

**СБОРНИК РАБОТ  
65-ой НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ  
СТУДЕНТОВ И АСПИРАНТОВ  
БЕЛОРУССКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО  
УНИВЕРСИТЕТА**

13–16 мая 2008 г., Минск

**В ТРЕХ ЧАСТЯХ**

**ЧАСТЬ II**

**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**СБОРНИК РАБОТ  
65-ой НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ  
СТУДЕНТОВ И АСПИРАНТОВ  
БЕЛОРУССКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
УНИВЕРСИТЕТА**

13–16 мая 2008 г., Минск

**В ТРЕХ ЧАСТЯХ**

**ЧАСТЬ II**

**МИНСК  
2008**

УДК 082.2  
ББК 94я43  
С23

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор Л. М. Томильчик;  
кандидат биологических наук, доцент Р. А. Желдакова  
кандидат физико-математических наук, доцент В. В. Дайняк;  
кандидат химических наук Г. А. Соколик;  
старший преподаватель В. М. Лутковский  
кандидат физико-математических наук, доцент В. В. Крахотко  
кандидат экономических наук, доцент А. А. Илюкович и др.

**Сборник** работ 65-й научной конференции студентов и аспирантов  
С23 Белорусского государственного университета: В 3 ч. ч.2 – БГУ, 2008. – 292 с.  
**ISBN 985-445-369-3** (ч.2).

Во вторую часть сборника включены доклады студентов и аспирантов биологического факультета, химического факультета, механико-математического факультета, факультета радиофизики и электроники, физического факультета, факультета прикладной математики и информатики, а так же института бизнеса и менеджмента технологий.

**УДК 082.2**  
**ББК 94я43**

**ISBN 985-445-369-3 (ч.2)**  
**ISBN 985-445-358-5**

© БГУ, 2008

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОЛЕКУЛЯРНЫХ МЕТОДОВ В СОЗДАНИИ УСТОЙЧИВЫХ К ПАРШЕ СОРТОВ ЯБЛОНИ

Е. А. Заблоцкая

### ВВЕДЕНИЕ

В Беларуси яблоня занимает более 95% площади садов и является основной плодовой культурой. В соответствии с «Государственной программой возрождения и развития села на 2005-2010 годы» в ближайшем будущем планируется повысить эффективность плодового хозяйства на основе создания 12,2 тыс. гектаров садов интенсивного типа, в том числе 9,6 тыс. гектаров плодовых культур, а также довести среднегодовые объемы производства посадочного материала плодовых деревьев для общественного и частного садоводства до 1,1 млн. штук [1].

Парша – самое распространенное и вредоносное грибковое заболевание яблони, с которым сталкивается плодово-овощное хозяйство во всем мире. Климатические условия нашей страны благоприятны для развития возбудителя этой болезни (*Venturia inaequalis* (Ске.) Wint.), поэтому сильное развитие парши наблюдается здесь каждые три года [2]. Парша не только вызывает значительное снижение урожая и качества плодов в текущем году, но и отрицательно сказывается на закладке цветковых почек и, следовательно, на урожае будущего года.

Используемые в настоящее время лучшие мировые коммерческие сорта сильно поражаются паршой и мучнистой росой, так как их происхождение связано с яблоней *M. sieversii*, восприимчивой к этим болезням [3].

Реализовать свой потенциал урожайности могут только здоровые растения, устойчивые к неблагоприятным воздействиям среды, в том числе к возбудителю заболевания. Защита садов яблони от парши требует 10 (часто 12-15) обработок фунгицидами в год, что увеличивает стоимость продукции, приводит к загрязнению окружающей среды и вызывает озабоченность потребителей относительно безопасности такой продукции для здоровья. Решением упомянутых проблем может быть использование устойчивых к заболеванию растений.

Стандартная техника отбора устойчивых к парше растений в тепличных условиях предполагает наблюдение за восприимчивостью плодовой культуры в условиях сильного воздействия со стороны возбудителя в течение двух лет. Методика основана на инокуляции листьев суспензией конидиоспор [4]. Однако недостатком этого метода помимо продолжительности является сильное влияние условий внешней среды и типа инокулята на конечные результаты.



Новые возможности в селекции появляются с использованием современных молекулярно-генетических подходов на этапе отбора растений с необходимым генотипом. Одним из высокоэффективных генов, обеспечивающих устойчивость яблони к парше, является *Vf*. *Vf*-обусловленная устойчивость не преодолена расами *V. inaequalis*, распространенными на территории Беларуси, поэтому в нашей стране целесообразно выращивать сорта, содержащие именно этот ген [3].

Целью данной работы являлось применение новых молекулярных методов, которые позволяют сократить время и повысить надежность этапа селекции яблони на устойчивость к парше.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В качестве исходного растительного материала использовались предоставленные РУП «Институт плодоводства» листья селекционных сеянцев 2-го года после посева (табл. 1). Все они в 2006 г. в возрасте 1 месяца подверглись искусственному заражению паршой и проявили устойчивость к заболеванию.

Для выделения ДНК из замороженного в жидком азоте и гомогенизированного листового материала выбран метод с использованием Genomic DNA Purification Kit #K0512 фирмы «Fermentas». Он позволяет выделить ДНК в количестве, достаточном для проведения молекулярных исследований, а также обеспечивает низкий уровень примесей пигментов, фенольных соединений и других веществ, которые способны в дальнейшем ингибировать амплификацию.

ПЦР специфических фрагментов произведена с помощью амплификатора iCycler iQ фирмы BIO-RAD, используя 40 нг геномной ДНК в объеме 20 мкл реакционной среды, содержащей 75 мМ Трис- HCl (pH=8,8), 20 мМ (NH<sub>4</sub>)<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>, 0,01% Твин 20, 1,5 мМ MgCl<sub>2</sub>, 200 мкМ НТФ, 250 нМ каждого праймера, 1 ЕА *Taq*-полимеразы.

При постановке ПЦР для маркеров AL07, AM19 использованы праймеры: AL07-For (22 н.п.) – 5'-TGGAAGAGAGATCCAGAAAGTG-3'; AL07-Rev (18 н.п.) – 5'-CATCCCTCCACAAATGCC-3'; AM19-For (22 н.п.) – 5'-CGTAGAACGGAATTTGACAGTG-3'; AM19-Rev (21 н.п.) – 5'-GACAAAGGGCTTAAGTGCTCC-3' [5]. Условия амплификации были следующие: 1 цикл продолжительностью 4 мин при температуре 94°C; 45 циклов, включающих 1 мин при 94°C, 1 мин при 60°C и 2 мин при 72°C; 1 цикл продолжительностью 10 мин при 72°C.

При амплификации для маркера VfC использовались праймеры: VfC1-For (20 н.п.) – 5'-GGTTTCCAAAGTCCAATTCC-3'; VfC2-Rev (20 н.п.) – 5'-CGTTAGCATTGAGTTGAC-3' [6]. Условия в данном случае были следующие: 1 цикл продолжительностью 4 мин при температуре 94°C; 40 циклов, включающих 1 мин при 94°C, 1 мин при 58°C и 1 мин при 72°C; 1 цикл продолжительностью 7 при 72°C.

Таблица 1

## Характеристика предоставленного селекционного материала

| Линия     | Число образцов | Использованное в линии скрещивание | Источник гена <i>Vf</i> в скрещивании                              |
|-----------|----------------|------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| Линия №1  | 94             | F <sub>1</sub> Pinova × 86-39/105  | 86-39/105 = F <sub>1</sub> BM41497 × Антей                         |
| Линия №2  | 6              | F <sub>1</sub> PA1 × Надзейны      | Надзейны = BM41497 × Антей                                         |
| Линия №5  | 4              | F <sub>1</sub> Sir Prize × Имант   | Sir Prize = Golden Delicious × PRI 14-152; Имант = Антей × Liberty |
| Линия №9  | 28             | F <sub>1</sub> 86-39/105 × Sampion | 86-39/105 = F <sub>1</sub> BM41497 × Антей                         |
| Линия №12 | 32             | F <sub>1</sub> Pinova × Имант      | Имант = Антей × Liberty                                            |
| Линия №15 | 1              | F <sub>1</sub> PA1 × 86-54/133     | 86-54/133 = F <sub>1</sub> Антей × BM41497                         |

Продукты амплификации были разделены методом электрофореза в 1,5% агарозном геле в ТАЕ-буфере и визуализированы после окрашивания бромистым этидием.

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В качестве образцов использовались листья 168 растений, успешно прошедших испытание на искусственном инфекционном фоне.

Выделенная из каждого селекционного образца ДНК была проанализирована на наличие гена *Vf* с помощью сцепленных с ним маркеров AL07-SCAR и AM19-SCAR. Для этого были проведены ПЦР со специфическими праймерами к указанным молекулярным маркерам. Амплифицированные фрагменты размером 466 н.п. и 526 н.п. свидетельствуют о наличии доминантного аллеля гена *Vf*. Фрагмент длиной 724 н.п. соответствует рецессивному аллелю (рис. 1, А). Комбинация доминантного маркера (AM19) с кодоминантным (AL07) позволяет значительно снизить риск ошибочных заключений, обусловленных возможными сбоями в ходе ПЦР, и увеличить точность молекулярного анализа.

Отдельно проводилась идентификация гена устойчивости с помощью маркера VfC, представляющего собой участок внутри гена *Vf* и его гомологов. В данном случае в результате ПЦР выявляется три фрагмента длиной 646, 484 и 286 н.п. Присутствие гена определяется наличием последнего (рис. 1, Б).

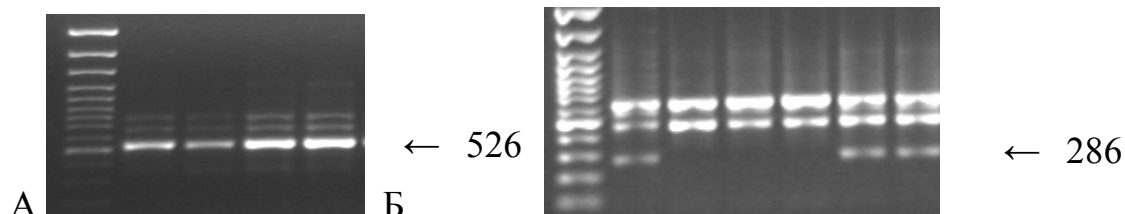


Рис. 1. Результаты электрофореза ампликонов, полученных с использованием праймеров к маркерам AL07, AM19 (А) и VfC (Б)

Таким образом, с помощью молекулярных маркеров идентифицированы селекционные образцы яблони, имеющие в составе генотипа высокоэффективный ген устойчивости к парше *Vf*. Среди образцов, проявивших устойчивость в ходе искусственного инфицирования *V. inaequalis*, выявлена доля растений, не имеющих гена *Vf* (табл. 2): 25,5% среди образцов линии 1; 10,7% в линии 9; 34,4% в линии 12. В общей сложности среди проанализированного материала (168 образцов) 125 растений (74,4%) имеют доминантный аллель *Vf* в гетерозиготной форме и 43 растения (25,6%) являются рецессивными гомозиготами по данному гену.

Полученные результаты позволяют сделать вывод, что отбор устойчивых к парше растений, производимый традиционно на искусственном инфекционном фоне, не может гарантировать наследование доминантного аллеля *Vf* всеми образцами, успешно его прошедшими. Существенная часть растений является рецессивными гомозиготами по данному гену, а проявленная устойчивость обусловлена иными факторами. Это может быть удачное сочетание минорных генов, который будет проявляться частичной устойчивостью к заболеванию. Не исключается также вариант нечеткой реакции растения на присутствие возбудителя, ошибки при субъективных интерпретациях симптомов и пр.

К подобным выводам пришли чешские исследователи, которые проводили подобный анализ селекционных линий яблони в 2003 г. [7].

Ими были отобраны образцы, не проявившие симптомов парши при искусственном заражении в парниках. Все отобранные образцы прошли проверку на наличие гена *Vf* с использованием молекулярных маркеров в соответствии с Tartarini и соавт. [5]. В результате анализа также было показано, что рецессивные гомозиготы встречаются во всех линиях селекционного материала, продемонстрировавших устойчивость к парше на искусственном инфекционном фоне. Доля растений, не имеющих гена *Vf*, в таких линиях составила 25-35%.

Таблица 2

**Результаты молекулярно-генетического анализа  
селекционного материала на наличие в генотипе гена *Vf***

| Линия         | Количество образцов в линии | Имеют ген <i>Vf</i> в гетерозиготе |              | Не имеют гена <i>Vf</i> |              |
|---------------|-----------------------------|------------------------------------|--------------|-------------------------|--------------|
|               |                             | Число                              | %            | Число                   | %            |
| Линия №1      | 94                          | 70                                 | 74,5         | 24                      | 25,5         |
| Линия №2      | 6                           | 1                                  | 16,7         | 5                       | 83,3         |
| Линия №5      | 4                           | 4                                  | 100          | 0                       | 0            |
| Линия №9      | 28                          | 25                                 | 89,3         | 3                       | 10,7         |
| Линия №12     | 32                          | 21                                 | 65,6         | 11                      | 34,4         |
| Линия №15     | 1                           | 1                                  | 100          | 0                       | 0            |
| <b>Итого:</b> | 168                         | 125                                | <b>74,4%</b> | 43                      | <b>25,6%</b> |

Можно заключить, что для повышения эффективности отбора в селекции, направленной на получение несущих ген *Vf* сортов яблони, целесообразно сочетать классический фитопатологический подход с использованием молекулярных маркеров. Это позволит значительно ускорить процесс селекции за счет идентификации ценных генов на первых стадиях роста растений и при этом получить более точные результаты относительно содержания гена *Vf* в генотипе селекционного материала, поскольку анализ будет проводиться непосредственно на уровне ДНК, а не на уровне подверженного влиянию среды фенотипа.

Немаловажно также то, что использование молекулярных маркеров позволяет вовремя избавиться от селекционного брака и таким образом сократить площади посевов и расходы, связанные с уходом за деревьями, не представляющими селекционной ценности.

### Литература

1. Развитие растениеводства // Государственная программа возрождения и развития села на 2005-2010 гг. Интернет-адрес: <http://www.president.gov.by/press30965.html>.
2. Бондарь Л.В. Расовый состав возбудителя парши яблони в Белоруссии и селекция яблони на иммунитет к парше // Бондарь Л.В. Селекция яблони в СССР. – Орел, 1981. – С. 89-94.
3. Козловская З.А. Совершенствование сортимента яблони в Беларуси. – Мн., 2003. – 168 с.
4. Gessler C., Patocchi A., Sansavini S., Tartarini S., Gianfranceschi L. *Venturia inaequalis* Resistance in Apple // Critical Reviews in Plant Sciences. – 2006. – Vol. 25. – Pp. 473-503.
5. Tartarini S., Gianfranceschi L., Sansavini S., Gessler C. Development of reliable PCR markers for the selection of the *Vf* gene conferring scab resistance in apple // Plant Breed. – 1999. – Vol. 118. – Pp. 183-186.
6. Afunian M.R., Goodwin P.H., Hunter D.M. Linkage of *Vfa4* in *Malus × domestica* and *Malus floribunda* with *Vf* resistance to the apple scab pathogen *Venturia inaequalis* // Plant Pathology. – 2004. – Vol. 53. – Pp. 461-467.
7. Vějl P., Skupinová S., Blažek J., Sedlák P., Bardová M., Drahošová H., Blažková H., Milec Z. PCR markers of apple resistance to scab (*Venturia inaequalis* CKE.) controlled by *Vf* gene in Czech apple breeding // Plant Soil Environ. – 2003. – Vol. 49. №9. – Pp. 427-432.

## ПОЛУЧЕНИЕ ПОЛИКЛОНАЛЬНЫХ АНТИТЕЛ К ЭКСТРАКЛЕТОЧНОЙ ЧАСТИ РЕЦЕПТОРА CXCR2 ЧЕЛОВЕКА

И. В. Дмитриева

### ВВЕДЕНИЕ

Функционирование иммунной системы направлено на защиту орга-

низма от попадания во внутреннюю среду чужеродных объектов. Координированная работа всех органов иммунной системы и ее клеток возможна благодаря механизмам межклеточной коммуникации, среди которых важное место занимает передача сигнала посредством хемоаттрактантов.

