КАТЕГОРИЯ VD – ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ПОТОКОВ

Петровская И. Г., Петровский Г. Н. (Беларусь, Минск)

Все необходимые определения (дифференциального квазипотока $p : D \to D_x$, его подпотока $p^* = p|_\Delta$, величины $T^+(\tau_0, p^*)$, τ_0^+ – вполне изохронного подпотока, ν–функции $\nu(t, x)$, d–функции $d(\gamma_1, \gamma_2)$ и т.д.) можно найти в [1, 2].

Пусть заданы два квазипотока $p : D \to D_x$ и $\omega : \tilde{D} \to \tilde{D}_x$ и пусть $p^* = p|_\Delta$ и $\omega^* = \omega|_{\tilde{\Delta}}$ — некоторые их подпотоки. Предположим также, что существует гомеоморфизм $\psi : T^+(\tau_0, p^*) \to T^+(\tau_1, \omega^*)$ такой, что 1. $\psi(\tau_0) = \tau_1$; 2. $\big(\forall\, t_1, t_2 \in T^+(\tau_0, p^*)\big)$ $[t_1 > t_2 \Rightarrow \psi(t_1) > \psi(t_2)]$;

3. $\left(\forall\, t_1, t_2 \in T^+(\tau_1, \omega^*)\right) \left[t_1 > t_2 \;\Rightarrow\; \psi^{-1}(t_1) > \psi^{-1}(t_2)\right]$ (здесь ψ^{-1} — гомеоморфизм, обратный гомеоморфизму ψ).

Предположим, что для каждого $t \in T^+(\tau_0, p^*)$ определено взаимно однозначное отображение $l_t : D_x(t) \to \tilde{D}_x(\psi(t))$ и пусть $l_t^{-1} : \tilde{D}_x(t) \to D_x(\psi^{-1}(t))$ обратное ему отображение. Определим теперь пару отображений $L(t,x)$ и $L^{-1}(t,x)$ следующим образом: $L(t,x) : (t,x) \in D^* \to (\psi(t), l_t(x))$, $L^{-1}(t,x) : (t,x) \in \tilde{D}^* \to (\psi^{-1}(t), l_t^{-1}(x))$ (определение множества D^* см. в [1]).

Определение. Отображение $L(t,x)$ называется vd–преобразованием, если:

1. Отображения $L(t,x)$ и $L^{-1}(t,x)$ непрерывны по совокупности переменных.

2. $\left(\forall\, t \in T^+(\tau_0, p^*)\right) \left[l_t(p^*(t,\tau_0)) = \omega^*(\psi(t), \tau_1)\right]$.

3. Существует число $c \in \mathbb{R}^+$ такое, что

$$(\forall\ (t,x) \in D^*) \quad \left[|d(\nu(t,x), \tilde{\nu}(\psi(t), l_t(x)))| \le c\right]$$

и

$$\left(\forall\ (t,x) \in \tilde{D}^*\right) \quad \left[|d(\tilde{\nu}(t,x), \nu(\psi^{-1}(t), l_t^{-1}(x)))| \le c\right].$$

Примером таких преобразований может служить преобразование Ляпунова линейных систем дифференциальных уравнений, выполняемое вместе с некоторым допустимым преобразованием времени [3].

Непосредственной проверкой можно убедиться в справедливости следующего утверждения.

Теорема. vd–преобразованием является: тождественное преобразование множества на себя; преобразование, обратное vd–преобразованию; композиция двух vd–преобразований.

Это позволяет ввести категорию vd–преобразований следующим образом. Объектами этой категории являются квазипоток $p : D \to D_x$, его подпоток $p^* = p|_\Delta$, множество D^* и определенная на нем ν–функция $\nu(t,x)$. Морфизмами этой категории служат vd–преобразования двух таких объектов, композиция морфизмов определяется как композиция двух vd–преобразований.

Литература. **1.** Петровский Г.Н. // Дифференц. уравнения. 1987, Т. 23, № 3, С. 527 – 528. **2.** Богданов Ю.С., Богданова М.П. // Дифференц. уравнения. 1967, Т. 3, № 5. С. 742 – 748. **3.** Петровский Г.Н. // Дифференц. уравнения. 1977, Т. 13, № 2. С. 265 – 270.