ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОЙ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Карпухин В. Б. (Россия, Москва)

Вопросы асимптотической эквивалентности дифференциальных уравнений в конечномерном евклидовом пространстве изучались в [1 – 4]. В настоящем сообщении представлены новые теоремы об асимптотической эквивалентности.

Рассмотрим дифференциальное уравнение

$$\dot{x} = A(t)x. \tag{1}$$

Пусть $X(t)$ — фундаментальная матрица решений уравнения (1); $C(t)$ — непрерывная на $[a, +\infty)$ матрица порядка n такая, что $|X(t)X^{-1}(s)C(s)| \leq \varphi(s)$, $t \in [a, s]$, $s \in [a, +\infty)$, с интегрируемой на $[a, +\infty)$ функцией $\varphi(t)$, т.е. $\varphi(t) \in L([a, +\infty))$; $x = x(t)$ — решение уравнения (1), для которого $\varphi(t)|x(t)| \in L([a, +\infty))$, где $|\cdot|$ — норма в $\mathbb{R}^n$.

Теорема 1. *Пусть уравнение*

$$\dot{y} = (A(t) + C(t))y \tag{2}$$

равномерно устойчиво на $[a, +\infty)$, *а* $|C(t)| \in L([a, +\infty))$. *Тогда, если* $x = x(t)$ *есть ограниченное решение уравнения (1), то существует единственное ограниченное решение* $y(t)$ *уравнения (2) такое, что* $y(t) - x(t) \to 0$ *при* $t \to +\infty$. *И обратно, если* $y(t)$ *— ограниченное решение уравнения (2), то существует единственное ограниченное решение* $x = x(t)$ *уравнения (1) такое, что* $y(t) - x(t) \to 0$ *при* $t \to +\infty$.

Теорема 2. *Пусть уравнение (2) равномерно устойчиво и существует неотрицательная непрерывная функция* $\varphi(t) \in L([a,+\infty))$ *такая, что*

$$|g(t,x) - g(t,y)| \le \varphi(t)|x-y| \quad \forall\ (t,x),\ (t,y) \in G,$$
$$G = \{(t,z)\ :\ t \in [a,+\infty), z \in \mathbb{R}^n\}.$$

Тогда уравнения

$$\dot{x} + A(t)x + g(t,x), \quad g(t,0) \equiv 0\ \forall\, t \in [a,+\infty), \tag{3}$$

$$\dot{y} = A(t)y, \quad t \in [a,+\infty) \ \ \varphi(t)|y(t)| \in L([a,+\infty)) \tag{4}$$

асимптотически эквивалентны [4].

Литература. **1.** Богданов Ю.С. // Тр. 4-го Всесоюз. мат. съезда. 1964. Т. 2. С. 424 – 432. **2.** Якубович В.Я. // Доклады АН СССР. 1948. Т. 24. № 7. **3.** Изобов Н.А. Линейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Итоги науки и техники. Мат. анализ. 1973. Т. 12. С. 71 – 146. **4.** Воскресенский Е.В., Артемьева Е.Н., Белоглазов В.А., Мурюмин С.М. Качественные и асимптотические методы интегрирования дифференциальных уравнений. Саранск. 1988.