по направлению специальности 1-31 03 01-06 «Математика (анализ и моделирование информационных систем)».

Требования к освоению дисциплины, студент должен

**знать**

- основные принципы и алгоритмы построения и преобразования объектов компьютерной графики;
- основные способы представления цвета в компьютерной графике.

**уметь**

- строить сплайны, кривые и поверхности, удовлетворяющие заданным условиям;
- использовать триангуляцию для решения практических задач компьютерной графики.

**иметь представление**

- о видах компьютерной графики;
- об особенностях восприятия изображений;
- об аппаратном и программном обеспечении для решения задач компьютерной графики, о перспективах его развития.

Для усвоения материала требуются математические знания в области алгебры, геометрии, анализа, а также информатики и программирования.

Изучение дисциплины «Математические основы компьютерной графики» планируется за счет часов обязательного компонента цикла общепрофессиональных и специальных дисциплин направления специальности 1-31 03 01-06 «Математика (анализ и моделирование информационных систем)» в примерном объеме всего 172 часа, в т. ч. 86 часов аудиторных, из них 52 часа лекций, 34 часа практических занятий. Рекомендуется проведение не менее трех контрольных работ. В качестве рекомендуемой формы оценки знаний предусматривается проведение экзамена.

Самостоятельная работа студентов организуется в соответствии с Положением о контролируемой самостоятельной работе в БГУ от 22.12.2005 № 481-ОД. Самостоятельная работа осуществляется в виде аудиторных и внеаудиторных форм. Видами отчетности СРС являются: контрольные работы, тесты, промежуточные зачеты, диктанты, рефераты. Полученные студентом текущие оценки за СРС являются составной частью итоговой оценки по дисциплине.

Рекомендуемые формы и методы обучения: учебно-плановые - лекции, практические занятия, управляемая самостоятельная работа студента, консультации, экзамен, и внеплановые – дополнительные лабораторные занятия, семинары, консультации, конференции, индивидуальные задания по продвинутым и вспомогательным программам. При чтении лекций рекомендуется использование технических средств обучения. При проведении практических и лабораторных занятий, а также при управлении самостоятельной работой студентов рекомендуются следующие формы и методы обучения: фронтальные, коллективные, групповые, парные, индивидуальные, а также со сменным составом студентов.

### Примерный тематический план

№ раздела	№ темы	Наименование раздела, темы	ЛК	ПЗ
			Объём в часах	
		<b>I часть. Математические методы и алгоритмы компьютерной графики</b>		
1.	1.	Элементарные графические объекты на плоскости и в пространстве	6	2
	2.	Кинематический метод построения объектов	4	2
	3.	Математические модели объектов в пространстве	4	2
	4.	Геометрические задачи визуализации	6	6
	5.	Триангуляция Делоне	4	6
	6.	Фрактальная графика	4	2
		<b>Всего</b>	<b>28</b>	<b>20</b>
		<b>II часть. Теория сплайнов в компьютерной графике</b>		
2.	1.	Математическая модель кривой. Сплайны	3	1
	2.	Кривые Безье. Рациональные кривые	3	1
	3.	В-сплайны	2	1
	4.	NURBS кривые	2	2
	5.	Сплайновые поверхности. Поверхности Безье	2	2
		<b>Всего</b>	<b>12</b>	<b>7</b>
		<b>III часть. Программирование компьютерной графики*</b>		
3.	1.	Введение в компьютерную графику. Виды компь- ютерной графики	1	
	2.	Программное обеспечение компьютерной графики	1	1
	3.	Геометрические преобразования и проекции	4	2
	4.	Цвет в компьютерной графике. Цветовые модели и их виды	2	2
	5.	Освещение в компьютерной графике. Взаимодей- ствие освещения и материалов	2	1
	6.	Детализация структуры поверхности текстурой	2	1
		<b>Всего</b>	<b>12</b>	<b>7</b>
		<b>Всего аудиторных часов</b>	<b>52</b>	<b>34</b>
		<b>ИТОГО</b>	<b>86</b>	

\* В качестве среды разработки графических приложений предлагается использование Visual C++ и OpenGL.

## **Содержание учебного материала**

### **I часть. Математические методы и алгоритмы компьютерной графики**

#### **Тема 1. Элементарные графические объекты на плоскости и в пространстве**

Модели прямой линии на плоскости. Тесты взаимного расположения точек, прямых на плоскости. Алгоритмы пересечения отрезков прямых.

