ЛОКАЛЬНЫЕ ФАЗОВЫЕ ПОРТРЕТЫ АНАЛИТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С НЕНУЛЕВОЙ КВАДРАТИЧНОЙ ЧАСТЬЮ В ОСОБОМ СЛУЧАЕ

Детченя Л.В. (Беларусь, Гродно), *Садовский А.П.* (Беларусь, Минск)

Рассматривается аналитическая система

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y^2 + ax^n + x^{n+1}p_1(x), \\ \dot{y} &= cx^m + bx^{p-1}y + dx^{q-2}y^2 + x^{m+1}p_2(x) + x^p y p_3(x), \end{aligned} \tag{1}$$

где $p_1(x)=\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$, $p_2(x)=\sum\limits_{k=0}^{\infty} c_k x^k$, $p_3(x)=\sum\limits_{k=0}^{\infty} b_k x^k$, $m,n,p,q\ge 3$.

В случае, когда диаграмма Ньютона системы имеет одно ребро, (1) перепишется в виде :

$$\begin{aligned}\dot{x}&=y^2+ax^{2k}+x^{2k+1}p_1(x),\\ \dot{y}&=cx^{3k-1}+bx^{2k-1}y+dx^{k-1}y^2+x^{3k}p_2(x)+x^{2k}yp_3(x),\end{aligned}\tag{2}$$

где $k\ge 2$. Предполагаем, что $a=-g^2$, $b=-2g(d-gk)$, $c=g^2(d-2gk)$, $d\ne 3gk$. Если диаграмма Ньютона системы (1) имеет два ребра, то она представима в следующем виде:

$$\begin{aligned}\dot{x}&=y^2+ax^{2k}+x^{2k+1}p_1(x),\\ \dot{y}&=cx^{3k+s}+bx^{2k-1}y+dx^{k-1}y^2+x^{3k+s+1}p_2(x)+x^{2k}yp_3(x),\end{aligned}\tag{3}$$

где $k\ge 2$, $s\ge 0$. Тогда при $a=-g^2$, $b=-2g^2k$, $d=2gk$ числа $\mu_1=k$, $\mu_2=k+s+1$ являются возможными порядками кривизны, а число $\theta_2=2k$ будет особым, если $k<s+1$. При этом система (3) имеет единственную O^+-кривую $y=(\dfrac{c}{g^2(k-s-1)}+\tilde{u}(x))x^{k+s+1}$, в случае $k\ge s+1$ таких кривых бесконечное множество.

Для исследования O^+-кривых систем (2), (3) с $\mu=k$ на повторном шаге метода Фроммера используется замена:

$$x=x,\quad v=y-g+g\sqrt{1-\frac{xp_1(x)}{g^2}}.\tag{4}$$

Преобразованные системы соответственно примут вид :

$$\begin{aligned}\dot{x}&=2gxy+xy^2+x^2y\tilde{p}_1(x),\\ \dot{y}&=\alpha x^m+\beta x^q y+x^{m+1}\tilde{p}_2(x)+x^{q+1}y\tilde{p}_3(x)+(d-3gk)y^2-ky^3+y^2\tilde{p}_3(x),\end{aligned}\tag{5}$$

$$\begin{aligned}\dot{x}&=2gxy+xy^2+x^2y\tilde{p}_1(x),\\ \dot{y}&=cx^{s+1}+\alpha x^m+\beta x^n y+x^{m+1}\tilde{p}_2(x)+x^{n+1}y\tilde{p}_3(x)-gky^2-ky^3,\end{aligned}\tag{6}$$

где α — первый ненулевой коэффициент в разложении $\tilde{p}_2(x)$, β — первый ненулевой коэффициент в разложении $\tilde{p}_3(x)$. Характер O^+-кривых систем (5), (6) легко выясняется уже на первом шаге метода Фроммера. Справедливы:

Теорема 1. *Система (2) в окрестности особой точки O(0,0) при $m>2q$ представится следующими фазовыми портретами (ЛФП): ННР, НННHР, РНРН, РЕРЕ, РЕРН, РЕРННН, РЕРНРНРН, РЕРЕРНН, РЕРЕРНРН, РЕРЕРЕРН, НННННН; при $m<2q$ ЛФП: НН, РЕРЕ, НН-НННН, РЕРНРНРН, РЕРЕРЕРН; при $m=2q$ такими ЛФП: НН, ННР, РНРН, РЕРЕ, НННННН, РЕРННН, РЕРНРНРН, РЕРЕРЕРН, где Н —*

гиперболический, P — параболический, E — эллиптический секторы Бендиксона.

Теорема 2. *Система (3) в окрестности особой точки $O(0,0)$ при $\gamma > 2n$ представится следующими ЛФП: HH, HHHHHH, HHHHP, PHPH, PEPE, PEPH, PEPHHH, PEPEPHH, PEPEPEPH, при $\gamma < 2n$ ЛФП : HH, HHHHHH, PHPH, PEPE, PEPHHH; при $\gamma = 2n$ такими ЛФП : HH, PHPH, PEPE, HHHHHH, PEPHHH, PEPEPEPH, где $\gamma = \min\{m, s+1\}$.*