ВРЕМЕННЫЕ СИММЕТРИИ ОТДЕЛЬНЫХ КОМПОНЕНТ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Дубровская С.П. (Беларусь, Гомель)

Симметрии отдельных компонент решений дифференциальных систем позволяют найти отражающую функцию Мироненко В.И. [1], с помощью которой удается провести качественное исследование соответствующих систем. В докладе указаны достаточные условия наличия упомянутых симметрий.

Теорема 1. *Пусть для системы*

$$\dot{x} = Ax + By, \quad \dot{y} = Cx + Dy, \tag{1}$$

существует нечетная скалярная дифференцируемая функция такая, что

1) матрица $B(t)$ *представима в виде* $B(t) = \alpha(t)B_0(t)$, $\det B_0(t) \neq 0$;

2) отражающая матрица $F(t)$ *системы* $\dot{x} = Sx$, $S = \frac{1}{2}(A + \dot{B}B_0^{-1} + B_0DB_0^{-1})x$, *удовлетворяет соотношению*

$$\alpha F(\dot{A} - \dot{S} - 2SA + S^2 + A^2 + BC) +$$
$$+[\alpha(\dot{\overline{A}} - \dot{\overline{S}} - \overline{A}\,\overline{S} + \overline{S}^2 - \overline{B}\,\overline{C}) - (\dot{\overline{B}}\,\overline{B_0}^{-1} + \overline{B}\,\overline{D}\,\overline{B_0}^{-1})(\overline{A} - \overline{S})]F +$$
$$+[\alpha(\overline{A} - 2\overline{S}) - \dot{\overline{B}}\,\overline{B_0}^{-1} - \overline{B}\,\overline{D}\,\overline{B_0}^{-1}]F(A - S) = 0;$$

3) $M(t) = \dot{F} + FA + \overline{A}F$ *представима в виде* $M(t) = \alpha(t)M_0(t)$, $M_0(0) = 0$.

Тогда для любого решения системы (1) выполнено тождество $x(-t) = F(t)x(t)$ *и отражающая матрица системы (1) имеет вид*

$$\Phi(t) = \begin{pmatrix} F & 0 \\ \overline{B_0}^{-1}M_0 & \overline{B_0}^{-1}FB_0 \end{pmatrix}.$$

Как доказано в [1,с.12] по отражающей функции может быть найдено отображение Пуанкаре. Для выделенных систем оно имеет вид

$$T(x) = (F(-\omega)x,\, B_0^{-1}(\omega)M_0(-\omega)x + B_0^{-1}(\omega)F(-\omega)B_0(-\omega)y).$$

Чтобы построить системы , удовлетворяющие условиям теоремы, нужно выбрать произвольные дифференцируемые матрицы A_0, B_0, из которых B_0 — невырожденная. Затем построить отражающую функцию и по ней, как указано в [2] построить систему.

Пример. Построенная таким образом система

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x\sin^2 t + 2ye^{\sin t}\sin t, \\ \dot{y} = -xe^{-\sin t}(\sin t + 1)\cos t - (2\sin^2 t + \cos t)y, \end{cases}$$

удовлетворяет условиям теоремы и имеет в качестве отражающей функцию

$$F(t,x) = (x,\, 2xe^{\sin t}\sin t + ye^{2\sin t}).$$

Литература. 1. Мироненко В.И. Отражающая функция и периодические решения дифференциальных уравнений. Изд-во "Университетское", Минск, 1986. – 76с. **2.** Мироненко В.И.// Дифференц. уравнения, Минск, 1989. – Т. 25. № 12. С. 2109 – 2114.