Хемотактические цитокины и рецепторы к ним являются промежуточными звеньями в сложной цепи иммунологических реакций. Передавая сигнал из очага воспаления, они обеспечивают своевременное противодействие чужеродным агентам, проникающим во внутреннюю среду организма [1]. Одним из важнейших хемокинов человека является IL-8. При воздействии на нейтрофилы интерлейкин-8 вызывает хемотактическое перемещение нейтрофилов, диапедез, повышение концентрации кальция в цитоплазме и высвобождение продуктов окислительного взрыва посредством экзоцитоза. IL-8 взаимодействует с двумя рецепторами, экспрессированными на поверхности нейтрофилов и некоторых других клеток: CXCR1 и CXCR2 [2]. CXCR2 прочно связывается со всеми CXС-хемокинами, содержащими ELR-мотив (глутамат-лейцин-аргинин) [3].

В Лаборатории клеточной и молекулярной иммунологии ГУ «РНПЦ гематологии и трансфузиологии» была впервые обнаружена растворимая форма CXCR2. Свойства рCXCR2, а также его физиологическая роль, исследованы мало. Целью настоящей работы было получение поликлональных антител к растворимой форме CXCR2.

## **1. МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ**

В качестве объекта исследования использовался очищенный препарат растворимого CXС-рецептора 2 типа человеческих клеток рCXCR2, а также синтетический пептид 25–33, идентичный соответствующей аминокислотной последовательности экстраклеточного участка рецептора CXCR2. В ходе данной работы была приготовлена серия белковых конъюгатов с пептидом 25–33, а именно: 3 конъюгата миоглобин-пептид, 1 конъюгат бычьего сывороточного альбумина (БСА) с пептидом и 1 конъюгат на основе синтетического полилизина (соединение со средней молекулярной массой 150 кДа). В качестве кросс-линкера использовали иминотиолан и сульфоMBS. Предварительные иммунизации кролика проводились конъюгатом БСА-пептид, который в данной работе использовался в качестве положительного контроля при проведении иммуноферментного анализа с конъюгатами.

Конъюгаты на основе БСА и миоглобина были проверены методом белкового электрофореза. Со всеми конъюгатами был также проведен прямой иммуноферментный анализ.

Через 7 суток после иммунизации образец крови кролика отобрали

для анализа [4]. Сыворотка получена осаждением форменных элементов центрифугированием. Далее была проведена очистка поликлональных антител методом иммуноаффинной сорбции с использованием 4В-сефарозы, конъюгированной с пептидом 25–33. После проведения иммуноаффинной сорбции была определена концентрация поликлональных антител с помощью иммуноферментного анализа. Далее антитела использовались для постановки иммуноферментного анализа (ИФА) в двух вариантах: прямой конкурентный и «сэндвич»-иммуноферментный анализ. При проведении конкурентного ИФА определялась зависимость оптической плотности пробы от содержания пептида 25–33 при фиксированной концентрации меченного биотином пептида.

«Сэндвич»-ИФА был проведен с использованием моноклональных 3/7А анти-СХСР2 антител, специфичных к N-концевому участку растворимой формы СХСР2, в качестве твердой фазы, а кроличьи поликлональные антитела использовались в качестве жидкофазных [5].

## **2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ**

Целью работы являлось получение поликлональных антител к С-концевой части пептида 25–33, а также проведение иммуноферментного анализа, с помощью которого можно определять концентрацию растворимой формы рецептора в образцах с неизвестным его содержанием.

В разных условиях провели несколько опытов по приготовлению конъюгатов белок-пептид. Успешность реакции конъюгации была проверена в ходе прямого ИФА и белкового электрофореза. Результаты этих опытов показали, что наиболее удачно прошла реакция конъюгации пептида 25–33 с БСА. Наихудший результат показал конъюгат на основе миоглобина. Для получения поликлональных антител к пептиду 25–33 использовали кролика. Для получения поликлональных антител к пептиду 25–33 кролика реиммунизировали конъюгатом полилизин-пептид, поскольку для предварительных иммунизаций использовали конъюгат БСА-пептид. Для получения более высокого титра антител, специфических к гаптену, желательно использовать разные белки-носители. Полилизин, конъюгированным с пептидом 25–33, иммунизировали кролика. Через неделю после иммунизации была отобрана проба крови иммунизированного животного и из нее получена сыворотка.

В ходе прямого ИФА был проведен качественный анализ сыворотки на наличие специфичных к пептиду поликлональных антител. Из сыворотки иммуноаффинной сорбцией были выделены поликлональные антитела к пептиду, их концентрация в растворе была определена в ходе прямого ИФА. Концентрация выделенных поликлональных антител в растворе после их очистки составила 173,4 мкг/мл. Конкурентный иммуноферментный анализ подтвердил специфичность полученных антител к пептиду 25–33.

Далее был проведен «сэндвич»- иммуноферментный анализ.

На основании данных «сэндвич»- ИФА построен график, изображенный на рисунке 1. Как видно по рисунку 1, с помощью данного «сэндвич» – ИФА можно определить концентрацию растворимого CXCR2 в пределах 30-100 нг/мл.

## ВЫВОДЫ

В ходе выполнения данной работы была приготовлена серия конъюгатов пептида 25–33 с белками-носителями. В результате проведенного анализа полученных конъюгатов для иммунизации кролика был выбран конъюгат на основе полилизина. Через семь дней после иммунизации была получена сыворотка кролика, из которой методом иммуноаффинной сорбции были выделены поликлональные антитела в концентрации 173,4 мкг/мл. Удалось успешно провести с выделенными из сыворотки поликлональными антителами иммуноферментный анализ двух типов: конкурентный и «сэндвич» – ИФА. Конкурентный иммуноферментный анализ подтвердил специфичность полученных антител к пептиду 25–33. С помощью «сэндвич» – иммуноферментного анализа можно определить концентрацию растворимого CXCR2 в пределах 15 – 100 мкг/мл.

## Литература

1. Wells T.C., Power C.A., Proudfoot A.I. Definition, function and pathophysiological significance of chemokine receptors // Trends in Pharmacological Sciences. – 1998. – Vol. 19. – P. 376-380.
2. Lee G., Horuk R., Rice G.C. Characterization of two high affinity human interleukin-8 receptors // The Journal of Biological Chemistry. – 1992. – Vol. 267. № 23. – P. 16283-16287.
3. Murphy P.M. Chemokine receptors: structure, function and role in microbial pathogenesis // Cytokine and Growth Factors. – 1996. – Vol. 7. № 1 – P. 47-64.
4. Кэтти Д., Райкундалия Ч., Браун Дж. Антитела. Методы // Под ред. Д. Кэтти. – М.: Мир, 1991. – Т.1. – 287 с.
5. Hsieh S.-C., Wu T.-H., Tsai C.-Y. Abnormal *in vitro* CXCR2 modulation and defective cationic ion transporter expression on polymorphonuclear neutrophils responsible for hyporesponsiveness to IL-8 stimulation in patients with active systemic lupus erythematosus // Rheumatology. – 2008. – № 47 – P. 150-157.

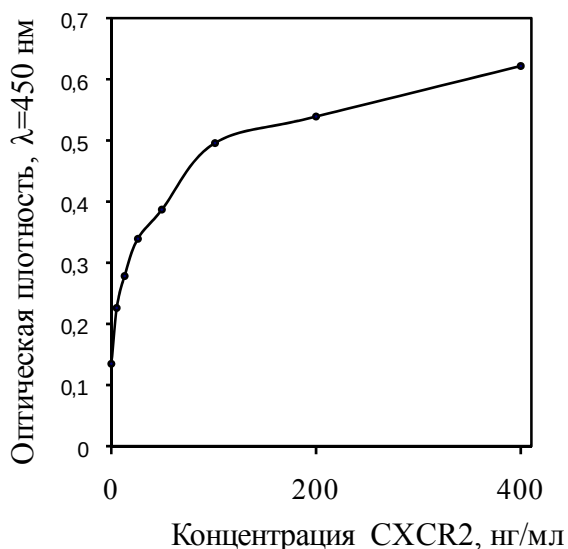


Рис. 1. Кривая титрования sCXCR2 в «сэндвич»-ИФА

# БИОЛОГИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА АКТИНОМИЦЕТОВ, ВЫДЕЛЕННЫХ ИЗ ПРИРОДНЫХ ИСТОЧНИКОВ

О. О. Петрушенко, Н. В. Совгир

В работе были использованы 133 штамма бактерий, относящиеся к порядку *Actinomycetales*, выделенные ранее из почв различных географических районов Республики Беларусь.

На начальном этапе работы проводили предварительную оценку антагонистической активности коллекции актиномицетов, выделенной из природных источников, с использованием следующих методов: агаровых блоков [6], агарового блочка в центре чашки Петри [7], бумажных дисков [5], желобка [5], с использованием металлических цилиндров [5]. В качестве тест-культур использовались штаммы: *Staphilococcus saprophyticus*, *S. aureus*, *Streptococcus sp.*, *Bacillus subtilis* 494, *B. subtilis* 8-1, *B. subtilis* 8, *Serratia marcescens*, *Sarcina lutea*, *Erwinia atroseptica* 3-2, *Salmonella typhimurium*, *Escherichia coli* B, *Pseudomonas fluorescens*, *P. putida*, *P. aeruginosa*, *Agrobacterium tumefaciens* 2592. Степень антагонистической активности определяли по наличию зон задержки роста. В результате проведенных экспериментов были отобраны 15 штаммов, проявляющих наиболее выраженную антагонистическую активность. Результаты представлены в таблице.

Таблица 1

Антагонистическая активность актиномицетов  
(зона задержки роста в мм)

| № штамма<br>Тест-культура  | 43 | 45 | 46 | 47 | 51 | 55 | 56 | 57 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 |
|----------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| <i>S.saprophyticus</i>     | 13 | 18 | 17 | 23 | 16 | 12 | 15 | 13 | 17 | 24 | 21 | 17 | 15 | 19 | 21 |
| <i>S. aureus</i>           | 18 | 23 | 16 | 17 | 22 | 14 | 26 | 13 | 18 | 20 | 15 | 13 | 24 | 16 | 18 |
| <i>Streptococcus sp.</i>   | 16 | 19 | 26 | 23 | 15 | 22 | 21 | 26 | 14 | 16 | -  | 18 | 21 | 20 | 15 |
| <i>B. subtilis</i> 494     | 21 | -  | 15 | -  | 21 | 23 | 16 | 20 | 20 | 21 | -  | 18 | 34 | 35 | 34 |
| <i>B. subtilis</i> 8-1     | 18 | 27 | 28 | 20 | -  | 24 | 17 | 16 | -  | 22 | 19 | 17 | -  | 15 | 20 |
| <i>B. subtilis</i> 8       | 23 | -  | 17 | 19 | 16 | -  | 24 | 25 | 26 | 16 | 21 | 20 | 22 | 25 | 23 |
| <i>S. marcescens</i>       | 22 | 20 | 15 | -  | 18 | 14 | -  | 26 | 24 | 16 | -  | 19 | -  | 17 | 21 |
| <i>S. lutea</i>            | 26 | 25 | 28 | 29 | 14 | 24 | 28 | 16 | 13 | 18 | 22 | -  | 21 | 30 | 13 |
| <i>E. atroseptica</i> 3-2  | -  | 16 | 21 | 17 | 14 | 18 | 14 | 20 | 24 | 22 | 26 | 23 | 25 | 17 | 20 |
| <i>S. typhimurium</i>      | 15 | 17 | 23 | 26 | 19 | -  | 16 | 21 | 22 | 26 | 19 | 20 | 25 | 22 | 23 |
| <i>E. coli</i> B           | 14 | -  | 13 | -  | 16 | 15 | 20 | -  | 14 | -  | 13 | 14 | -  | 12 | 13 |
| <i>P. fluorescens</i>      | 12 | 13 | -  | -  | 19 | -  | 12 | 16 | 15 | -  | 15 | 16 | 14 | 11 | -  |
| <i>P. putida</i>           | -  | 15 | -  | 14 | -  | 16 | 12 | -  | 14 | 12 | 15 | -  | 20 | 15 | 16 |
| <i>P. aeruginosa</i>       | 16 | 21 | -  | 13 | -  | 15 | -  | 15 | 11 | -  | 14 | -  | 16 | -  | 13 |
| <i>A. tumefaciens</i> 2592 | 18 | 22 | 24 | 26 | 13 | 21 | 24 | 20 | 22 | 21 | 23 | 24 | 19 | 21 | 16 |

Примечание: «-» – отсутствие антагонистической активности



Изучаемые актиномицеты характеризовались разным уровнем антагонистической активности, проявляемой в большей степени в отношении грамположительных бактерий. В результате проведенных экспериментов были отобраны 15 штаммов, проявляющих наиболее выраженную антагонистическую активность.

С целью более точного установления явления антагонизма отобранные актиномицеты исследовались следующими методами: желобка [5], отсроченного антагонизма [4], высева антагониста на одной половине агаровой пластинки с последующим подсевом тест-микробов штрихами на другой половине агаровой пластинки [5], перпендикулярных штрихов [7].

При использовании метода желобка было установлено, что штамм 43 наиболее активен в отношении грамположительных культур. Штаммы 64, 67, 68 активны как по отношению к грамположительным, так и грамотрицательным организмам. Штаммы 46, 47, 56 и 57 обладают низким уровнем антагонистической активности. Штаммы 45, 55, 57, 63, 66 проявили средний уровень активности.

Метод отсроченного антагонизма показал, что штаммы 46, 51 и 62 обладают высоким уровнем антагонистической активности. Штаммы 56 и 63 практически не проявили активности.

При применении метода высева антагониста на одной половине агаровой пластинки с последующим подсевом тест-микробов штрихами на другой половине агаровой пластинки было установлено, что исследуемые штаммы актиномицетов обладали различной степенью антагонистической активности по отношению к грамположительным (в большей степени) и грамотрицательным тест-культурам.

При использовании метода перпендикулярных штрихов было установлено, что штамм 43 наиболее активен в отношении грамположительных культур, штаммы 45, 47, 51, 55, 62, 63, 64, 65, 66, 67 активны как по отношению к грамположительным, так и грамотрицательным организмам, штаммы 46, 56, 63, 68 обладают низким уровнем антагонистической активности, штаммы 45, 55, 62, 64, 66 проявили средний уровень активности.

На следующем этапе работы для достижения поставленной цели использовали более чувствительные и точные методы установления явления антагонизма, вследствие чего в дальнейших исследованиях использовалась вся коллекция. Поскольку предварительно было показано, что исследуемые актиномицеты наиболее активны по отношению к грамположительным бактериям, дальнейшая работа осуществлялась с *S. saprophyticus* в качестве тест-культуры. Параллельно для сравнения в качестве второй тест-культуры использовали *E. coli* B – типичного представителя грамотрицательных бактерий.

При использовании метода выращивания в питательной среде микроорганизмов двух различных видов, если один из них проявляет способность подавлять рост и размножение другого [9], было показано, что штаммы 38, 45, 47, 55, 62 и 63 подавляли рост как грамположительных, так и грамотрицательных культур.

Далее использовали метод наслаивания культуральной жидкости исследуемого штамма актиномицета на поверхность полужидкого питательного агара, засеянного тест-организмом [9], который показал, что антагонистическая активность штаммов также более ярко выражена в отношении грамположительных бактерий.

При применении метода одновременного культивирования продуцента и тест-культуры [10, 11] было установлено, что из 133 штаммов антагонистической активностью обладали 75. Штаммы 4, 5, 6, 9, 20, 28, 38, 43, 45, 46, 47, 50, 51, 55, 56, 57, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 70, 73, 81, 89, 102 активны по отношению к грамположительным и грамотрицательным микроорганизмам. Штаммы 8, 11, 19, 23, 29, 42, 72, 74, 75, 78, 82, 101, 117, 118, 130, 133 обладали низким уровнем активности.

Исходя из данных установления антибактериальной активности изучаемых штаммов, на следующем этапе работы проводилось изучение явления антагонизма по отношению к фитопатогенным грибам, т.е. выявление антифунгальной активности.

При изучении антифунгальной активности использовался метод агаровых дисков [12]. В качестве тест-культур использовались фитопатогенные грибы, относящиеся к видам *Botrytis aclada* (возбудитель шейковой гнили лука), *Fusarium sambucinum*, *F. oxysporum* (возбудители фузариозов льна, картофеля, зерновых, овощных и других культур), *Penicillium spp.* (поражает сеянцы древесных культур, возбудитель гнилей) [8]. В результате были получены следующие данные: большинство штаммов подавляли развитие мицелия у *B. aclada*, *F. oxysporum*, *Penicillium spp.* В отношении штаммов 11, 73 и 74 все проверенные фитопатогенные грибы оказались чувствительными. Наиболее устойчивым оказался *F. sambucinum* – его рост в условиях эксперимента практически не подавлялся ни одним из исследованных штаммов.

