О РАЦИОНАЛЬНЫХ РЕШЕНИЯХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Берёзкина Н. С., Здунек А. Г., Мартынов И. П., Пронько В. А.
(Беларусь, Гродно)

Если искать решения некоторого дифференциального уравнения

$$f(y, y', \ldots, y^{(n)}) = 0, \tag{1}$$

где f – многочлен от $y, y', \ldots, y^{(n)}$, в виде ряда

$$y = \alpha(t - t_0)^{-s} + \ldots + h(t - t_0)^{r-s} + \ldots, \tag{2}$$

где $s \in \mathbb{N}$, то для α и r возникают алгебраические соотношения

$$A(\alpha) = 0, \tag{3}$$

$$R(r) = 0. \tag{4}$$

Корни r, удовлетворяющие (4), называют резонансами, а коэффициенты h, отвечающие этим корням r, называют резонансными коэффициентами. При этом уравнение (4) всегда имеет корень $r = -1$, которому отвечает произвольная постоянная $t = t_0$. В [1] утверждается, что при исследовании уравнения (1) на предмет наличия свойства Пенлеве с помощью теста Пенлеве надо учитывать лишь положительные значения r, отвечающие всем корням α уравнения (2). Однако учёт отрицательных значений r, если такие возникают при некоторых α из (2), даёт возможность строить рациональные решения уравнения (1) по методике, изложенной в [2].

Пример. Для уравнения Шази [3]

$$y''' = 12(y')^2 + 72y^2y' + 54y^4$$

при $\alpha = 1$ уравнение (4) имеет корень $r = -3$, которому отвечает рациональное решение

$$y = \frac{t^5 + 5at^2}{t^6 - 5at^3 - 5a^2},\ a = const.$$

Литература. **1.** Ablowitz M.J., Ramani A., Segur H. // J.Math. Phys. 1980. V 21, № 4. P. 715 – 721. **2.** Здунек А.Г., Мартынов И.П., Пронько В.А. // Веснік Гродзенск. дзярж. універ. // 2000. Серыя 2. № 1. С. 33 – 39. **3.** Chazy I. // Acta Math. 1911. V. 34. P. 317 – 385.