ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ С ПЕРЕМЕННЫМИ ОБЛАСТЯМИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПЕРАТОРНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ, НЕПРЕРЫВНЫХ И ИМЕЮЩИХ БЕСКОНЕЧНОЕ ЧИСЛО ТОЧЕК ИЗЛОМА

Ломовцев Ф.Е. (Беларусь, Минск)

Если число точек излома конечно, то задача Коши для гиперболических уравнений сильно корректна даже в случае разрывов операторов $A(t)$ в этих точках [1].

В гильбертовом пространстве H рассматривается задача Коши

$$\partial u(t)/\partial t^2 + A(t)u(t) = f(t),\ t \in]0,T[, \quad (1)$$

$$u(0) = \varphi, \partial u(0)/\partial t = \psi,\ \varphi, \psi \in H, \quad (2)$$

где линейные операторы $A(t)$ имеют области определения $D(A(t))$, зависящие от t.

1. $A(t)$ действуют в H, самосопряжены, сильно непрерывны по t [2] на [0,T] и

$$(A(t)u + c_0 u, u)_H \geq c_1 |u|_H^2 \quad \forall u \in D(A(t)),\ c_0 \geq 0,\ c_1 > 0.$$

2. Обратные операторы $A_0^{-1}(t)$ к операторам $A_0(t) = A(t) + c_0 I$ имеют такую сильную регулярную производную, $dA_0^{-1}(t)/dt \in L_\infty(]0,T[, \mathfrak{L}(H))$, что

$$|((dA_0^{-1}(t)/dt)g, g)_H| \leq c_2 (A_0^{-1}(t)g, g)_H \quad \forall g \in H,\ c_2 \geq 0.$$

3. На каждом интервале $I_k =]t_k, t_{k+1}[$, $\overset{\infty}{\underset{k=1}{\cup}} I_k =]0,T[$, не содержащем точек излома операторов $A(t)$, операторы $dA_0^{-1}(t)/dt$ имеют такую сильную регулярную производную $d^2 A_0^{-1}(t)/dt^2 \in L_\infty(I_k, \mathfrak{L}(H))$, что

$$|((d^2 A_0^{-1}(t)/dt^2)g, v)_H| \leq c_3 |g|_H |A_0^{-1/2}(t)v|_H \quad \forall g, v \in H,\ c_3 \geq 0,$$

где $A_0^{-1/2}(t)$ - обратные операторы квадратных корней $A_0^{1/2}(t)$ операторов $A_0(t)$.

4. На каждом I_k существуют сильные регулярные производные $d^i A_0^{-1/2}(t)/dt^i \in L_\infty(I_k, \mathfrak{L}(W^{i-1}(t), W^1(t)))$, $i = 1, 2$, где $W^0(t) = H$ и гильбертовы пространства $W^1(t)$ — области определения $D(A_0^{1/2}(t))$ операторов $A_0^{1/2}(t)$, наделенные нормами $|A_0^{1/2}(t) \bullet |_H$.

Теорема. *В этих предположениях для каждого* $\Im = \{f, \varphi, \psi\} \in F$ *задача Коши (1), (2) имеет единственное сильное решение* $u \in E$, *такое что* $\|u\|_E \leq c\|\Im\|_F$, $c > 0$.

Здесь банахово пространство E - пополнение множества $D(L) = \{u \in \in \mathfrak{A} = L_2(]0,T[, H) : u(t) \in D(A(t)),\ t \in [0,T];\ d^2u/dt^2,\ du/dt,\ A(t)u \in \mathfrak{A}\}$ по норме $\|u\|_H = \sup\limits_{0 \leq t \leq T} \{|du(t)/dt|_H^2 + |A_0^{1/2}(t)u(t)|_H^2\}$ и гильбертово пространство $F = \mathfrak{A} \times W^1(0) \times H$ - множество всех $\Im = \{f, \varphi, \psi\}$ с конечной нормой $\|\Im\|_F = \left(\int\limits_0^T |f(t)|_H^2 dt + |A_0^{1/2}(0)\varphi|_H^2 + |\psi|_H^2 \right)^{1/2}$.

Литература. **1.** Ломовцев Ф.Е. // Дифференц. уравнения. 1997. Т. 33, № 10. С. 1394 – 1403. **2.** Ломовцев Ф.Е. // Доклады НАН Беларуси. 1999. Т. 43, № 1. С. 13 – 15.