Так как было установлено явление антагонизма изучаемых актиномицетов по отношению к ряду видов бактерий и грибов, представлялась интересным идентификация действующего начала. Из литературных источников известно, что для актиномицетов в норме характерна способность продуцировать в качестве факторов антагонизма вещества антибиотической природы и гидролитические ферменты.

Для определения химической природы антагонистической активности актиномицетов, проводили тесты на наличие гидролитических ферментов.

При проведении тестов на наличие протеолитической активности [3] было установлено, что из 133 штаммов 42 обладают протеолитической активностью. Наиболее выраженной активностью обладали штаммы 26 и 27.

В результате проведенных тестов по определению казеинолитической активности [1] выяснилось, что 42 штамма из 133 проявили казеинолитическую активность. Степень активности варьирует в широких пределах: от слабо выраженных до достаточно больших (до 28 мм) зон просветления. Наиболее активно утилизируют казеин 21, 76 и 100 штаммы.

При проведении тестов на наличие целлюлолитической активности [3] выяснилось, что ее проявили 28 штаммов из 133. Наибольшим уровнем активности обладали 5, 6, 10, 50, 67, 76 и 113 штаммы.

При проведении тестов на наличие пектолитической активности [3] было определено, что пектолитические ферменты продуцировали следующие: 1, 2, 29, 32, 35, 45, 46, 48, 49, 51, 53, 54, 56, 59, 62, 63, 68, 74, 77, 79, 82-84, 89, 90, 95, 99, 101-103, 108, 109, 112, 113, 116, 123, 129, 130, 133.

При проведении тестов на наличие лецитиназной активности [1] было установлено, что ее проявили следующие штаммы: 7, 8, 11, 14, 15, 21, 22, 23, 25, 26, 27, 29, 30, 31, 37, 44-48, 52, 55, 57, 58, 60, 62, 63, 66, 71, 72, 75, 81, 84, 85-87, 94, 95, 97, 98, 109, 110, 116, 122, 126, 131, 132, 136.

При проведении тестов на наличие амилалитической активности [1] определили, что крахмал гидролизуют следующие штаммы: 1, 2, 4, 5, 7, 8, 11, 17-20, 23, 24, 29, 34, 35, 40-44, 48-51, 53, 54, 59-62, 64, 65, 72, 74, 75, 77, 78, 80-82, 84, 86, 87, 90, 94-98, 101-105, 109-112, 114-118, 120, 122, 123, 125, 130-133, 135.

Оценивая полученные данные, необходимо отметить, что штаммы 3, 38, 39, 106, 119, 127 и 128 не проявили ферментативной активности ни в одном из поставленных экспериментов. Штаммы 1, 5, 26, 27, 90, 102, 103 и 123 обладают 4 видами активности. 3 вида активности характерно для штаммов 4, 10, 11, 14, 15, 20, 21, 25, 28, 29, 45, 48, 49, 53, 54, 59, 62, 72, 74, 75, 76, 82, 84, 85, 86, 87, 95, 104, 105, 107, 109, 113, 116, 130, 131, 132, 133, 136. Штаммы 9, 12, 16-19, 25, 30, 32-34, 36, 37, 41, 42, 47, 52, 55, 56, 57, 58, 61, 64, 66, 69, 70, 71, 73, 78, 80, 83, 88, 100, 108, 111, 114, 121, 124, 126, 129 проявляют только один из исследованных видов активности.

Были проведены качественные реакции на антибиотики (стрептомицин, нистатин, эритромицин, тетрациклин, гентамицин) для 15 наиболее активных штаммов актиномицетов. Было показано, что штаммы 47 и 51 продуцируют антибиотик нистатин, а штаммы 46 и 62 – тетрациклин. Качественные реакции на наличие других антибиотических веществ дали отрицательный результат.

Поскольку известно, что актиномицеты являются нормальными представителями микрофлоры почвы, и изучаемые штаммы выделены имен-

но из данных источников, представлялось интересным исследовать их способность к росту в присутствии различных концентраций ионов тяжелых металлов, которые могут присутствовать в почве, поскольку в настоящее время почвы отличаются различной степенью техногенной нагрузки и количество тяжелых металлов в ней увеличивается. Основной задачей на данном этапе работы являлось определение минимальной ингибирующей концентрации (МИК) для каждого металла.

При расчете концентрации тяжелых металлов учитывали, что ПДК для меди и кадмия составляет 3, никеля – 4, свинца – 20 и цинка – 23 мг/кг почвы (<http://portal.grsu.by>). Мы ориентировочно приняли ПДК для ионов  $\text{Cu}^{2+}$  равную 5 мг/1кг почвы, для ионов  $\text{Zn}^{2+}$ ,  $\text{Fe}^{2+}$  и  $\text{Pb}^{2+}$  – 20 мг/1кг почвы, а для ионов  $\text{Mn}^{2+}$  и  $\text{Co}^{2+}$  – 10 мг/1 кг почвы. В ходе экспериментов использовались концентрации, соответствующие ПДК, и увеличенные в  $n$  количество раз. По причине того, что нас интересовало изучение влияния состава питательных сред на проявление токсичного эффекта тяжелых металлов на бактериальные клетки, бактерии выращивали параллельно на полноценных и минимальных питательных средах в присутствии ионов тяжелых металлов.

Были получены следующие данные: на минимальной среде токсичные значения МИК  $\text{Cu}^{2+}$ ,  $\text{Mn}^{2+}$  и  $\text{Co}^{2+}$  для большинства штаммов актиномицетов ниже, чем на полноценной среде. Это может быть связано с протектерными свойствами компонентов полноценной питательной среды, на которой культивировались штаммы. В то же время в отношении МИК  $\text{Zn}^{2+}$ ,  $\text{Pb}^{2+}$  и  $\text{Fe}^{2+}$  данные свидетельствуют о меньшей устойчивости штаммов бактерий на полноценной питательной среде к тем же концентрациям ионов тяжелых металлов. Возможно, это также связано с особенностями состава минимальной глюкозо-солевой среды.

### Литература

1. Желдакова Р.А. Выделение и идентификация микроорганизмов: Учеб.-метод. пособие. – Мн.: БГУ, – 2003. – 27 с.
2. Желдакова Р.А. Механизмы биосинтеза антибиотиков и их действие на клетки микроорганизмов // Мн. – Изд-во БГУ. – 2005. – 112 с.
3. Лысак В.В., Блажевич О.В. Важнейшие группы микроорганизмов: Метод. указания. – Мн.: БГУ, – 2000. – 30 с.
4. Лысак В.В., Желдакова Р.А. Микробиология. Методическое пособие // Мн. – Изд-во БГУ. – 2002. – 97 с.
5. Методы экспериментальной микологии. Справочник / под ред. В.И. Билай. Киев. – Наук. думка. – 1982. – 552 с.
6. Нетрусов А.И., Егорова М.А., Захарчук Л.М. и др. Практикум по микробиологии: Учебн. пособие для студ. высш. учеб. заведений // М. – Изд. центр «Академия». – 2005.

7. Руководство к практическим занятиям по микробиологии / Под ред. Егорова Н.С.: М. – Изд-во МГУ. – 1983. – 224 с.
8. Словарь-справочник фитопатолога / Под ред. Головина П.Н.-2-е изд, доп.: Л.: Колос. – 1967. – 382 с.
9. Справочник по микробиологическим и вирусологическим методам исследования / Под ред. Биргера М.О.: М. – Медицина. – 1982. – 462 с.
10. Теркина И.А. Актиномицеты рода *Streptomyces* и рода *Micromonospora* в микробном сообществе озера Байкал: Дис. ... канд. биол. наук. Иркутск. – 2004. -136 с.
11. Теркина И.А., Парфенова В.В., Ан Т.С. Антагонистическая активность актиномицетов озера Байкал // Прикладная биохимия и микробиология. – 2006. – Т.42, №2. – С. 195-199.
12. Chernin L., Ismailov A., Haran Sh. Chitinolytic Enterobacter agglomerans antagonistic to fungal plant pathogens // Applied and Environmental Microbiology. – 1995. – V.61, №5. – P. 1720-1726.
13. <http://portal.grsu.by>

## ИЗУЧЕНИЕ МОРФОЛОГИИ НЕКОТОРЫХ ВИДОВ ЖУКОВ-ДОЛГОНОСИКОВ НАДСЕМ. CURCULIONOIDE

Ю. С. Савченко

Целью данной работы было изучение морфологических особенностей экзо- и эндоскелета некоторых видов жуков-долгоносиков сем. Entiminae (Coleoptera: Curculionoidea).

Семейство Entiminae – самое большое в надсемействе Curculionoidea. Энтимины распространены повсеместно, но преобладают в тропических областях. Согласно последним сводкам, в мировой фауне насчитывается более 12 000 видов Entiminae из 1340 родов, относящихся к 55 трибам. Данная группа объединяет большинство видов, относимых ранее к целому ряду семейств короткохоботных долгоносиков (Adelognathi) [2].

Данная группа жесткокрылых является достаточно хорошо изученной, но, тем не менее, интерес к ней остается. В работах многих исследователей большое внимание уделяется изучению фауны Entiminae, а также их биологии и экологии.

Морфологические же особенности жуков семейства Entiminae остаются недостаточно изученными, что и послужило обстоятельством, обусловившим выбор темы исследования.

При изучении морфологии *Chlorophanus viridis* и *Phyllobius oblongus* особое внимание уделялось:

- строению гулярного шва, тенториальным ямкам и горловой вырезке,
- особенностям строения ротового аппарата,
- передне-, средне- и заднегруди,
- точечной структуре надкрыльев,

- характеру жилкования крыльев
- пропорциям стернитов брюшка.

Головотрубка у *Chlorophanus viridis* короткая и широкая, толстая, в сечении более или менее квадратная, впереди с вырезкой. В покое головотрубка направлена вперед. Горловая вырезка двойная. Длина головотрубки равна ширине или немного превосходит ее, ее наибольшая ширина в 1,27 раза больше наименьшей. Спинка головотрубки уплощена, с отчетливой срединной бороздкой, явственно продольно-морщинистая. Лоб слегка вдавлен. Эпистомальные углы почти прямоугольные, слегка выступают за контур головы. Эпистомальные хетты в виде поперечного ряда. Глаза овальные, едва выступают из контура головы.

У *Phyllobius oblongus* головотрубка умеренно удлинённая. В покое она направлена вперед. Головотрубка слегка сужена к птеригиям и образует общий усеченный конус с головной капсулой. Лоб между глазами не шире, чем у места прикрепления усиков. Длина головотрубки немного превосходит ее по ширине, отношение наибольшей ширины головотрубки к наименьшей ее ширине – 1,36. Спинка у *Phyllobius oblongus* отделена ото лба слабым поперечным седловидным вдавлением, при рассмотрении сбоку продольно-выпуклая, к основанию очень слабо расширена. Эпистомальные углы тупые и едва выступают за контур головы. Спинка головотрубки и лоб местами грубо пунктированы, иногда точки образуют ряды, но скульптура основной части спинки головотрубки скрыта опушением. Глаза овальные, выпуклые, заметно выступают за контур головы.

Усиковые бороздки у *Chlorophanus viridis* довольно длинные, расположены по бокам головотрубки. Усики слабо коленчатые, рукоять едва достигает глаза. Усики тонкие, рукоять заметно толще жгутика и тоньше голеней, почти прямая и постепенно расширена к вершине. У самки длина рукояти превышает ее наибольшую ширину в 6,2 раза. 1-й членик жгутика немного короче и шире 2-го, 2-й – примерно вдвое длиннее 3-го, 3-й имеет равные длину и ширину, 4-7-й членики отчетливо поперечные. Булава асимметричная, наиболее широкая у середины или немного дистальнее ее, затем постепенно сужается к основанию и резко – к вершине.

Усиковые бороздки у *Phyllobius oblongus* короткие, расположены на спинной стороне головотрубки, место прикрепления усиков хорошо видно сверху. Рукоять усиков достигает переднего края переднеспинки. Усики тонкие, рукоять усиков слабо равномерно изогнута и от основной трети слабо утолщена к вершине. Усики коленчатые, с явственно удлинённой рукоятью, которая длиннее 1-го и 2-го члеников жгутика вместе взятых. Длина рукояти превышает наибольшую ее ширину в 7,5 раза.

Основная часть жгутика примерно равна по толщине рукояти, далее к вершине жгутик постепенно сужается. 1-й членик жгутика по длине равен 2-му; 2-й членик в 1,5 раза длиннее 3-го, 3-7-й – округлые, булава яйцевидная.

Ширина переднеспинки у *Chlorophanus viridis* почти равна ее длине. Диск едва выпуклый, без явственной срединной бороздки, умеренно густо покрыт мелкими матовыми зернышками с точкой. Переднеспинка по бокам диска с более или менее отчетливыми полосами из чешуек. К вершине переднеспинка сужена почти прямолинейно, в основной части бока едва выемчатые. Вершинный край слабо округлен. Щиток небольшой, но хорошо заметный.

У *Phyllobius oblongus* переднеспинка поперечная, наиболее широкая у середины, с широко округленными боками. Ширина переднеспинки в 1.09 раза больше длины. Диск переднеспинки умеренно выпуклый, с отчетливой срединной бороздкой, в густых, умеренно выпуклых зернышках, с блестящей вершинной частью. Передний край переднегруди прямой, по бокам позади глаз без лопастевидных выступов.

Ноги у *Chlorophanus viridis* умеренно утолщены, бедра широкие, без зубца. Передние тазики соприкасаются. Наружный вершинный угол передних голеней слегка округлен, внутренний – явственно оттянут и заканчивается зубцом. Передние голени на вершине умеренно изогнуты и сильно округло расширены наружу; вершинный край их несет 14 коротких широких шипиков, в наружной половине расставленных не вполне равномерно примерно на свою ширину; последние 2 шипика расположены вплотную. Средние и задние голени примерно так же сильно расширены на вершине. Длина 1-го членика лапок примерно в 1,5 раза больше ширины, 2-й – слабопоперечный, 3-й – равен ему по длине и менее чем в 1,5 раза шире, с сильно округленными снаружи лопастями. Коготковый членик на 2/3 выдается за лопасти 3-го, умеренно расширен к вершине. Коготки свободные.

У *Phyllobius oblongus* ноги ржаво-красные, коренастые; бедра утолщены, с явственным зубцом. Передние бедра толще и шире задних. Голени в вершинной части слабо изогнуты или почти прямые, со слабо скошенным наружным вершинным углом. 1-й членик лапки длиннее второго примерно в 2 раза, 2-й членик поперечный, 3-й – широко двухлопастной, коготковый членик выступает за вершинный край 3-го на длину последнего. Коготки у основания сросшиеся. Надкрылья *Chlorophanus viridis* продолговато-овальные, с заостренными вершинами, равномерно округлены по бокам, в основании равны по ширине основанию переднеспинки или немного шире. В средней части надкрылья параллельносторонние,

едва округлены. Промежутки надкрылий довольно ровные. Бороздки состоят из хорошо обособленных глубоких точек с четко очерченными краями. Плечевые бугорки выпуклые, предвершинные бугорки также хорошо заметны. Бороздки узкие и глубокие, промежутки почти втрое шире их, плоские или едва выпуклые, матовые, в густых небольших точках. Длина надкрылий 9,94 мм, ширина – 3,44 мм, таким образом, соотношение длины и ширины надкрылий равно 2,89.

Надкрылья *Phyllobius oblongus* широкие, короткоовальные, основание дуговидно вырезано. Промежутки одинаково килевидно приподняты благодаря образующим ряды блестящим коническим зернышкам. Бороздки состоят из крупных и глубоких четко обособленных точек, перемычки между точками без зернышек. Плечевые бугорки умеренно выпуклые, бока несильно и довольно равномерно округлены, предвершинные бугорки почти сглажены. Длина надкрылий 5,22 мм, ширина – 2,03 мм, то есть, длина в 2,57 раза превышает их ширину.

В строении брюшка *Chlorophanus viridis* можно отметить следующие особенности:

- 1-й и 2-й вентриты самца в вершинной половине отчетливо выпуклые, в продольных, тонких, иногда прерывающихся бороздках, заметных также на 3-м вентрите.

- Анальный вентрит грубопунктирован, большей частью уплощен, с неглубоким предвершинным вдавлением и притуплённым вершинным краем, без пучков щетинок.

