О СВОЙСТВАХ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ ДВУХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Цегельник В.В. (Беларусь, Минск)

Рассматривается система двух нелинейных дифференциальных уравнений

$$y = \frac{z}{w}\frac{\beta/2 + (u-s)^2}{u^2 - \alpha/2}, \tag{1.1}$$

$$w = \frac{z}{y}\frac{\beta/2 + (v+s)^2}{v^2 - \alpha/2}, \tag{1.2}$$

с неизвестными функциями w, y независимой переменной z, где

$$u = \frac{z(z-1)}{2(w-z)(w-1)}\left[\frac{2s}{z-1} + 2p\frac{w}{z} - s\frac{z+1}{z(z-1)}w - w'\right],$$

$$v = \frac{z(z-1)}{2(y-z)(y-1)}\left[\frac{-2s}{z-1} + 2q\frac{y}{z} + s\frac{z+1}{z(z-1)}y - y'\right],$$

$2s = r_1 + r_2 - 1$, $4p = 1 + r_1 - r_2$, $4q = 1 + r_2 - r_1$; α, β, r_1, r_2 — произвольные параметры.

Показано, что если w, y — решения системы (1), то они удовлетворяют совокупности условий

$$u + v = 0 \tag{2}$$

или

$$\frac{\beta}{2}(u-v) - \frac{\alpha}{2}(v - u + 2s) + s(2uv + su - sv) = 0. \tag{3}$$

Установлено, что при выполнении условия (2) и фиксированных значениях r_1, r_2 система (1) определяет взаимно однозначное соответствие между решениями шестого уравнения Пенлеве при наборах параметров $\alpha, \beta, 2\gamma = r_1^2, 2\delta = 1 - r_2^2)$ и $\alpha, \beta, 2\gamma_1 = (r_1 - 1)^2, 2\delta_1 = 1 - (r_2 - 1)^2)$ соответственно.

При выполнении условия (3) и фиксированных r_1, r_2 система (1) определяет взаимно однозначное соответствие между решениями двух нелинейных дифференциальных уравнений 2-го порядка, не являющихся уравнениями P-типа.

Соотношения (1.1), (1.2) определяют соответственно прямое и обратное преобразования Беклунда для шестого уравнения Пенлеве. Преобразование (1.1) первоначально получено в [1].

Литература. 1. Adler V.E. // Physica. 1994. Vol. 73D. P. 335 – 351.