Полигон: генерирование случайных полигонов, тесты ориентации точки, прямой относительно полигона.

Модели прямой и плоскости в пространстве. Методы и алгоритмы определения взаимного положения графических элементов в пространстве. Тесты свойств графических элементов в пространстве.

#### **Тема 2. Кинематический метод построения объектов**

Элементарные аффинные преобразования плоскости и пространства. Методы вычисления матриц композиции аффинных преобразований. Кинематический метод построения параметрических объектов. Построение циклических кривых. Кинематическая задача перемещения в пространстве.

#### **Тема 3. Математические модели объектов в пространстве**

Модель полиэдра. Каркасные модели Платоновых тел. Модели сфероидных и звездных объектов. Квадратичные и параметрические поверхности. Кинематические модели поверхностей: вращения, переноса, линейчатых и нелинейчатых поверхностей.

#### **Тема 4. Геометрические задачи визуализации**

Логические операции со списками. Методы и алгоритмы отсечения отрезка, полигона, полиэдра. Дополнительные задачи отсечения на плоскости и в пространстве. Определение видимой части геометрических тел и объектов.

Лучевые методы построения оптических эффектов: тень, отражение, преломление.

#### **Тема 5. Триангуляция Делоне**

Триангуляция полигона. Обзор методов триангуляции. Метод Делоне. Основные определения. Структуры данных для представления триангуляции. Проверка условия Делоне. Классификация алгоритмов построения триангуляции Делоне. Итеративные алгоритмы: простой итеративный, с индексированием поиска треугольников, с кэшированием поиска треугольников.

#### **Тема 6. Фрактальная графика**

Основные понятия фрактальной теории. Классификация фракталов. Методы построения конструктивных фракталов. Системы итерируемых функций (IFS). L-системы. Конструктивные плоские фракталы: древовидные, фракталы Канторовского типа, смешанные фракталы, спирали. Конструктивные фрактальные поверхности: фрактальная поверхность Кох, губка Менгера, пирамида Серпинского, губка Серпинского, трехмерные ландшафты. Динамические фракталы.

## **II часть. Теория сплайнов в компьютерной графике**

### **Тема 1. Математическая модель кривой. Сплайны**

Основные сведения по аналитической и дифференциальной геометрии. Системы координат, криволинейные системы координат, формулы перехода, способы задания линий и поверхностей, репер Френе. Математическая модель кривой, аналитические линии, Сплайны. Способы построений линий, аналитические параметризации, сплайн Эрмита, кубический сплайн, сплайн Лагранжа, сплайн Ньютона. Преимущества и недостатки сплайна Эрмита, кубического сплайна, сплайна Лагранжа, сплайна Ньютона.

### **Тема 2. Кривые Безье. Рациональные кривые**

Функции Бернштейна, алгоритм Де Кастелье, геометрический смысл алгоритма Де Кастелье, представление конических сечений кривыми Безье. Рациональные кривые Безье, обобщение рациональных кривых.

### **Тема 3. В-сплайны**

Постановка задачи, отдельные разности, отдельные разности полиномов, усеченная степенная функция, В-сплайн.

### **Тема 4. NURBS кривые**

Радиус вектор кривой, свойства кривой, производные радиус вектора кривой, алгоритм Де Бура, NURBS представления различных кривых.

### **Тема 5. Сплайновые поверхности. Поверхности Безье.**

Аналитические параметризации поверхностей, поверхности выдавливания, поверхности вращения, кинематические поверхности. Поверхность Эрмита, поверхность Лагранжа, поверхность Гордона, поверхность Безье.

## **III часть. Программирование компьютерной графики**

### **Тема 1. Введение в компьютерную графику. Виды компьютерной графики**

Определение и основные задачи компьютерной графики. История развития компьютерной (машинной) графики. Области применения компьютерной графики. Виды компьютерной графики: фрактальная графика, растровая графика, векторная графика, трехмерная графика.

### **Тема 2. Программное обеспечение компьютерной графики**

Архитектура OpenGL. Стандартные и дополнительные библиотеки. Инициализация окна OpenGL. Завершение работы с библиотекой. Синтаксис команд. Вершины и система координат. Примитивы: точки, линии, треугольники, четырехугольники, многоугольники, растровые примитивы. Принадлежность пикселей контексту воспроизведения. Списки изображений.