- 1-3-й и в меньшей степени 4-й вентриты в мелких блестящих, иногда продолговатых зернышках.

- У самки 1-й вентрит в вершинной половине плоский, 2-й вентрит в вершинной половине с отчетливой продольной исчерченностью, анальный вентрит округлен.

- 1-й и 2-й вентриты *Phyllobius oblongus* в средней части сильно вдавлены, анальный вентрит плоский, грубо- и густопунктирован. Надкрылья не до самого конца прикрывают пигидий. ВМЭ *Phyllobius oblongus* имеет шланговидную форму с хорошо выраженным и апикальным вершинным выступом с густым султаном жестких щетинок и центральным вершинным выступом на дорсальной стороне в медиальной области.

Что касается строения половой системы, то необходимо отметить, что строение ВМЭ рода *Chlorophanus*, бесспорно, говорит в пользу того, что это вполне обособленный род, имеющий ряд морфологических особенностей, выделяющих его из всех известных близких родов. ВМЭ у представителей вида *Chlorophanus viridis* имеет вытянутую столбообразную



базальную область, апикальная и медиальная области не дифференцированы и слиты в одну капсулу, не имеющую латеральных бугров, что является особенностью, выделяющей род *Chlorophanus* из других родов семейства Entiminae, и сильно склеротизированный ductus seminis, преобразованный по выходе из ВМЭ в мощный палочковидный вырост [1].

Окраска покровов *Chlorophanus viridis* светло-зеленая. Покровы матовые из-за тонкой изодиаметрической микроскульптуры. Тело в зеленых и желто-зеленых чешуйках, бока переднеспинки и бока надкрылий с широкой ярко желтой каймой, не прикрывающей плечевых бугорков. Передний край переднегруди несколько ниже глаз с группой длинных волосков, направленных вперед, вдоль головы (при подогнутой голове они частично прикрывают глаза). Длина тела *Chlorophanus viridis* 13,69 мм, ширина – 6,88 мм.

Тело *Phyllobius oblongus* темно-коричневое, головотрубка и переднеспинка черного цвета; усики и ноги красновато-коричневые.

Верх надкрылий в густом опушении из коричневых широколанцетовидных чешуек с блеском, которые собраны в неясные пятна и образуют на общем фоне размытый мраморный рисунок. Верхняя сторона тела также в торчащих волосках и щетинках. Передний край переднегруди за глазами без ряда длинных направленных вперед ресничек. Усики покрыты удлинненно-овальными изогнутыми щетинками. Конечности опушены волосками и редкими очень узкими торчащими чешуйками. Длина тела *Phyllobius oblongus* 7,16 мм, ширина – 4,06 мм.

Рассмотрение морфологических особенностей экзо- и эндоскелета *Chlorophanus viridis* и *Phyllobius oblongus* из семейства Entiminae показало, что несмотря на сходность общего плана строения и принадлежность к одной таксономической группе, описанные виды всё же имеют ряд отличий в строении отдельных морфологических структур.

Таким образом, изучение морфологии отдельных структур тела очень важно в современной колеоптерологии, так как особенности их строения используются как диагностические признаки при определении тех или иных видов и являются особенно важными для колеоптерологов-систематиков при выяснении систематического положения новых видов жуков-долгоносиков.

### Литература

1. Арзанов, Ю.Г. Использование признаков внутреннего мешка эдеагуса в систематике долгоносикообразных жуков (Coleoptera, Curculionidae) / Ю.Г. Арзанов // Энтомологическое обозрение. – 2003. – Т. 82, вып. 3. – С. 701-719.
2. Юнаков, Н.Н. Жуки-долгоносики подсемейства Entiminae (Coleoptera, Curculionidae) Украины: автореф. дисс. на соискание ученой степени канд. биол. наук: 03.00.09 / Н.Н. Юнаков; Зоолог. ин-т РАН. – Санкт-Петербург, 2003. – 24 с.

## ЛИСТОБЛОШКИ (НОМОПТЕРА: PSYLLINEA) БЕЛАРУСИ. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ИТОГИ ИЗУЧЕНИЯ

Л. А. Сербина

Псиллиды, или листоблошки – группа сосущих насекомых-фитофагов. По пищевой специализации делятся на 3 группы: монофаги, олигофаги и полифаги. Самыми распространёнными являются узкие олигофаги.

Практически все представители питаются на двудольных покрытосемянных растениях, и лишь незначительное число видов связаны в своем питании с однодольными (в частности, с ситниковыми и осоковыми). На злаковых, а также на эфемеровой растительности псиллиды не зарегистрированы (Поддубный, 1989).

Всего в мировой фауне насчитывается свыше 2600 описанных видов псиллид, объединенных в 6 семейств: Calophyidae, Carsidaridae, Homotomidae, Phacopteronidae, Psyllidae и Triozidae. В Палеарктическом регионе обитают представители только 3 семейств – Psyllidae, Triozidae и Carsidaridae. Последнее является наиболее архаичным семейством, представители которого обитают в тропических и гумидных условиях и включают большое количество псиллид-галлообразователей.

Псиллиды – плохо изученный подотряд насекомых отряда Homoptera. Данных для территории Беларуси по данной группе насекомых практически нет (Klimaszevski, 1973; Гегечкори, Логинова, 1990).

Всего в настоящее время в Беларуси зарегистрировано примерно 13 видов псиллид:

*Psylla alni* L. – ольховая листоблошка, доминирующий вид среди ольховых, дает вспышки массового размножения. Самая крупная среди ольховых псиллид (5 мм).

*Psylla fusca* Zett. – ольховая листоблошка.

*Psylla betulae* L. – питается на березе.

*Baopelma foersteri* Flor. – ольховая листоблошка.

*Cacopsylla ledi* Flor. – питается в основном на болотных растениях (в частности, на багульнике).

*Cacopsylla mali* Schmdbg. (яблонная медяница) – опасный вредитель генеративных частей яблонь, дает 1 генерацию в год. В частности, на территории Беларуси наносит весьма ощутимый ущерб: личинки вызывают засыхание бутонов и цветков, ослабляют развитие завязей, что приводит к их осыпанию; нарушают ассимиляционную работу листьев; выделяемая фитофагами медвяная роса служит причиной снижения интенсивности фотосинтеза (Полякова, 1971, 1974; Бядзенка, 1973; Онуфрейчик, 1974).

*Cacopsylla pyri* L. (обыкновенная грушевая медяница) – опасный вредитель груши, распространен повсеместно, дает 3-4 генерации в год, наибольший вред причиняет молодым, не вступившим в плодоношение деревьям. Наибольший вред наносят в период цветения груши – личинки проникают внутрь почек и интенсивно питаются там. В свою очередь медвяная роса, выделяемая псиллидами, затрудняет распускание почек. Питание взрослых особей можно наблюдать также на хвойных породах, причем как во время зимовки, так и в летнее время (Полякова, 1969а, 1969б, 1971, 1974).

*Cacopsylla pyrisuga* Frst. (большая грушевая медяница) – опасный вредитель груши, распространен повсеместно, дает 1 генерацию в год. Самая крупная из всех грушевых медяниц (размерами особенно выделяются самки), по этому признаку ее легко можно отличить от остальных медяниц. Наибольший вред причиняет молодым, не вступившим в плодоношение деревьям. Наносит вред весной в период размножения, когда самки при откладке яиц повреждают яйцекладами ткани верхушечных листьев и растущих побегов. Взрослые особи могут питаться также на хвойных породах, яблоне и сливе (Полякова, 1969а, 1969б, 1971, 1974).

*Trichochermes walkeri* Frst. (пестрокрылая крушинная листоблошка) часто дает вспышки массового размножения на жостере слабительном (*Rhamnus cathartica* L.). Личинки обитают в закрытых галлах, которые, в отличие от открытых, максимально изолируют нимф от лимитирующих факторов внешней среды. После вылета взрослого насекомого такие галлы высыхают и опадают (Петров, 2004).

*Trioza apicalis* Frst. – основной вредитель моркови в условиях Беларуси. Питание имаго и нимф приводит к сильной деформации листьев моркови и других зонтичных, при этом листья сохраняют зеленую окраску (Петров, 2004).

*Trioza remota* Frst. – питается на дубе.

*Trioza urticae* L. – крапивная листоблошка, дает вспышки массового размножения.

*Bactericera acutipennis* Zett. – питается на болотных растениях.

На территории Беларуси и сопредельных регионах Польши, Украины, Прибалтики и Европейской части России характерно наличие представителей только двух семейств – Psyllidae и Triozidae.

При этом на территории Польши зарегистрировано около 65 видов семейства Psyllidae (подсемейство Liviinae – 3, Aphalarinae – 19, Diapharininae – 5, Arytaininae – 3 и Psyllinae – 34) и 37 видов семейства Triozidae.

В Украине – около 80 видов семейства Psyllidae (подсемейство Livii-

nae – 3, Aphalarinae – 32, Diapharininae – 6, Arytaininae – 3 и Psyllinae – 34) и 30 видов семейства Triozidae.

И наконец, на территории стран Балтийского региона и Европейской части России – примерно 40 представителей семейства Psyllidae (подсемейство Liviinae – 1, Aphalarinae – 19, Diapharininae – 3, Arytaininae – 1 и Psyllinae – 18) и 22 вида семейства Triozidae.

Таким образом, сопоставляя региональные таксономические списки, можно предположить, что на территории Беларуси возможно обнаружение, по меньшей мере, 80 видов семейства Psyllidae (подсемейство Liviinae – 3, Aphalarinae – 27, Diapharininae – 8, Arytaininae – 3 и Psyllinae – 44) и 45 видов семейства Triozidae.

### Литература

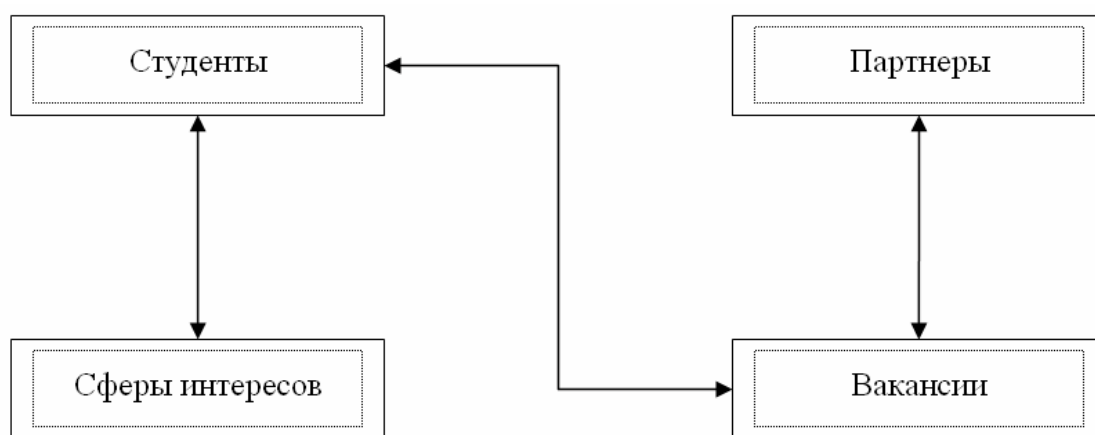
1. Бядзенка Т.Ц. Яблыневая вераценніца (*Psylla mali* Schmdbg.) у Беларусі / Т.Ц. Бядзенка [и др.] // Весці АН БССР. Сер. с.-г. навук. – 1973. – Т. 3. – С. 62-64.
2. Гегечкори А.М. Псиллиды СССР / А.М. Гегечкори, М.М. Логинова. – Тбилиси: Изд. «Мицниереба», 1990. – 126 с.
3. Онуфрейчик К.М. Би-28 в борьбе с яблонной медяницей: сб. науч. тр. / Белорусская сельскохозяйственная академия; К.М. Онуфрейчик. – Минск, 1974. – Т. 125. – С. 36-38.
4. Петров Д.Л. Фоновые виды тератформирующих насекомых Беларуси / Д.Л. Петров // Вестник БГУ, Сер. 2. – 2004. – Вып. № 2. – С. 63–71.
5. Поддубный А.Г. Псиллиды (Homoptera, Psylloidea) юго-западной европейской части СССР / А.Г. Поддубный. – Кишинев: Изд. «Штиинца», 1989. – 183 с.
6. Полякова Т.Е. Грушевые медяницы / Т.Е. Полякова // Защита растений. – Минск, 1969а. – Т. 5. – С. 56–57.
7. Полякова Т.Е. Да біялогіі грушавых вераценніц у Беларусі / Т.Е. Полякова // Весці АН БССР. Сер. с.-г. навук. – 1969б. – Т. 5. – С. 87–89.
8. Полякова Т.Е. Энтомофаги медяниц, повреждающих плодовые насаждения в БССР / Т.Е. Полякова // Биологические методы защиты плодовых и овощных культур от вредителей, болезней и сорняков как основы интегрированных систем. – Кишинев, 1971. – С. 82–83.
9. Полякова, Т.Е. Вредоносность яблонной и грушевой медяниц в Беларуси / Т.Е. Полякова, В.Г. Осипов // Плодоводство: Научные труды. – Вып. № 2. – 1974. – С. 116–120.
10. Klimaszevski S.M. The Jumping Plant Lice or Psyllids (Homoptera, Psylloidea) of the Palaearctic / S.M. Klimaszevski // Annales zoologici. – 1973. – Т.30. – С. 1–273.

## СОЗДАНИЕ БАЗЫ ДАННЫХ ОРГАНИЗАЦИИ «ЦЕНТР ТРУДОУСТРОЙСТВА СТУДЕНТОВ ИНСТИТУТА БИЗНЕСА И МЕНЕДЖМЕНТА ТЕХНОЛОГИЙ БГУ»

**Т. А. Гаврилова**

В ИБМТ предполагается создание центра, занимающегося трудоустройством студентов института. Трудоустройство, помимо всего прочего, подразумевает сбор сведений об имеющихся для молодежи вакансиях, различного рода курсах и возможности прохождения практики на реальном предприятии. Естественно предположить, что такая организация будет работать с большим потоком данных (информация о самих студентах, партнерах и наличие различных возможностей) и столкнется с проблемой организации такого рода информации. Для решения подобного типа задач было принято решение создать базу данных, обеспечивающую хранение, систематизацию и обработку имеющихся данных.

Центр занимается сбором информации о студентах, партнерах и вакансиях. Соответственно партнеры предлагают эти вакансии, которые студенты используют с учетом своих интересов. В результате в рассматриваемой предметной области были выделены следующие основные объекты: **Студенты, Партнеры, Сферы интересов и Вакансии** (рис. 1).



*Рис. 1. Концептуальная схема данных*

При построении схемы самой базы данных необходимо между указанными объектами вставить промежуточные (связующие) таблицы, которые помогут исключить дублирование имеющихся данных и обеспечить правильные связи между основными таблицами [1]. На рис. 2 представлен конечный вариант объектов базы данных и их связей.

Таблицы и запросы обеспечивают базовую функциональность, но для удобной работы этого оказывается недостаточно [2]. Для ускорения заполнения таблиц, обеспечения просмотра и уменьшения потенциального количества ошибок при вводе был разработан ряд таких форм, как, например, «Партнеры» с контактными данными организаций и их предложениями и «Студенты» с базовой информацией о каждом учащемся и его предпочтениях.

