МНОЖЕСТВА ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ДИХОТОМИЯМИ

Прохорова Р. А. (Беларусь, Минск)

Рассмотрим линейные системы

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x,$$

где $A(\cdot) : [0, +\infty) \to \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n)$ — непрерывная матрица. Обозначим через ED, $L^\infty D$ и $L^p D$ множества линейных систем соответственно с экспоненциальной, обыкновенной и L^p – дихотомиями, $p > 0$ [1].

Теорема 1 [2,3]. *При любых положительных p и ε справедливы строгое включение $L^{p+\varepsilon} D \subset L^p D$, представление $ED = L^p D \cap L^\infty D$, для линейных систем с интегрально ограниченной матрицей коэффициентов равенство $ED = L^p D$.*

Множества $L^p D$ при $0 < p < \infty$ в равной мере обладают свойствами множеств ED и $L^p D$, однако многое их разделяет, например, свойство двойственности, верное для систем с экспоненциальной и обыкновенной дихотомиями, не имеет места, вообще говоря, для линейных систем класса $L^p D$.

При $p \geq 1$ свойства грубости линейных систем с L^p – дихотомией относительно малых возмущений ближе к аналогичным свойствам систем класса ED. Строение внутренности $Int\, L^p D$, интегральной внутренности

$$Int_q\, L^p D = \{A \in L^p D : (A+B) \in L^p D \quad \textit{при} \quad \|B\| \in L_q(\mathbb{R}_+)\}$$

и внутренности относительно исчезающих на бесконечности возмущений

$$Int_0\, L^p D = \{A \in L^p D : (A+B) \in L^p D \ \ \textit{для всякой} \ \ B(t) \to 0 \ \textit{при} \ t \to +\infty\}$$

множества $L^p D$ описывают следующие теоремы, установленные ранее [4] для экстремальных классов $L^p S$ и $M^q S$ множеств $L^p D$.

Теорема 2 [5]. *Равенство $Int\, L^p D = L^p D$ имеет место тогда и только тогда, когда $p \geq 1$.*

Теорема 3 [5]. *Равенство $Int_q\, L^p D = L^p D$ справедливо при $p > 1$ и $q \geq p/(p-1)$.*

Теорема 4 [3]. *Внутренность $Int_0\, L^p D$ множества $L^p D$ при всех $p > 0$ совпадает с обычной внутренностью $Int\, L^p D$ множества $L^p D$.*

Теорема 5 [4]. *Для любых положительных чисел p и ε, натурального $n \geq 2$ и $k \in \{0, 1, ..., n\}$ существуют n–мерная система A с L^p–дихотомией на полуоси с первым проектором P_1 ранга k и матрица $B(t)$, удовлетворяющая условию $\int\limits_t^{t+1} \|B(\tau)\| d\tau < \varepsilon$, $t \geq 0$, такие, что $(A+B) \notin L^p D$.*

Аналогичный отрицательный результат [4] справедлив и для возмущений с абсолютно интегрируемой матрицей возмущения.

Литература. **1.** Conti R. // Funkcialaj Ekvacioj. 1966. Vol. 9, № 1. P. 23 – 26. **2.** Прохорова Р.А. // Дифференц. уравнения. 1993. Т. 29, № 12. С. 2090 – 2096. **3.** Прохорова Р.А. // Дифференц. уравнения. 2000. Т. 36, № 12. **4.** Изобов Н.А., Прохорова Р.А. // Труды Ин-та математики НАН Беларуси. 2000. Т. 4. С. 54 - 68. **5.** Прохорова Р.А. // Дифференц. уравнения. 1999. Т. 35, № 6. С. 856 – 857.