### **Тема 3. Геометрические преобразования и проекции**

Системы координат в компьютерной графике. Преобразования координат: параллельный перенос, поворот, масштабирование, сдвиг. Проекции. Виды проекций: перспективные и ортографические.

### **Тема 4. Цвет в компьютерной графике**

Понятие цвета и его характеристики. Зрительный аппарат человека. Цветовые модели и их виды. Обработка цветов в OpenGL.

**Тема 5. Освещение в компьютерной графике. Взаимодействие освещения и материалов**

Освещение объектов. Нормали. Свойства материала. Грани. Источник света. Модель освещения. Взаимодействие освещения и материалов. Тени.

**Тема 6. Детализация структуры поверхности текстурой**

Текстура. Детализация цветом. Детализация фактурой. Преобразование растрового изображения в формат OpenGL. Создание текстуры в памяти. Параметры текстуры. Взаимодействие текстуры с объектом. Координаты текстуры.



# ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

## ПЕРЕЧЕТЬ РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

№ п/п	Основная	Год из- дания
1.	Никулин, Е.А.. Компьютерная геометрия и алгоритмы машинной графики. СПб, БХВ – Петербург.	2003
2.	Порев, В.Н. Компьютерная графика. СПб, БХВ – Петербург..	2002
3	Роджерс, Д. Алгоритмические основы машинной графики. – М.: Мир.	1989
4.	Роджерс, Д., Адамс, Дж. Математические основы машинной графики. – М.: Мир.	2001
5.	Голованов, Н.Н. Геометрическое моделирование. Москва: “Физматлит”	2002
6.	Шикин, Е.В., Плис, А.И. Кривые и поверхности на экране компьютера. Москва: “Диалог-МИФИ”.	1996
7.	Тихомиров, Ю. Программирование трехмерной графики. СПб.: BHV – Санкт-Петербург	1998
8.	Краснов, М. OpenGL. Графика в проектах Delphi. BHV-СПб	2000
9.	Хилл, Ф. OpenGL. Программирование компьютерной графики. Издательский дом «Питер»	2006
10.	Энджел, Э. Интерактивная компьютерная графика. Вводный курс на базе OpenGL. 2-е изд. Издательский Дом Вильямс.	2001
11.	Райт-мл, Р.С., Липчак, Б. OpenGL. Суперкнига (+CD-ROM) 3-е изд. Издательский Дом Вильямс Вильямс	2006
12.	Ву, М., Девис, Т., Нейдер, Дж., Шрайнер, Д. OpenGL. Руководство по программированию. Серия: Библиотека программиста. Издат.: Питер	2006
<b>Дополнительная</b>		
1.	Препарата, Ф., Шеймос, М. Вычислительная геометрия: Введение. – М.: Мир.	1989
2.	Дубровин, Б.А., Новиков, С.П., Фоменко, А.Т. Современная геометрия: методы и приложения. Москва: “Наука”.	1986
3.	Шрайнер, Д., Ву, М., Нейдер, Д., Девис, Т. OpenGL. Руководство по программированию. Библиотека программиста. Издательский дом «Питер»	2006
4.	Херн, Д., Бейкер, М.П. Компьютерная графика и стандарт OpenGL. Вильямс	2005
5.	Шрайнер, Д. OpenGL. Официальный справочник. ДиаСофт	2002
6.	Ву, М., Нейдер, Д., Девис, Т., Шрайнер, Д. OpenGL. Официальное руководство программиста. ДиаСофт	2002

**Методическая литература для проведения лабораторных работ может быть представлена в электронном виде.**

### **Рекомендуемое учебно-лабораторное оборудование**

Для проведения занятий рекомендуется использование следующего программного обеспечения: операционная система MS Windows, MS Office, MathCAD, *Mathematica*, MATLAB, Visual C++, OpenGL.

### **ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ**

Для контроля качества обучения рекомендуется использовать следующие средства диагностики:

- типовые задания;
- устный опрос во время занятий;
- тесты по отдельным разделам и дисциплине в целом;
- письменные контрольные работы;
- индивидуальные задания;
- коллоквиумы;
- составление рефератов по отдельным разделам дисциплины;
- выступления студентов на занятиях по разработанным ими темам;
- письменный экзамен, устный экзамен.

### **ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

Оценка знаний студента производится по 10-балльной шкале (1, 2, ..., 9, 10). Для оценки знаний и компетентности студентов используются критерии, разработанные и утверждённые кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа механико-математического факультета Белорусского государственного университета.