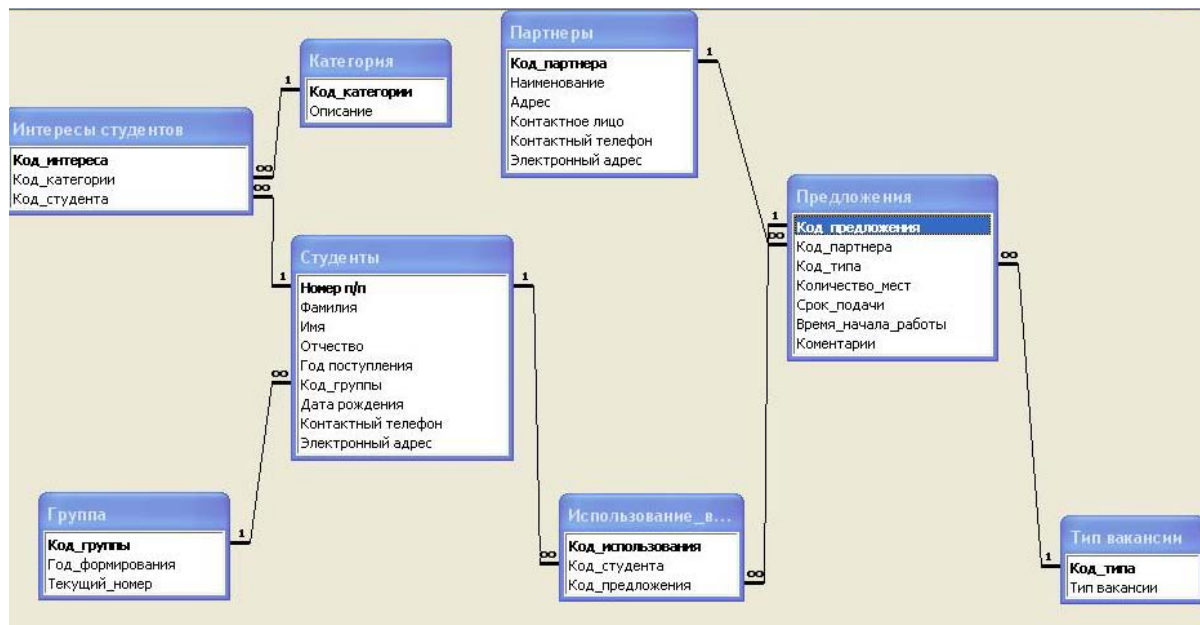


Рис. 2. Схема связей объектов базы данных

Помимо сбора информации созданная база данных помогает также анализировать поступающие данные. Например, создан запрос, вычисляющий процентное использование предлагаемых мест студентами, что дает возможность оценить степень привлеченности партнера и внести коррективы во взаимодействие с ним.

В результате выполнения данной работы был проанализирован характер данных, относящийся к области деятельности центра, разработана структура БД (основные таблицы, запросы...), созданы средства для ускорения сбора данных и формирования статистической отчетности, необходимой центру для организации и реорганизации своей работы.

### Литература

1. Змитрович А.И., Апанасович В.В., Скакун В.В. Базы данных и знаний: учеб. пособие. Минск: Изд. центр БГУ, 2007.
2. Вейскас Дж. Эффективная работа с MS Office Access 2003. СПб.: Питер, 2005.

## **СТРАТЕГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СОЗДАНИЯ ЦЕНТРА ТРУДОУСТРОЙСТВА ДЛЯ СТУДЕНТОВ ИБМТ БГУ**

**Н. О. Иванова**

Поскольку проблема студенческого трудоустройства (особенно учащихся на дневном отделении) является актуальной, особенно среди нас, студентов, то в ходе проводимых исследований я постаралась собрать максимальный объем информации, касательно этой проблемы. Моя работа состоит из трех частей. В первой части работы я дала определения таким понятиям как рынок труда и молодежный рынок труда, а так же провела исследование рынков труда Беларуси и США. Как ни странно, но и у этих двух стран есть много общего в отношении проблемы студенческого трудоустройства. Да, действительно, возможностей трудоустроиться у молодежи США значительно больше, однако не стоит забывать и о масштабах рынка труда этой страны, который выходит за пределы её границ.

Тем не менее, вот уже на протяжении более 30 лет, сами университеты США помогают решить рассматриваемую проблему, причем делают это с выгодой для себя. При большинстве университетов и крупных колледжах США созданы, так называемые, карьерные центры. Маркетинговому анализу одного из таких центров и посвящена вторая часть моей работы: University of Charleston Career Center. Выбор пал именно на этот центр, поскольку сегмент, на котором он функционирует, наиболее соизмерим с оным для нашего планируемого центра.

УС СС представляет собой одно из отделений университета, на базе которого он создан. Работа данного центра скорректирована в соответствие с требованиями основных его сегментов: студентов, выпускников, компаний. Так, для студентов УС предоставляется вся необходимая информация касательно трудоустройства, а также помощь по оставлению резюме, прохождению интервью и т.д. Для выпускников УС центр предоставляет возможность стать одним из наставников «Товарищества Лидерства» (созданного для разработки и реализации собственных коммерческих проектов). Компаниям предлагается, помимо принятия на работу студентов, стать одними из партнеров университета. При этом, предоставляется информация о преимуществах такого решения.

По итогам PEST-анализа, анализа конкурентов при помощи 5-ти факторной модели Портера, сегментирования и анализа рынка потребителей и SWOT-анализа можно сделать вывод о том, что существование и развитие УС СС представляется не только целесообразным, но и перспективным, с учетом тенденций будущих периодов.

Безусловно, что, полагаясь на результаты анализа американского карьерного центра, нельзя сделать однозначный вывод о том, возможно ли создание подобного учреждения на базе нашего университета и будет ли данное решение целесообразным. Поэтому третья часть работы представляет собой стратегическое исследование планируемого центра трудоустройства студентов ИБМТ, БГУ. По итогам PEST-анализа можно заключить, что некоторые факторы не только не препятствуют, но и способствуют открытию центра. Далее, анализ структуры конкуренции по средствам 5-ти факторной модели Портера показал, что созданный центр будет не только конкурентоспособным на целевых рынках, но и создаст определенные барьеры для входа на свой сегмент. Это в свою очередь будет способствовать улучшению качества предоставляемых услуг.

На основании полученных результатов, я сформулировала миссию центра, определив его стратегические цели. Миссия: Подготовить квалифицированных специалистов, готовых обеспечить стране перспективное будущее. Стратегические цели:

- трудоустройство всех желающих;
- повысить квалификацию студентов;
- предоставить возможность реализовать свои проекты;
- повысить квалификацию студентов за счет обучения на MBA;
- привлечь как можно больше организаций к партнерству;
- наладить прочную связь: 'центр' – 'рекрутинговые компании' – 'организации'.

При реализации предложенного мною проекта и нужного к нему отношения в будущем ИБМТ и наш центр смогут решать самые серьезные задачи:

- повысить заинтересованность студентов в обучении именно на нашем факультете;
- укрепление и развитие деловых сетей, т.е. партнерских отношений между ВУЗами и компаниями, как на национальном, так и на международном уровнях;
- повысить заинтересованность студентов в образовании;
- улучшить экономическую ситуацию в стране («новая кровь» в экономическом развитии страны)

#### Литература

1. [www.ucwv.edu/alumni/support\\_uc/support\\_uc](http://www.ucwv.edu/alumni/support_uc/support_uc).
2. *Гринович. Советская Белоруссия №187 (22597). Среда 4 октября 2007.*
3. *Минский Курьер №625 (564). Суббота 21 Мая 2005.*
4. *Степанова. Белорусские новости. Ноябрь 2007. № 113 (273712).*
5. [www.ucwv.edu/current\\_students/support\\_uc/support\\_uc](http://www.ucwv.edu/current_students/support_uc/support_uc).
6. [www.ucwv.edu/employers/support\\_uc/support\\_uc](http://www.ucwv.edu/employers/support_uc/support_uc).



7. World Almanac. The US Embassy. 2008. С. 125-305.
8. Филипп Котлер. Основы маркетинга. 2007. С. 243-389.

## **ИССЛЕДОВАНИЕ РЫНКА ОФИСНЫХ ПОМЕЩЕНИЙ ГОРОДА МИНСКА**

**А. И. Машошина**

Рынок недвижимости является своего рода отражением экономической ситуации в стране. Сегодня в Республике Беларусь наблюдаются следующие положительные изменения:

- Увеличивается объем иностранных инвестиций.
- По индексу условий ведения бизнеса из 178 стран Беларусь заняла 110 место, что приведет к очередному всплеску в развитии бизнеса.
- Значительно сократилось число процедур при регистрации бизнеса (с 16 до 10-ти, в связи с декретом президента).
- На 1.01.2008 в Беларуси работает 52 тыс. малых частных предприятий и более 213 тыс. индивидуальных предпринимателей.

Все вышеперечисленные факты стимулируют формирование бизнес-среды в Республике Беларусь. Рост предпринимательства способствует развитию рынка недвижимости, что подтверждает актуальность данной темы.

В ходе исследования рынка офисных помещений были решены следующие задачи:

- определено состояние и основные тенденции развития рынка офисной недвижимости города Минска;
- проведена оценка инвестиционной привлекательности рынка для инвесторов;
- сделан анализ спроса, предложения и арендных ставок;
- составлен среднесрочный прогноз развития рынка недвижимости.

Для реализации данной работы использовались такие методы маркетинговых исследований как:

Кабинетные исследования:

- сбор информации на конференциях и выставках по недвижимости;
- работа с аналитической информацией в сети Интернет;
- работа с государственной статистикой Республики Беларусь и города Минска;
- анализ периодической печати.
- Телефонный опрос администраторов торговых и офисных помещений центров города Минска.
- Консультации с экспертами в отрасли.

Сегодня в Минске уже строиться около двух десятков отдельно стоящих офисных зданий. Также немалое количество офисных площадей предлагается к аренде/ продаже в строящихся непрофильных объектах – торговых центрах и жилых домах. Предложение офисных площадей высокого класса достигло объема в 2006 году. В дальнейшей перспективе, предполагаю, будет наблюдаться ввод проектов офисных центров преимущественно класса «А». Эволюция белорусского бизнеса привела к росту требований, предъявляемых к качеству офисных помещений. Начиная с 2003 г. наиболее успешные отечественные компании начинают переселяться из старых и переоборудованных под офисы квартир в профессиональные бизнес – центры. На сегодняшний день мы находимся на 1-ом этапе «переселения». Запросы бизнесменов касаются внешних характеристик бизнес – центра: месторасположение, паркинг, архитектура, транспорт. Меньше внимания уделяется предоставляемым услугам, качеству управления и эксплуатации.

Новый период в эволюции требований, на мой взгляд, наступит в 2008–2009 гг. К этому времени компании, участвующие в долевом строительстве, смогут оценить не только объемно-планировочные решения, но и реальное качество построенных офисов. Это приведет к соответствующему повышению потребительских требований. В первую очередь это будет касаться внутренних характеристик бизнес центра: инженерное оснащение, отделочные материалы, уровень сервиса и компетентность управляющей компании. В результате исследования, мною составлен прогноз основных тенденций спроса на офисные помещения:

- Рост спроса на помещения в новостройках.
- Ужесточение требований к качественным характеристикам объектов.
- Спрос на небольшие офисы (в связи с переходом в ЧУП).

Предложение офисных помещений должно увеличиться за счет введения в эксплуатацию строящихся объектов (около 30 новых объектов). В связи со строительством объектов класса «А» и «В», повысится качественный уровень помещений. Однако, несмотря на рост предложения, арендная плата не уменьшится. В таблице представлены арендные ставки на апрель 2008 года.

*Таблица 1*

**Арендные ставки на объекты классов «А» и «В»**

| Ставки (в евро) | Класс |
|-----------------|-------|
| 33–44           | А     |
| 22–31           | В1    |
| 17–26           | В2    |

Интересно, что примерно такими же цифрами оперируют владельцы офисных помещений в Милане и Мадриде. Тогда как в Праге почти наполовину дешевле. Для более наглядного анализа арендных ставок в Минске, мною была собрана информация относительно стоимости ставок на офисные помещения в разных районах города. Оказалось, что по мере удаления от центра уровень арендных ставок снижается, однако в некоторых районах (Фрунзенский, Центральный, Советский) она практически равна. Я считаю, что рост арендной ставки для офисов класса А до 33–44 евро за квадратный метр в месяц, произошедший в конце 2007–го года указывает на начало тенденции к очередному росту цен. Ввод в строй в 2008-м году новых деловых центров не послужит стимулом для снижения ставок, поскольку не в полной мере удовлетворится спрос, и дефицит офисных площадей будет расти.

По результатам исследования рынка офисных помещений можно сделать следующие выводы:

1. Отсутствует строгая зависимость между классом объекта и его стоимостью. Это объясняется следующими причинами:

а. практически отсутствует вторичный рынок объектов класса «А» и «В»;  
б. рынок аренды в офисном сегменте не носит систематического характера, в виду отсутствия вакантных площадей в современных бизнес-центрах;

с. на первичном рынке экспонируется недостаточное количество объектов для выделения однородной выборки. Объекты имеют различную степень готовности;

д. информация на рынке носит закрытый характер, и покупатель практически не имеет возможности досконально сравнить характеристики предлагаемых объектов.

2. Аналогично отсутствует строгая зависимость между географическим сегментом, в котором располагается объект, и его стоимостью.

3. Характерной особенностью рынка аренды в офисном сегменте является ежегодный рост ставок арендной платы на 15–17 %.

4. Поскольку приобретение недвижимости в собственность является привлекательным направлением частных инвестиций в условиях дефицитности рынка, и в обозримой перспективе ожидается сохранение этой тенденции, можно прогнозировать опережающий рост цен на офисную недвижимость на уровне не менее 25–30 % в год.

5. Белорусский рынок недвижимости еще не является окончательно сформированным.

## Литература

1. Горемыкин В.А. Экономика недвижимости: учебник.— 2-е изд., перераб и доп.- изд. Маркетинг. 2002. С. 804.
2. Максимов С.Н. Девелопмент (развитие недвижимости). Питер. 2003. С. 256.
3. Порхоменко. Недвижимость Белоруссии. №16 (632) 21 апреля 2008.
4. Валуик. Беларусь и рынок. №19 (635) 12 мая 2008.
5. Черняк. Международный клуб. №4 (210) март 2008.
6. [www.tc-europa.by/real\\_estate/32658235](http://www.tc-europa.by/real_estate/32658235).
7. [www.realtor.com/rb\\_estate/building\\_2916](http://www.realtor.com/rb_estate/building_2916).

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТРАТЕГИЧЕСКОГО НАПРАВЛЕНИЯ РАЗВИТИЯ СРЕДНЕГО БЕЛОРУССКОГО ПРЕДПРИЯТИЯ, СПЕЦИАЛИЗИРУЮЩЕГОСЯ НА РАЗРАБОТКЕ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Т. Л. Семененко

Целью данной работы являлось определение стратегического направления развития средней белорусской ИТ-компании ООО «Лаборатория информационных технологий»<sup>1</sup> (далее «ЛИТ»). За историю своего существования, с 1990 года по сегодняшний день, предприятие реализовало более 300 заказов для различных белорусских предприятий и организаций и около 20 заказов для зарубежных фирм. В настоящее время основными направлениями деятельности предприятия являются создание интегрированных информационных систем «под заказ» для госучреждений и автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУ ТП). Также в течение последних трех лет одним из направлений деятельности компании являлся управленческий консалтинг.

Вначале работы проведен анализ хозяйственного портфеля компании. Для оценки качества видов деятельности «ЛИТ» использован матричный анализ ее хозяйственного портфеля с помощью матрицы «рост/доля». В результате выявлено, что управленческий консалтинг является не рентабельным для «ЛИТ» и его решено закрыть. Создание интегрированных информационных систем для госучреждений и АСУ ТП не имеют перспектив для роста, однако генерируют средства, которые могут быть использованы для развития других направлений.

На основании анализа внешней и внутренней среды «ЛИТ» проделан SWOT-анализ, который позднее использовался в определении потенциальных направлений развития компании и их анализе.

---

<sup>1</sup> Вымышленное название, настоящее название организации не используется в данной работе по требованию директора рассматриваемой компании.

Далее в ходе работы проанализированы наиболее распространенные виды организационных стратегий развития бизнеса (интенсивный, интеграционный и диверсификационный рост) и их вариации. В результате в качестве наиболее приемлемой для развития компании стратегии определена концентрическая диверсификация. Данный вывод основан на следующих положениях:

- Компания работает на узких сегментах рынка ИТ отрасли с низкими темпами роста;
- ИТ-отрасль, является одной из самых быстроразвивающихся в Беларуси;
- Компания обладает необходимыми технологиями и высококвалифицированными специалистами для работы на ИТ-рынках;
- Команда высококвалифицированных ИТ-специалистов, работающих на «ЛИТ», в силу ограниченности количества проектов загружены не полностью.
- Компания располагает сильной управленческой командой.

На следующем этапе работы в качестве потенциальных направлений развития «ЛИТ» для дальнейшего анализа выбраны: экспортно-ориентированное программирование, создание и внедрение ERP-систем, автоматизация отдельных бизнес-процессов предприятий на основе платформы «АксиБейс». Рассмотрим каждое из выбранных направлений.

Сегодня *аутсорсинг* является самым динамично развивающимся направлением ИТ-услуг в мире. По оценкам специалистов расходы компаний на аутсорсинг ИТ-услуг вырастут в 2008 году на 40 % в США и на 60 % в Европе [1].

