АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

О ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ И НИЖНИХ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ МНОЖЕСТВАХ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ПФАФФА

Изобов Н. А. (Беларусь, Минск)

Рассматриваем вполне интегрируемую линейную систему Пфаффа [1, 2]

$$\partial x/\partial t_i = A_i(t)x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t = (t_1, t_2) \in \mathbb{R}^2_+, \quad i = 1, 2, \qquad (1)$$

с ограниченными непрерывно дифференцируемыми коэффициентами и характеристическими [1, 2] Λ_x и нижними характеристическими [3] P_x множествами ее решений $x : \mathbb{R}^+_2 \to \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$. Основы теории характеристических векторов системы (1) построены И. В. Гайшуном (и изложены в монографиях [1,2]) и Э.И.Грудо.

В настоящем сообщении приведены некоторые дополнительные факты о строении характеристического $\Lambda(A) = \bigcup\limits_{x\neq 0} \Lambda_x$ и нижнего характеристического $P(A) = \bigcup\limits_{x\neq 0} P_x$ множеств системы (1), а также распределение нижних характеристических множеств P_x по ее решениям x.

Теорема 1 [4]. *Для любой последовательности $\{c_m\} \subset \mathbb{R}^2$ попарно неколлинеарных векторов существует двумерная система (1), все решения $x_m(t)$, $x_m(0) = c_m$, $m \in N$, которой имеют попарно различные характеристические множества Λ_{x_m} положительной линейной меры Лебега, а характеристическое множество Λ_x ее всякого решения $x(t)$, линейно независимого с любым решением $x_m(t)$, есть множество $\Lambda_x = \operatorname*{Lim}\limits_{m\to\infty} \Lambda_{x_m}$ той же меры.*

Теорема 2 [3]. *Для любых чисел $\alpha_1 < \alpha_2 \leq 0$ и $2 \leq n \in N$ существует n-мерная система (1) с множеством нижних характеристических векторов $P(A) = \{p \in \mathbb{R}^2_- : \alpha_1 \leq p_1 + p_2 \leq \alpha_2\}$ положительной плоской меры Лебега.*

Определение [5]. Множество $\sup D \subset \mathbb{R}^2$, являющееся пересечением множеств $S \subset \bar{D}$ таких, что для всякого $d \in \bar{D}$ существует $s \in S$, $s \geq d$, будем называть точной верхней границей ограниченного сверху множества $D \subset \mathbb{R}$.

Теорема 3 [5]. *Почти все (в смысле k-меры Лебега) решения системы (1), начинающиеся при $t = 0$ на произвольном k-мерном подпространстве Π_k пространства $\mathbb{R}^n$, $k \in \{1, \ldots, n\}$, имеют нижние характеристические множества, совпадающие с точной верхней границей* *всего множества нижних характеристических векторов этих решений.*

Литература. **1.** Гайшун И. В. Вполне разрешимые многомерные дифференциальные уравнения. Мн., 1983. **2.** Гайшун И. В. Линейные уравнения в полных дифференциалах. Мн., 1989. **3.** Изобов Н.А. О существовании линейных систем Пфаффа с множеством нижних характеристических векторов положительной плоской меры // Дифференц. уравнения. 1997. Т.33, № 12. С. 1623–1630. **4.** Изобов Н. А. О существовании линейной системы Пфаффа со счетным числом различных характеристических множеств ее решений // Дифференц. уравнения. 1998. Т.34, № 6. С. 735–743. **5.** Изобов Н.А., Платонов А.С. О мере множества решений линейной системы Пфаффа с совпадающими нижними характеристическими множествами // Дифференц. уравнения. 2000. Т. 36, № 12. С. 1599–1606.