О ФОРМУЛЕ КОШИ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПРИ ПОСТОЯННО ДЕЙСТВУЮЩИХ ВОЗМУЩЕНИЯХ

Марченко В. М., Поддубная О. Н. (Poland, Bialystok; Беларусь, Минск)

Рассматривается линейная динамическая управляемая система с запаздывающим аргументом

$$\dot{x} = A_{11}(t)x(t) + A_{11}^1(t)x(t-h) + A_{12}(t)y(t) + A_{12}^1(t)y(t-h) + \\ + B_1(t)u(t), \quad t > t_0; \tag{1}$$

при воздействии управляемых динамических возмущений вида

$$y = A_{21}(t)x(t) + A_{21}^1(t)x(t-h) + A_{22}^1(t)y(t-h) + B_2(t)u(t), \quad t > t_0; \tag{2}$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^r$, $y(t) \in \mathbb{R}^m$, $t \geq -h$, $h > 0$; компоненты матриц-функций $A_{11}(\cdot)$, $A_{12}(\cdot)$, $A_{21}(\cdot)$, $A_{11}^1(\cdot)$, $A_{12}^1(\cdot)$, $A_{21}^1(\cdot)$, $A_{22}^1(\cdot)$, $B_1(\cdot)$, $B_2(\cdot)$, (соответствующих размеров) являются существенно ограниченными на каждом компактном подынтервале $[a, b] \in [-h, \infty)$. Начальные условия для системы (1), (2) зададим в виде:

$$x(t_0 + t) = \varphi(t), \ x(t_0 + 0) = x_0, \ y(t_0 + t) = \psi(t), \ t \in [-h, 0); \tag{3}$$

где $x_0 \in \mathbb{R}^n$, $\varphi \in L_2([-h, 0], \mathbb{R}^n)$, $\psi \in L_2([-h, 0], \mathbb{R}^m)$.

Пусть матрицы-функции $X^*(t, \tau)$, $Y^*(t, \tau)$ являются решениями системы (сопряженной):

$$\begin{array}{l} \dfrac{\partial X^*(t,\tau)}{\partial \tau} = X^*(t,\tau)A_{11}(\tau) + X^*(t,\tau+h)A_{11}^1(\tau+h) + \\ +Y^*(t,\tau)A_{21}(\tau) + Y^*(t,\tau+h)A_{21}^1(\tau+h), \ \tau < t; \\ Y^*(t,\tau) = X^*(t,\tau)A_{12}(\tau) + X^*(t,\tau+h)A_{12}^1(\tau+h) + \\ +Y^*(t,\tau+h)A_{22}^1(\tau+h), \ \tau \leq t; \end{array} \tag{4}$$

с начальными условиями $X^*(t, t) = I_n$, $\tau \leq t$, где I_n — единичная $(n \times n)$ матрица, $X^*(t, t + \tau) = 0$, $Y^*(t, t + \tau) = 0$, $\tau \in (0, h]$.

Теорема. *Решение системы (1) с начальными условиями (3) при наличии возмущений (2), соответствующее управлению* $u(\cdot) \in \in L_2^{loc}([0; +\infty), \mathbb{R}^n)$, *существует, единственно и может быть вычислено по формуле*

$$x(t) = X^*(t, t_0)x_0 + \\ + \int_{t_0-h}^{t_0} (X^*(t,\tau+h)A_{11}^1(\tau+h) + Y^*(t,\tau+h)A_{21}^1(\tau+h))\,d\tau + \\ + \int_{t_0-h}^{t_0} (X^*(t,\tau+h)A_{12}^1(\tau+h) + Y^*(t,\tau+h)A_{22}^1(\tau+h))\psi(\tau)\,d\tau + \\ + \int_{t_0}^{t} (X^*(t,\tau)B_1(\tau) + Y^*(t,\tau)B_2(\tau))u(\tau)\,d\tau, t > t_0.$$