Беларусь, с точки зрения экспорта ИТ-услуг и продуктов, можно отнести к категории «Up and comers» [2, с.18]. Страны этой категории хотя и не имеют значительных объемов экспорта ИТ-услуг и продуктов, но обладают довольно сильными возможностями для выхода на международные рынки благодаря определенным нишевым специализациям. Среднегодовой рост белорусского рынка экспорта ИТ-услуг и продуктов составляет около 40-60% [2, с.17].

На привлекательность экспортно-ориентированного программирования указывают также относительно низкая конкуренция, довольно высокая прибыльность и небольшие барьеры на входе и инвестиции.

Проведенный анализ рынка *ERP-систем* показал:

- Спрос на белорусском рынке на ERP-системы очень низкий. Отечественные компании либо еще не осознают все преимущества комплексной автоматизации, либо не в состоянии инвестировать большие суммы в ERP-системы.

- На белорусском рынке работает несколько крупных ИТ-компаний, которые предлагают услуги по созданию ERP-систем, но активно не развивают его, по причине низкого спроса на данные системы в Беларуси.

- Белорусский ERP-рынок характеризуется довольно значительными барьерами на входе: серьезные инвестиции в подготовку специалистов по созданию и внедрению ERP систем и продвижению услуг на рынок.

*Разработка программных решений по автоматизации отдельных бизнес-процессов, на основе созданной компанией платформы «АксиБейс», является довольно перспективным направлением развития для «ЛИТ». Во-первых, в отличие от спроса на ERP-системы, спрос на системы автоматизации отдельных бизнес-процессов в Беларуси значительно выше. Во-вторых, компания имеет опыт внедрения систем автоматизации, в том числе на платформе «АксиБейс».*

На основе проведенного анализа определены ключевые факторы успеха, необходимые для достижения конкурентных преимуществ на выбранных сегментах и вычислены суммарные взвешенные оценки альтернатив путем суммирования произведений «весов» важности факторов успеха и оценок по каждому фактору для компании. На основе сравнения суммарных взвешенных оценок сделан вывод, что экспортно-ориентированное программирование является более привлекательным для «ЛИТ» направлением, чем разработка и внедрения ERP-систем. Направление по разработке программных решений автоматизации отдельных бизнес-процессов на платформе «АксиБейс» требует более подробного анализа.

Таким образом, на основании проделанной работы, сделаны следующие выводы. Во-первых, необходимо поддерживать рыночную долю по направлениям создания и внедрения АСУ ТП и интегрированных информационных систем для госучреждений и использовать их в качестве источника финансирования развития бизнеса. Во-вторых, направление управленческого консалтинга следует ликвидировать. В-третьих, в качестве стратегических направлений развития следует рассматривать программирование на экспорт и автоматизацию отдельных бизнес-процессов на основе платформы «АксиБейс».

### Литература

1. ИТого за Январь. Рынок высоких технологий.// Директор ИТ. 2008. 30 января. Интернет-адрес: <http://www.osp.ru/cio/2008/01/4739455/>
2. Рынок экспортно-ориентированного программирования Республики Беларусь: Информационно-аналитический отчет/ Market-Visio. Мн.: 2004. с. 110.

# СЛАБЫЕ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С ПЕРЕМЕННЫМИ ОБЛАСТЯМИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

**К. В. Василевский**

Слабые решения дифференциально-операторных уравнений первого порядка изучались в [1] в случае неограниченных самосопряжённых операторов и в [2] – неограниченных максимально аккретивных операторов с переменными областями определения. В данной работе доказаны существование и единственность слабых решений некоторой граничной задачи для дифференциально-операторного уравнения третьего порядка с переменными областями определения неограниченных операторов.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В гильбертовом пространстве  $H$  со скалярным произведением  $(\cdot, \cdot)$  и нормой  $|\cdot|$  рассмотрим граничную задачу

$$-\frac{du^3(t)}{dt^3} + \lambda A(t)u(t) = f(t), \quad t \in J = ]0, T[; \quad u(0) = \frac{du(0)}{dt} = u(T) = 0, \quad (1)$$

где  $u$  и  $f$  – функции переменной  $t$  со значениями в  $H$ ,  $A(t)$  – линейные неограниченные операторы в  $H$  с зависящими от  $t$  областями определения  $D(A(t))$ ,  $t \in \overline{J} = [0, T]$ , и  $\lambda \geq 1$  – параметр.

Предполагаем, что операторы  $A(t)$  удовлетворяют условиям:

I. При каждом  $t \in \overline{J}$  операторы  $A(t)$  замкнуты в  $H$  и

$$[u]_{(t)}^2 \equiv \operatorname{Re}(A(t)u, u) \geq c_4 |u|^2 \quad \forall u \in D(A(t)), \quad (2)$$

$$\langle v \rangle_{(t)}^2 \equiv \operatorname{Re}(A^*(t)v, v) \geq c_4 |v|^2 \quad \forall v \in D(A^*(t)), \quad c_4 > 0, \quad (3)$$

где  $A^*(t)$  – сопряжённые операторы операторов  $A(t)$  в  $H$  и  $D(A^*(t))$  – их области определения.

Введём гильбертовы пространства  $W^{-\alpha}(t)$  – замыкания  $H$  по нормам  $[u]_{(-\alpha, t)} = \sqrt{\operatorname{Re}(A^{-\alpha/3}(t)u, u)}$ ,  $0 \leq \alpha \leq 3$ ,  $W^0(t) = H$ ,  $t \in \overline{J}$ , где  $A^{-\alpha/3}(t)$  – ограниченные обратные операторы дробных степеней  $A^{\alpha/3}(t)$  операторов  $A(t)$ .

II. Обратные операторы  $A^{-1}(t) \in L_{\infty}(J, \mathcal{L}(H))$  операторов  $A(t)$  сильно непрерывны по  $\overline{J}$  в  $H$  и при почти всех  $t \in J$  имеют в  $H$  слабые

производные  $d^i A^{-1}(t)/dt^i \in L_\infty(J, \mathcal{L}(H))$ ,  $i = \overline{1, 3}$ , такие, что

$$\left| \left( \frac{d^i A^{-1}(t)}{dt^i} g, h \right) \right| \leq c_i [g]_{(-2-i, t)} [h]_{(-3+i, t)} \quad \forall g, h \in H, c_i > 0, i = 0, 1, \quad (4)$$

$$\left| \left( \frac{d^i A^{-1}(t)}{dt^i} g, h \right) \right| \leq c_i [g]_{(-3, t)} |h| \quad \forall g, h \in H, c_i > 0, i = 2, 3. \quad (5)$$

Предполагается также, что для любой функции  $w \in C^{(3)}(\overline{J}, H)$  такой, что  $w(0) = w(T) = 0$ , выполнено интерполяционное неравенство

$$\int_0^T \left[ \frac{d^2 w}{dt^2} \right]_{(-2, t)}^2 dt \leq \varepsilon \int_0^T \left[ \frac{d^3 w}{dt^3} \right]_{(-3, t)}^2 dt + c(\varepsilon) \int_0^T \left| \frac{dw}{dt} \right|^2 dt \quad \forall \varepsilon > 0, \quad (6)$$

где постоянная  $c(\varepsilon) > 0$  не зависит от  $w$  и  $t$ .

**Определение 1.** Функция  $u \in \mathcal{H} = L_2(J, H)$  называется **слабым решением** граничной задачи (1) для правой части  $f \in \mathcal{H}^{*-} = L_2(J, H_t^{*-})$ , если она удовлетворяет равенству

$$\int_0^T \left\{ \lambda \left( u, A^*(t) \varphi \right) + \left( u, \frac{d^3 \varphi}{dt^3} \right) \right\} dt = \int_0^T \langle f, \varphi \rangle_{(t)} dt$$

для всех  $\varphi \in \Phi = \{ \varphi \in \mathcal{H} : \varphi(t) \in D(A^*(t)), t \in J ; \text{ слабые производные } d^i \varphi / dt^i, A^*(t) \varphi \in \mathcal{H}, i = \overline{1, 3}; \varphi(0) = \varphi(T) = d\varphi(T)/dt = 0 \}$ , где  $H_t^{*+}$  – гильбертово пространство, полученное замыканием множества  $D(A^*(t))$  по норме  $\langle \cdot \rangle_{(t)}$  из (3),  $H_t^{*-}$  – антидвойственное гильбертово пространство к  $H_t^{*+}$  и  $\langle \cdot, \cdot \rangle_{(t)}$  – полуторалинейная форма антидвойственности между  $H_t^{*+}$  и  $H_t^{*-}$ .

Доказать существование и единственность слабых решений граничной задачи (1).

## 2. СУЩЕСТВОВАНИЕ СЛАБЫХ РЕШЕНИЙ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ

**Теорема 1.** Если выполняется условие I, то для каждой  $f \in \mathcal{H}^{*-}$  существует слабое решение  $u \in \mathcal{H}$  граничной задачи (1).

*Доказательство* существования слабых решений использует проекционную теорему Лионса из [1, с. 37]. В проекционной теореме Лионса



для гильбертова пространства  $F = \mathcal{H}$  и предгильбертова пространства  $\Phi$  – множества из определения 1 с эрмитовой нормой  $|||\varphi||| = \left( \int_0^T \langle \varphi \rangle_{(t)}^2 dt \right)^{1/2}$ ,

на  $F \times \Phi = \mathcal{H} \times \Phi$  возьмём форму

$$E(u, \varphi) = \int_0^T \left\{ \lambda \left( u, A^*(t)\varphi \right) + \left( u, \frac{d^3 \varphi}{dt^3} \right) \right\} dt,$$

и для каждой функции  $f \in \mathcal{H}^*$  на  $\Phi$  антилинейный функционал

$$L(\varphi) = \int_0^T \langle f, \varphi \rangle_{(t)} dt, \quad \varphi \in \Phi.$$

Пространство  $\Phi$  очевидно непрерывно вложено в пространство  $F$ . Форма  $E(u, \varphi)$  при каждом  $\varphi \in \Phi$  непрерывна по  $u$  на  $F$ . В правой части формы  $E(\varphi, \varphi)$  интегрируем по частям один раз по  $t$ , берём вещественную часть и получаем, что в силу неравенства (3) вещественная часть  $\operatorname{Re} E(\varphi, \varphi)$  оценивается снизу величиной

$$\lambda \int_0^T \langle \varphi \rangle_{(t)}^2 dt + \frac{1}{2} |\varphi'(0)|^2 \geq \lambda \int_0^T \langle \varphi \rangle_{(t)}^2 dt = \lambda |||\varphi|||^2, \quad \lambda \geq 1.$$

Тогда тем более  $|E(\varphi, \varphi)| \geq \operatorname{Re} E(\varphi, \varphi) \geq \lambda |||\varphi|||^2 \quad \forall \varphi \in \Phi$ .

При каждой фиксированной функции  $f \in \mathcal{H}^*$  функционал  $L(\varphi)$  непрерывен по  $\varphi$  на  $\Phi$ . Поэтому по указанной выше теореме Лионса существует решение  $u \in \mathcal{H}$  уравнения  $E(u, \varphi) = L(\varphi) \quad \forall \varphi \in \Phi$  и, следовательно, слабое решение граничной задачи (1). Теорема 1 доказана.

### 3. ЕДИНСТВЕННОСТЬ СЛАБЫХ РЕШЕНИЙ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ

**Теорема 2.** Если выполняются условия I, II, то для каждой  $f \in \mathcal{H}^*$  слабое решение  $u \in \mathcal{H}$  граничной задачи (1) единственно.

*Доказательство.* Пусть  $u \in \mathcal{H}$  – слабое решение граничной задачи (1) при  $f = 0$ . Тогда по определению 1 имеет место тождество

$$\int_0^T \left\{ \lambda \left( u, A^*(t)\varphi \right) + \left( u, \frac{d^3 \varphi}{dt^3} \right) \right\} dt = 0 \quad \forall \varphi \in \Phi. \quad (7)$$

В этом тождестве полагаем  $\varphi = A^{*-1}(t)v$ ,  $v$  – решение граничной задачи

$$\frac{d}{dt} \left( e^{ct} \frac{d^2 v}{dt^2} \right) = u, \quad 0 < t < T, \quad \forall c > 0; \quad v(0) = v(T) = \frac{dv(T)}{dt} = 0.$$

Отсюда  $u = ce^{ct}(d^2 v/dt^2) + e^{ct}(d^3 v/dt^3)$ . В последнем слагаемом левой части тождества (7) трижды интегрируем по частям, берём вещественную часть, делим на  $\lambda$  и  $\forall c \geq 0, \forall \lambda \geq 1$  получаем равенство

$$\frac{1}{2} \left| \frac{dv(0)}{dt} \right|^2 + \frac{c}{2} \int_0^T e^{ct} \left| \frac{dv}{dt} \right|^2 dt + \lambda^{-1} \operatorname{Re} J_1(v) + \lambda^{-1} c \operatorname{Re} J_2(v) = 0, \quad (8)$$

$$J_i(v) = \int_0^T e^{ct} \left( \frac{d^{4-i} v}{dt^{4-i}}, \sum_{k=0}^3 C_3^k \frac{d^{3-k} A^{*-1}(t)}{dt^{3-k}} \frac{d^k v}{dt^k} \right) dt, \quad i = 1, 2.$$

Слагаемые интегралов  $J_1(v)$  и  $J_2(v)$  оцениваем сверху с помощью неравенств (4) – (6),  $\delta$ -неравенства  $2ab \leq \delta a^2 + \delta^{-1} b^2 \quad \forall \delta > 0$  и при этом сначала подбираем  $c = c_5 > 0$  настолько большим, чтобы

$$\lambda^{-1} \operatorname{Re} J_1(v) \leq \frac{1}{2} \lambda^{-1} \int_0^T e^{c_5 t} \left[ \frac{d^3 v}{dt^3} \right]_{(-3,t)}^2 dt + \frac{c_5}{4} \int_0^T e^{c_5 t} \left| \frac{dv}{dt} \right|^2 dt \quad \forall \lambda \geq 1,$$

затем –  $\lambda = \lambda_1 \geq 1$  настолько большим, чтобы

$$\lambda_1^{-1} c_5 \operatorname{Re} J_2(v) \leq \frac{1}{2} \lambda_1^{-1} \int_0^T e^{c_5 t} \left[ \frac{d^3 v}{dt^3} \right]_{(-3,t)}^2 dt + \frac{c_5}{8} \int_0^T e^{c_5 t} \left| \frac{dv}{dt} \right|^2 dt.$$

В результате оценки левой части равенства (8) снизу при  $c = c_5$  и  $\lambda = \lambda_1$  будем иметь неравенство  $(c_5/8) \int_0^T e^{c_5 t} (dv/dt)^2 dt \leq 0$ . Отсюда следует, что  $dv/dt = 0$ , и  $u = 0$ . Теорема 2 доказана.

#### Литература

1. Lions J.-L. Equations différentielles opérationnelles et problèmes aux limites. Berlin: Springer-Verlag, 1961.
2. Ломовцев Ф. Е. // Весті НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2007. №2. С. 4–11.

### АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ КОНФОРМНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ ОБЛАСТЕЙ С КУСОЧНО- ГЛАДКИМИ ГРАНИЦАМИ

М. В. Воложинец

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим задачу конформного отображения области  $D = \hat{\mathbb{C}} \setminus \{z : |z - a_i| \leq R\}$ , где  $\hat{\mathbb{C}}$  - расширенная комплексная плоскость,  $R > 0$ ,  $a_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) – действительные числа, на область  $G$  - расширенную комплексную плоскость  $w$  с разрезами по отрезкам вещественной оси.

Будем предполагать, что центры заданных полукругов расположены на одинаковом расстоянии  $a$  ( $a > 0$ ) друг от друга. В этом случае можно получить аналитическую формулу для конформного отображения, используя принцип симметрии (см. [1]).

