# ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ РАЗРЕШИМОСТИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ СО СТЕПЕННО-ЛОГАРИФМИЧЕСКИМИ ЯДРАМИ В КЛАССЕ НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ

*Демьянко С.В., Килбас А.А.* (Беларусь, Минск)

Рассматриваются интегральные уравнения первого рода со степенно-логарифмическими ядрами

$$\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_a^x (x-t)^{\alpha-1}\left[\sum_{k=0}^{m} A_{mk}\ln^k(x-t)\right]\varphi(t)\,dt = f(t), \qquad (1)$$

$$(\alpha>0,\ a<x<b)$$

с постоянными коэффициентами $A_{mk}$ в классе $C[a,b]$ непрерывных функций $\varphi(t)$ на конечном отрезке $[a,b]$ вещественной оси. Обозначим через $C_0^n[a,b]$ $(n=0,1,2,...)$ пространство функций $f(x)$, непрерывно дифференцируемых до порядка $n$ на $[a,b]$ и таких, что $f(a)=f'(a)=\cdots=$

$= f^{(n-1)}(a) = 0$, а через $J^h_{a+}f$ $(h \in \mathbb{R})$ — интегральный оператор $J^h_{a+}f = \int\limits_a^x v_h(x-t)f(t)\,dt$ со специальной функцией Вольтерра

$$v_h(x) = \frac{d}{dx}v(xe^h), \quad v(x) = \int\limits_0^\infty \frac{x^{\alpha+\tau}}{\Gamma(\alpha+\tau+1)}d\tau.$$

Доказывается, что если постоянные $h_1, \dots, h_m$ выражаются через постоянные коэффициенты $A_{m0}, A_{m1}, \dots, A_{mm}$ специальным образом [1, (32.27)], а $f(x) \in C^n_0[a,b]$, $n = [\alpha]+1$, то интегральное уравнение (1) разрешимо в $C[a,b]$ и его единственное решение дается формулой

$$\varphi(x) = \frac{(-1)^m}{\Gamma(n-\alpha)} \int\limits_a^x (x-t)^{n-\alpha-1}(J^{h_1}_{a+} \cdots J^{h_{1m}}_{a+} f^{(n)})(t)\,dt.$$

**Литература. 1.** Самко С. Г., Килбас А. А., Маричев О. И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск, 1987.