# СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРЕМЕННОГО ПОРЯДКА

*Ломовцев Ф.Е.* (Беларусь, Минск)

В ограниченной области $G = ]0, T[\times\Omega$, $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, переменных $t$ и $x = (x_1, \ldots, x_n)$ с достаточно гладкой боковой поверхностью $\Gamma = [0, T[\times S$ рассматривается уравнение

$$\partial^2 u(t,x)/\partial t^2 + \sum_{k=0}^{m(t)} a_k(t)(-\Delta_k)^k u(t,x) = f(t,x), \qquad (1)$$

где $a_k(t)$ — дважды кусочно непрерывно дифференцируемые функции с конечным числом точек разрыва, $a_{m(t)}(t) > 0$ и $m(t) \geq 0$ — целочисленная невозрастающая функция с конечным числом точек разрыва, с граничными

$$\Delta_x^i u(t,x)|_{\tilde{\Gamma}} = 0, \ (\partial\Delta_x^i u(t,x)/\partial v)|_{\Gamma-\tilde{\Gamma}} = 0, \ i = \overline{0, m(t)-1}, \qquad (2)$$

где $\Delta_x = \partial^2/\partial x_1^2 + \ldots + \partial^2/\partial x_n^2$, $v$ — внешняя нормаль к $S$, $\tilde{\Gamma} = [0, T[\times\tilde{S}$ и $\tilde{S} \subseteq S$ и начальными условиями

$$u(0,x) = \varphi(x), \ \partial u(0,x)/\partial t = \psi(x), \ x \in \Omega. \qquad (3)$$

**Теорема.** *Для каждых* $f \in L_2(G), \varphi \in \tilde{W}^{m(0)}_{2,\Delta(0)}(\Omega)$ *и* $\psi \in L_2(\Omega)$ *смешанная задача (1) – (3) имеет единственное сильное решение* $u \in \in C^{(1)}([0,T], L_2(\Omega)) \bigcap E$, *удовлетворяющее неравенству* $\|u\|_E \le c\|\Im\|_F$, $c > 0$, $\Im = \{f, \varphi, \psi\}$.

Здесь банахово пространство $E$ — пополнение множества всех функций из пространства Соболева–Слободецкого $W_2^{1,2m(0)}(G)$, удовлетворяющих граничным условиям (2), по норме

$$\|u\|_E = \{\sup_{0\le t\le Ta}(\|\partial u(t,x)/\partial t\|^2_{0,\Omega} + \|u(t,x)\|^2_{0,\Omega}) + \operatorname*{ess\,sup}_{0<t<T}\|u(t,x)\|^2_{\Delta(t),\Omega}\}^{1/2},$$

где

$$\|u(t,x)\|^2_{\Delta(t),\Omega} = \sum_{j=0}^{[m(t)/2]}\int\limits_{\Omega}|\Delta_x^j u(t,x)|^2dx + \sum_{j=0}^{[(m(t)-1)/2]}\int\limits_{\Omega}|\nabla_x\Delta_x^j u(t,x)|^2dx,$$

$\|\cdot\|_{0,\Omega}$ — норма в $L_2(\Omega), \nabla_x$ — оператор набла, $\nabla_x^2 = \Delta_x$ и $[\cdot]$ — целая часть числа.

Гильбертово пространство $F = L_2(G) \times \tilde{W}^{m(0)}_{2,\Delta(0)}(\Omega) \times L_2(\Omega)$ — множество всех функций $\Im = \{f, \varphi, \psi\}$ с конечной нормой

$$\|\Im\|_F = \left(\int\limits_0^T \|f(t,x)\|^2_{0,\Omega}dt + \|\varphi(x)\|^2_{\Delta(0),\Omega} + \|\psi(x)\|^2_{0,\Omega}\right)^{1/2},$$

где $\tilde{W}^{m(0)}_{2,\Delta(0)}(\Omega)$ — пополнение множества всех функций из пространства Соболева $W_2^{m(0)}(\Omega)$, удовлетворяющих граничным условиям (2) при $t = 0$, по норме $\|\cdot\|_{\Delta(0),\Omega}$.

**Литература. 1.** Ломовцев Ф.Е. // Дифференц. уравнения. 1997. Т. 33, № 10. С. 1394 – 1403.