## 2. АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Обозначим  $D_0 = \{z : \operatorname{Im} z > 0, |z - a_i| > R\}$ ,  $G_0 = \{w : \operatorname{Im} w > 0\}$ . Построим отображение половины области  $D_0$ , т.е. области  $D_1 = \{z : 0 < \operatorname{Re} z < \frac{a}{2}, \operatorname{Im} z > 0, |z| > \frac{a}{4}\}$  на полуполосу  $G_1 = \{0 < \operatorname{Re} w < \frac{a}{2}, \operatorname{Im} w > 0\}$  путем последовательного конформного отображения  $D_1$  на  $\{\xi : \operatorname{Im} \xi > 0\}$ , а затем на  $G_1$ . Теорема Кристоффеля-Шварца (см. [1]) позволяет построить конформное отображение  $z = f(\xi)$  полуплоскости  $\{\xi : \operatorname{Im} \xi > 0\}$  на  $D_1$ :

$$z = f(\xi) = c \int_{-b}^{\xi} t^{\frac{1}{2}-1} (t-1)^{\frac{1}{2}-1} (t+b)^{\frac{1}{2}-1} dt + c_1 = c \int_{-b}^{\xi} \frac{dt}{\sqrt{t(t-1)(t+b)}} + c_1, \quad (1)$$

где  $0 < b < +\infty$ . Зафиксируем в (1) однозначную ветвь корня функции  $\sqrt{z(z-1)(z+b)}$ . Для определения параметров  $c$  и  $b$  получим систему:

$$\ddot{\epsilon} \begin{cases} c \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{|t(t-1)(t+b)|}} = \frac{ai}{4}, \\ c \int_{-b}^0 \frac{dt}{\sqrt{|t(t-1)(t+b)|}} = \frac{\pi ai}{8}, \end{cases} \quad (2)$$

откуда численно находим, что  $b = 8,22$  и  $c = 0,23ai$ . Параметр  $c_1 = f(a_1) = A_1 = \frac{a}{4}i = 0,25ai$ . Таким образом, искомое отображение имеет вид:

$$z = f(\xi) = 0,23ai \int_{-8,22}^{\xi} \frac{dt}{\sqrt{t(t-1)(t+8,22)}} + 0,25ai. \quad (3)$$

Тогда функция  $\xi = f^{-1}(z)$ , конформно отображает область  $D_1$  на полуплоскость  $\text{Im } \xi > 0$ . Функция

$w = w(z) = h(f^{-1}(z)) = \frac{a}{2\pi}(\arcsin f^{-1}(z) + \frac{\pi}{2})$  конформно отображает область  $D_1$  на полуполосу  $G_1$  (см. [1], с. 306).

Используя принцип симметрии, аналитически продолжим функцию  $w = w(z)$  в область  $D$ . Функция  $F_0(z) = \begin{cases} w(z), z \in D_1 \cup \gamma \\ -\overline{w(-z)}, z \in D_1^* \end{cases}$ , где

$D_1^* = \{-\frac{a}{2} < \text{Re } z < 0, \text{Im } z > 0, |z| > \frac{a}{4}\}$ ,  $\gamma : (\frac{a}{4}i, 0 + i\infty)$ , конформно отображает область  $D^{(0)} = \{-\frac{a}{2} < \text{Re } z < \frac{a}{2}, \text{Im } z > 0, |z| > \frac{a}{4}\}$  на область

$G^{(0)} = \{-\frac{a}{2} < \text{Re } w < \frac{a}{2}, \text{Im } w > 0\}$ . Функция  $F(z) = F_k(z) = F_0(z - ka) + ka$ ,

$z \in D^{(k)} \cup \gamma_k$ , где  $D^{(k)} = \{-\frac{a}{2} + ka < \text{Re } z < \frac{a}{2} + ka, \text{Im } z > 0, |z - ka| > \frac{a}{4}\}$ ,

$\gamma_k : ((\frac{1}{2} + k)a, (\frac{1}{2} + k)a + i\infty)$ ,  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , конформно отображает область  $D_0$  на область  $G_0$ . Наконец, функция  $H(z) = \begin{cases} F(z), z \in D_0 \cup \Gamma \\ \overline{F(\bar{z})}, z \in D_0^* \end{cases}$

конформно отображает область  $D$  на область  $G$ , где  $D_0^* = \{z : \text{Im } z < 0, |z - a_i| > R\}$ , а  $\Gamma$  – объединение интервалов, по которым граничат области  $D_0$  и  $D_0^*$ .

### 3. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

В данном разделе решим поставленную задачу численно. Как и в разделе 2, будем искать конформное отображение  $w = w(z)$  области  $D_1$  на полуполосу  $G_1$ . Сначала найдем конформное отображение  $\xi = \xi(z)$  области  $D_1$  на полуплоскость  $\{\xi : \text{Im } \xi > 0\}$ , а затем найдем конформное отображение указанной полуплоскости на полуполосу  $G_1$ .

Конформное отображение  $\xi = \xi(z)$  области  $D_1$  на полуплоскость  $\{\xi : \text{Im } \xi > 0\}$  будем искать, используя так называемый геодезический алгоритм, описанный в [2]. Сначала найдем конформное отображение

$\xi_0 = \xi_0(z)$  области  $D'_1 = \{0 < x < \frac{1}{2}, y > 0, x^2 + y^2 > \frac{1}{16}\}$ ,  $z = x + yi$ , на полуплоскость  $\{\xi : \text{Im} \xi > 0\}$ . На криволинейной части границы области при  $0 \leq x \leq \frac{1}{4}$  рассмотрим контрольные точки  $x_k + y_k i$ , где  $x_k = \frac{k}{40}, k = \overline{0,10}$ .

Теперь приблизим область  $D'_1$  многоугольником

$$R = \{0 < x < \frac{1}{2}, y > 0, y > -x + \frac{1}{4}\}.$$

Используя инструментарий Кристоффеля – Шварца [3], найдем отображение  $s(w) = (2,6505 + 0,1592i) \int_0^w \frac{d\omega}{\sqrt[4]{(\omega+1)(\omega-6,5685)\sqrt{\omega-1}}}$ , отображающее верхнюю полуплоскость на  $R$ , и, как описано в [2], используем  $s^{-1}$  (содержащееся в инструментарии), чтобы найти приближенно константы  $\alpha$  и  $\beta$  в отображении Жуковского  $J(z) = \frac{z^2 - \alpha\beta}{2z - \alpha - \beta}$ . Находим  $\alpha = -1$  и  $\beta = 0,6569$ .

Итак,  $J(z) = \frac{z^2 + 0,6569}{2z + 0,3431}$ ,  $J^{-1}(z) = z + \sqrt{z^2 + 0,3431z - 0,6569}$ . И теперь мы можем применить геодезический алгоритм со значениями  $z_k = J^{-1}(s^{-1}(x_k + y_k i)) - a$ . Результаты вычислений приведены в таблице.

Таблица

| k  | $x_k + y_k i$   | $z_k$            | $\zeta_k$         | $\varphi_9(z_k)$ | $\varphi(z_k)$ |
|----|-----------------|------------------|-------------------|------------------|----------------|
| 0  | $0+0,25i$       | 0                | 0                 | 169,3748         | 329,1549       |
| 1  | $0,025+0,2487i$ | $0,2421-0,2847i$ | $0,2421-0,2847i$  | 366,6003         | 279,0569       |
| 2  | $0,05+0,2449i$  | $0,3964-0,3876i$ | $0,3207+0,5463i$  | 561,4924         | 361,8050       |
| 3  | $0,075+0,2385i$ | $0,5275-0,4451i$ | $0,0141-0,9037i$  | 111,1698         | -422,4627      |
| 4  | $0,1+0,2291i$   | $0,6459-0,4781i$ | $0,0073-1,0753i$  | 72,0578          | -48,3106       |
| 5  | $0,125+0,2165i$ | $0,7575-0,4936i$ | $0,0806+1,2827i$  | 62,0021          | -30,1299       |
| 6  | $0,15+0,2i$     | $0,9348+1,3779i$ | $2,7061-1,1237i$  | 44,7044          | -12,3223       |
| 7  | $0,175+0,1785i$ | $1,2305+1,2957i$ | $4,5635+3,0019i$  | 39,2463          | -8,8981        |
| 8  | $0,2+0,15i$     | $1,4931+1,1145i$ | $9,3052-10,5424i$ | 33,6499          | -6,1441        |
| 9  | $0,225+0,1089i$ | $1,6957+0,8189i$ | $4,2409+33,1066i$ | 0                | 0              |
| 10 | $0,25+0i$       | 1,6569           | 251,5936          | 251,5936         | 251,5936       |

Так как  $\varphi_9(z_{10}) = 251,5936 > 0$ , то функция  $\varphi_9$  отображает область  $D'_1$  на область выше вещественной оси и полукруга, который пересекает вещественную ось в точке  $\varphi_9(z_{10})$  и в начале координат. Это значит, что

функция  $g(z) = \frac{z^2}{2z - 251,5936}$  отображает указанную область на верхнюю полуплоскость. Таким образом, функция  $\xi_0 = \varphi(z) = g \circ \varphi_9$  конформно отображает область  $D_1'$  на  $\{\xi : \text{Im} \xi > 0\}$ . Значит, функция  $\xi = a\xi_0 = ag \circ \varphi_9$  отображает область  $D_1$  на полуплоскость  $\{\xi : \text{Im} \xi > 0\}$ . Конформное отображение полуплоскости  $\{\xi : \text{Im} \xi > 0\}$  на полуполосу  $G_1$  найдено в разделе 2. Таким образом, функция  $w = w(z) = h \circ \xi = ah \circ g \circ \varphi_9$  конформно отображает область  $D_1$  на полуполосу  $G_1$ . Как и в разделе 2, строим находим конформное отображение области  $D$  на область  $G$  с помощью принципа симметрии.

Замечание. Рассматриваемая в работе задача связана с исследованием эффективных свойств двумерных композиционных материалов (см. [4]).

### Литература

1. Сидоров И. В., Федорюк М. В., Шабунин М. И. Лекции по теории функций комплексного переменного. Москва “Наука”, 1989.
2. Andersson A. Using a zipper algorithm to find a conformal map for a channel with smooth boundary, in: AIP Conference Proceedings: Second Conference on Mathematical Modeling of Wave Phenomena, vol. 834, AIP, New York, 2006, pp. 3-12 .
3. Driscoll T. A. Schwarz – Christoffel toolbox for Matlab (2002). URL <http://www.math.udel.edu/~driscoll/SC>.
4. Mityushev V., Rogosin S. On the Riemann – Hilbert Problem with a Piecewise Constant Matrix. ZAA (Journal for Analysis and its Applications), vol. 27 (2008), pp. 53-66.

## УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ ПОЛУНЕПРЕРЫВНОЙ ФУНКЦИИ ПОЛЕЗНОСТИ НА ПРЕДУПОРЯДОЧЕННОМ МНОЖЕСТВЕ, СНАБЖЕННОМ ТОПОЛОГИЕЙ

Е. В. Гирейко

### ВВЕДЕНИЕ

Основное предположение, сделанное пионерами классической микроэкономики такими, как Эджворт и Парето, заключалось в том, что ранжирование потребительских предпочтений может быть всегда измерено численно, связывая с каждым возможным набором товаров действительное число, которое измеряет его полезность. И только через несколько десятилетий была установлена наивность данного предположения экономистами, первым из которых, по-видимому, был Вальд. Работа Вальда стала первой в длинной цепочке результатов этого типа, которые приве-

ли к теоремам Дебре в 60 годы прошлого столетия, а также совершенствованиям и обобщениям, появившимся позже.

Впоследствии появилась общая математическая проблема, которая имеет приложения в экономике, теории меры и других областях, возникающая естественно при изучении множеств, снабженных отношением упорядочения [3]:

*Для данного вида отношения упорядочения  $\leq$  на множестве  $X$  найти условия, которые обеспечивают существование функции полезности на  $X$ . Если, к тому же, на  $X$  задана топология, найти условия, которые обеспечивают для этой функции полунепрерывность и непрерывность на  $X$ .*

В данной работе будет разобран только случай полунепрерывности. Более того, здесь будет разобран только случай полунепрерывной сверху функции полезности, поскольку случай полунепрерывной снизу функции полезности рассматривается аналогично. Для того чтобы получить аналогичные результаты по существованию полунепрерывной снизу функции полезности  $f$ , необходимо заменить  $f$  на  $-f$  и затем применять теоремы по существованию полунепрерывной сверху функции полезности на множестве, снабженном обратным отношением. Для удобства изложения работа разбита на разделы.

## 1.ТЕРМИНОЛОГИЯ И ОБОЗНАЧЕНИЯ.

Рефлексивное бинарное отношение  $\leq$  на множестве  $X$  будем называть отношением предпорядка, если оно является транзитивным. При этом пару  $(X, \leq)$  будем называть предупорядоченным множеством.

Иррефлексивное бинарное отношение  $<$  будем называть отношением строгого предпорядка, если оно является транзитивным.

Симметричное бинарное отношение  $\approx$  будем называть отношением эквивалентности, если оно является рефлексивным и транзитивным.

Каждое отношение предпорядка  $\leq$  на  $X \times X$  порождает на  $X$  еще два отношения – отношение строгого предпорядка  $<$  и отношение эквивалентности  $\approx$ , которые вводятся следующим образом:

$$x < y \Leftrightarrow (x, y) \in \leq, (y, x) \notin \leq.$$

$$x \approx y \Leftrightarrow x \leq y, y \leq x.$$

Пусть  $(X, \leq)$  – предупорядоченное множество,  $<$  и  $\approx$  соответственно отношение строгого предпорядка и отношение эквивалентности на  $X$ , сопровождающие  $\leq$ ,  $Q$  – подмножество из  $X$ .

Элемент  $x^0 \in Q$  называется  $<$ -максимальным элементом подмножества

$Q$ , если не существует  $x \in Q$  такого, что  $x^0 < x$ . Множество всех  $<$ -максимальных элементов подмножества  $Q$  будем обозначать символом  $Max(Q|<)$ .

Начальным отрезком  $(X, \leq)$  называется такое его подмножество  $I \subset X$ , которое удовлетворяет условию: для любого  $y \in I$  и любого  $x \in X$  такого, что  $x \leq y$  выполняется  $x \in I$ .

Семейство  $\Sigma$ , состоящее из начальных отрезков  $(X, \leq)$  назовем порядково плотным в  $(X, \leq)$ , если для любых  $x, y \in X$  таких, что  $x < y$  существует  $I_{x,y} \in \Sigma$  такой, что  $x \in I_{x,y}, y \notin I_{x,y}$ .

Предупорядоченное множество  $(X, \leq)$  называется порядково сепарабельным [1], если существует не более чем счетное порядково плотное семейство начальных отрезков  $(X, \leq)$ .

Предупорядоченное множество  $(X, \leq)$  назовем порядково сепарабельным в смысле Дебре, если в нем существует не более чем счетное подмножество  $S$ , удовлетворяющее следующему условию: для всех  $x, y \in X$  таких, что  $x < y$  существует  $s \in S$  такой, что  $x \leq s \leq y$ .

Функцией полезности на предупорядоченном множестве  $(X, \leq)$  называется функция  $u: X \rightarrow \mathbb{R}$ , удовлетворяющая двум условиям:

1.  $u(x) < u(y)$  для любых  $x, y \in X$  таких, что  $x < y$ .
2.  $u(x) = u(y)$  для любых  $x, y \in X$  таких, что  $x \approx y$ .

Отношением порядка на  $X$  будем называть такое отношение  $\leq$  на  $X \times X$ , которое удовлетворяет следующему условию:  $x \leq y$  или  $y \leq x$  для любых  $x, y \in X$ . При этом пару  $(X, \leq)$  будем называть упорядоченным множеством.

Для множеств  $\{x \in X : x < y\}$ ,  $\{x \in X : y \leq x\}$  будем использовать соответственно обозначения  $<^{-1}(y)$ ,  $\leq(y)$ .

## 2. КРИТЕРИЙ СУЩЕСТВОВАНИЯ ПОЛУНЕПРЕРЫВНОЙ СВЕРХУ ФУНКЦИИ ПОЛЕЗНОСТИ НА ПРЕДУПОРЯДОЧЕННОМ МНОЖЕСТВЕ, СНАБЖЕННОМ ТОПОЛОГИЕЙ.

**Теорема 1.** Пусть  $(X, \leq)$  – предупорядоченное множество, снабженное топологией  $t$ . Следующие утверждения эквивалентны:

- (1) Существует  $t$ -полунепрерывная сверху функция полезности на  $(X, \leq)$ .
- (2) Существует не более чем счетное семейство  $t$ -открытых начальных отрезков, которое является порядково плотным в  $(X, \leq)$ .

## 3. ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ ПОЛУНЕПРЕРЫВНОЙ СВЕРХУ ФУНКЦИИ ПОЛЕЗНОСТИ НА ПРЕДУПОРЯДОЧЕННОМ



## МНОЖЕСТВЕ, СНАБЖЕННОМ ТОПОЛОГИЕЙ.

Пользуясь **Теоремой 1** можно получить следующее.

**Теорема 2.1.** Пусть  $(X, J)$  – порядково сепарабельное в смысле Дебре предупорядоченное множество, снабженное топологией  $t$ , причем  $<^{-1}(x)$  является  $t$ -открытым для любого  $x \in X$ . Тогда существует  $t$ -полунепрерывная сверху функция полезности на  $(X, J)$ .

**Теорема 2.2.** Пусть  $(X, J)$  – предупорядоченное множество, снабженное топологией  $t$ ;  $J(x)$  является  $t$ -замкнутым для любого  $x \in X$ ; существует не более чем счетное подмножество  $S$  из  $X$  такое, что для всех  $x, y \in X$  таких, что  $x < y$  существует  $s \in S$  такой, что  $x < s \leq y$ .

Тогда существует  $t$ -полунепрерывная сверху функция полезности на  $(X, J)$ .

## 4. КРИТЕРИЙ СУЩЕСТВОВАНИЯ ПОЛУНЕПРЕРЫВНОЙ СВЕРХУ ФУНКЦИИ ПОЛЕЗНОСТИ НА УПОРЯДОЧЕННОМ МНОЖЕСТВЕ, СНАБЖЕННОМ ТОПОЛОГИЕЙ.

Пользуясь Теоремой 1 или Теоремой 2.1 можно получить.

**Теорема 3.** Пусть  $(X, J)$  – упорядоченное множество, снабженное топологией  $t$ . Следующие утверждения эквивалентны:

(1) Существует  $t$ -полунепрерывная сверху функция полезности на  $(X, J)$ .

(2)(i)  $<^{-1}(x)$  является  $t$ -открытым для любого  $x \in X$

( $J(x)$  является  $t$ -замкнутым для любого  $x \in X$ ).

(ii)  $(X, J)$  является порядково сепарабельным.

## 5. КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРЕМА РЕЙДЕРА.

Пользуясь **Теоремой 3** можно получить классическую теорему Рейдера, формулировка которой впервые появилась в [6]. Следует отметить, что существует ошибка в доказательстве Рейдера, о которой написано в [5]. Для ознакомления с другими доказательствами теоремы Рейдера мы отсылаем читателя к статье [4].

**Теорема 4(Рейдер).** Пусть  $(X, J)$  – предупорядоченное множество, снабженное топологией  $t$ , удовлетворяющей второй аксиоме счетности, причем  $J(x)$  является  $t$ -замкнутым для любого  $x \in X$ .

Тогда существует  $t$ -полунепрерывная сверху функция полезности на  $(X, J)$ .

## 6. ФУНКЦИИ ПОЛЕЗНОСТИ И МАКСИМАЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ.

Пользуясь Теоремой 1 и классической теоремой Вейерштрасса получаем следующее

*Предложение 1.* Пусть  $(X, t)$  – компактное топологическое пространство, снабженное отношением предпорядка  $J$  ; выполнено условие (2) Теоремы 1. Тогда  $\text{Max}(X \models) \neq \emptyset$ .

*Заключение.*

В этой работе представляется очень простой подход к изучению существования полунепрерывной функции полезности на предупорядоченном множестве, снабженном топологией. Даются простые достаточные условия существования полунепрерывной функции полезности. Используя эти условия, была получена классическая теорема Рейдера и критерийные условия существования полунепрерывной функции полезности на упорядоченном множестве, снабженном топологией. Дается простое достаточное условие существования максимальных элементов на компактном топологическом пространстве, снабженном отношением предпорядка. Для ознакомления с другими подходами решения данной проблемы отсылаем читателя в [2].

#### Литература

1. *Кирута А.Я., Рубинов А.М., Яновская Е.Б.* Оптимальный выбор распределений в сложных социально-экономических задачах. / Ленинград: Наука. Ленингр. отделение, 1980. - 168с.
2. *Bosi G., Mehta G.B.* Existence of a semicontinuous or continuous utility function: a unified approach and an elementary proof. // Journal of Mathematical Economics, 2002, vol. 38, 311-328.
3. *Bridges D.S., Mehta G.B.* Representations of Preferences Orderings. / Springer - Verlag, Berlin, 1995.
4. *Isler R.* Semicontinuous utility functions in topological spaces. // Rivista di Matematica per le Scienze Economiche e Sociali, 1997, vol. 20, 111-116.
5. *Mehta G.B.* A remark on a utility representation theorem of Rader. // Economic Theory, 1997, vol. 9, 367-370.
6. *Rader T.* The existence of a utility function to represent preferences. // Review of Economic Studies, 1963, vol. 30, 229-232.

### О ХАРАКТЕРИЗАЦИИ РЕБЕРНЫХ ГРАФОВ ОБОБЩЕННЫХ ХЭЛЛИЕВЫХ ГИПЕРГРАФОВ ОГРАНИЧЕННОГО РАНГА

**О. В. Глебова**

В работе рассматриваются конечные гиперграфы без изолированных вершин. Через  $V(H)$  и  $E(H)$  обозначаются множество вершин и семейство ребер гиперграфа  $H$  соответственно. Рангом гиперграфа назы-

вают максимум мощностей его ребер.

*Реберный граф*  $L(H)$  гиперграфа  $H$  определяется следующим образом: вершины  $L(H)$  находятся в биективном соответствии с ребрами  $H$ , и две вершины смежны в  $L(H)$  тогда и только тогда, когда соответствующие им ребра пересекаются в  $H$ . Обозначим через  $L_r$  класс реберных графов гиперграфов ранга не выше  $r$ .

Отметим, что  $L_r$  – наследственный класс графов, т. е. индуцированные подграфы графа из класса  $L_r$  также принадлежат этому классу. Известно, что каждый наследственный класс графов  $P$  можно охарактеризовать списком запрещенных индуцированных подграфов. Если такой список конечен, назовем его *конечной характеристикой* класса  $P$ . Из существования конечной характеристики наследственного класса следует, что существует полиномиальный алгоритм распознавания графов из этого класса.

Конечная характеристика класса  $L_2$  реберных графов мультиграфов получена в [1]. Задача характеристики класса  $L_3$  впервые поставлена в [2]. В [3] показано, что задача распознавания « $G \in L_r$ » является NP-полной для каждого фиксированного  $r \geq 4$ , а также показано, что задача распознавания реберных графов простых гиперграфов ранга не выше 3 является NP-полной.

Гиперграф  $H$  называется *хэллиевым*, если для любого семейства  $E \subseteq E(H)$  попарно пересекающихся ребер существует вершина, принадлежащая всем ребрам семейства  $E$ .

В гиперграфе  $H$  семейство ребер  $E \subseteq E(H)$  называется  $(p, q)$ -пересекающимся, если для любого подсемейства  $E' \subseteq E$  такого, что  $|E'| \leq p$ , выполняется неравенство  $\left| \bigcap_{e \in E'} e \right| \geq q$ . В [4] введено следующее обобщение понятия хэллиевого гиперграфа. Гиперграф  $H$  называется  $(p, q, s)$ -хэллиевым, если для любого  $(p, q)$ -пересекающегося семейства ребер  $E \subseteq E(H)$  выполняется неравенство  $\left| \bigcap_{e \in E} e \right| \geq s$ . Тем самым, хэллиев гиперграф есть  $(2, 1, 1)$ -хэллиев гиперграф.

Множество вершин  $V \subseteq V(H)$  называется  $(p, q)$ -включенным, если любое подмножество  $V' \subseteq V$  такое, что  $|V'| \leq p$ , содержится не менее чем в  $q$  ребрах гиперграфа. Гиперграф  $H$  называется  $(p, q, s)$ -конформным,

если любое  $(p, q)$ -включенное множество вершин  $V \subseteq V(H)$  содержится не менее чем в  $s$  ребрах гиперграфа  $H$ .

*Двойственным гиперграфом* для гиперграфа  $H$  с матрицей инцидентности  $I(H) = I$  называется гиперграф  $H^*$  с транспонированной матрицей инцидентности  $I(H^*) = I^T$ .

Легко показать, что свойства  $(p, q, s)$ -хэлливости и  $(p, q, s)$ -конформности являются взаимно двойственными, т. е. верна

**Теорема 1.** Гиперграф  $H$  является  $(p, q, s)$ -хэллиевым тогда и только тогда, когда гиперграф  $H^*$  является  $(p, q, s)$ -конформным.

Обозначим через  $L_r(p, q, s)$  класс реберных графов  $(p, q, s)$ -хэллиевых гиперграфов ранга не выше  $r$ .

Конечное семейство  $Q = (C_i : i \in I)$  клик графа  $G$  называется *покрытием* графа, если каждая вершина и каждое ребро графа  $G$  содержатся в некотором  $C_i$ . При этом, клики  $C_i$  называются *кластерами* покрытия  $Q$ . Для произвольного покрытия  $Q = (C_i : i \in I)$  графа  $G$  определим гиперграф  $H(Q)$  следующим образом: вершинами  $H(Q)$  являются вершины графа  $G$ , а ребрами – кластеры из  $Q$ . Ребра  $C_i$  и  $C_j$  различны при  $i \neq j$ , даже если множества  $C_i$  и  $C_j$  совпадают.

Пусть  $P$  – теоретико-гиперграфовое свойство, т. е. класс гиперграфов, различаемых с точностью до изоморфизма. Скажем, что покрытие  $Q$  графа  $G$  имеет свойство  $P$ , если  $H(Q) \in P$ . Положим  $L(P) = \{ L(H) : H \in P \}$ ,  $P^* = \{ H^* : H \in P \}$ . В [5] доказана следующая

**Теорема 2.** Пусть  $P$  – произвольное теоретико-гиперграфовое свойство,  $G$  – граф. Тогда  $G \in L(P)$  тогда и только тогда, когда существует покрытие  $Q$  графа  $G$ , обладающее свойством  $P^*$ .

Покрытие графа называется  *$r$ -покрытием*, если каждая вершина графа принадлежит не более чем  $r$  кластерам этого покрытия.

Из теорем 1 и 2 немедленно вытекает, что верна

**Теорема 3.** Граф  $G$  принадлежит классу  $L_r(p, q, s)$  тогда и только тогда, когда существует  $(p, q, s)$ -конформное  $r$ -покрытие графа  $G$ .

В [6] доказано, что для любого целого  $r \geq 2$  существует конечная характеристика класса  $L_r(2, 1, 1)$ . Возникает естественный вопрос о конечной характеризуемости класса  $L_r(p, q, s)$ , если тройка параметров

$(p, q, s)$  отлична от  $(2, 1, 1)$ .

**Теорема 4.** Класс  $L_2(3, 1, 1)$  совпадает с классом  $L_2$ .

*Доказательство.* Очевидно, что  $L_2(3, 1, 1) \subseteq L_2$ . Покажем, что  $L_2 \subseteq L_2(3, 1, 1)$ . Рассмотрим произвольный граф  $G \in L_2$  и его 2-покрытие  $Q$ . Пусть  $C$ ,  $|C| \geq 4$ , – клика в  $G$ , являющаяся  $(3, 1)$ -включенным множеством вершин графа  $H(Q)$ , и  $C'$ ,  $|C'| \geq 3$ , – максимальное по включению собственное подмножество клики  $C$ , содержащееся в некотором кластере  $C_1 \in Q$ . Положим  $C_1 = \{v_1, v_2, \dots, v_k\}$  и  $a \in C \setminus C'$ . Каждый из  $k - 1$  треугольников  $v_1 v_2 a, v_1 v_3 a, \dots, v_1 v_k a$  содержится в некотором кластере из  $Q$ , отличном от  $C_1$ . Поскольку вершина  $v_1$  не может войти более чем в два кластера из  $Q$ , то все указанные треугольники содержатся в одном кластере  $C_2 \in Q$ ,  $C_2 \neq C_1$ . Следовательно, клика  $\{v_1, v_2, \dots, v_k, a\}$  целиком содержится в кластере  $C_2$ , что противоречит максимальнойности  $C'$ . Теорема доказана.

**Теорема 5.** Класс  $L_2(2, 2, 1)$  совпадает с классом  $L_2$ .

*Доказательство.* Очевидно, что  $L_2(2, 2, 1) \subseteq L_2$ . Покажем, что верно обратное включение. Пусть  $G \in L_2$  и  $Q$  – некоторое 2-покрытие графа  $G$ . Возьмем произвольную клику  $C$  графа  $G$ , являющуюся  $(2, 2)$ -включенным множеством вершин графа  $H(Q)$ . Положим  $C = \{v_1, v_2, \dots, v_k\}$ . Если ребро  $v_1 v_2$  содержится в кластерах  $C_1, C_2 \in Q$ , то каждое из ребер  $v_1 v_3, v_1 v_4, \dots, v_1 v_k$  также содержится в кластерах  $C_1, C_2$  (т. к. вершина  $v_1$  не может входить более чем в два кластера из  $Q$ ). Следовательно,  $C \subseteq C_1$  и  $C \subseteq C_2$ . Таким образом, покрытие  $Q$  является  $(2, 2, 1)$ -конформным. Теорема доказана.

Очевидны следующие включения:  $L_r(p, q, s) \subseteq L_r(p + 1, q, s)$ ,  $L_r(p, q, s) \subseteq L_r(p, q + 1, s)$ . Поэтому из теорем 4 и 5 вытекает

**Следствие 1.** Класс  $L_2(p, q, 1)$ ,  $p \geq 2$ ,  $q \geq 1$ , совпадает с классом  $L_2$ , если либо  $p \geq 3$ , либо  $q \geq 2$ .

Верно следующее утверждение, доказательство которого опускается.

**Теорема 6.** Для любого фиксированного  $r \geq 3$  не существует конечной характеристики для классов  $L_r(p, 1, 1)$ ,  $L_r(2, q, 1)$ ,  $p \geq 2$ ,  $q \geq 1$ .

**Теорема 7.** Класс  $L_r(2, 1, s)$  совпадает с классом  $L_{\lfloor r/s \rfloor}(2, 1, 1)$ .

*Доказательство.* Сначала заметим, что для любого покрытия  $Q$  про-

извольного графа всякая клика этого графа является  $(2,1)$ -включенным множеством вершин гиперграфа  $H(Q)$ .

Пусть теперь  $G \in L_r(2,1,s)$  и  $Q$  –  $(2,1,s)$ -конформное  $r$ -покрытие графа  $G$ . Тогда каждая клика графа  $G$  (и, в частности, максимальная относительно включения) содержится не менее чем в  $s$  кластерах из  $Q$ . Не ограничивая общности, можно считать, что кластерами в  $Q$  являются лишь максимальные (относительно включения) клики. При этом для всякой максимальной клики  $C$  графа существуют кластеры  $C_1, C_2, \dots, C_s \in Q$  такие, что  $C_1 = C_2 = \dots = C_s = C$ . Следовательно, множество всех максимальных клик графа  $G$  является  $(2,1,1)$ -конформным  $\lfloor r/s \rfloor$ -покрытием графа. Получили, что  $L_r(2,1,s) \subseteq L_{\lfloor r/s \rfloor}(2,1,1)$ . Обратное включение доказывается аналогично. Теорема доказана.

### Литература

1. *J.C.Bermond and J.C.Meyer*, Graphs representative arêtes d'un multigraphe // J.Math. Pures Appl. 1973. №52. Pp. 299-308.
2. *L.Lovasz*, Problem 9 // in Beitrage zur Graphentheorie and deren Anwendungen. Vortragen auf dem internationalen Kolloquium in Oberhof (DDR), Mathematische Gesellschaft der DDR – Technische Hochschule Ilmenau. 1977. P. 313.
3. *S.Poljak, V. Rodl, and D.Turzic*, Complexity of representation of graphs by set systems // Discrete Appl. Math. 1981. №3. Pp. 301-312.
4. *V.I.Voloshin*, On the upper chromatic number of a hypergraph // Australas. J. Combin. 1995. №11. Pp. 25-45.
5. *C.Berge*, Graphs and Hypergraphs // North-Holland, Amsterdam. 1973.
6. *Y.M. Metelsky and R.I. Tyshkevich*, Line Graphs of Helly Hypergraphs // SIAM Journal on Discrete Mathematics. 2003. №16 (3). Pp. 438-448.

## АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ КОНФОРМНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ МНОГОСВЯЗНЫХ ОБЛАСТЕЙ

**М. А. Заренок**

Основной *целью* данной работы является решение задачи Дирихле для области ограниченной эксцентрическими окружностями (далее эксцентрическое кольцо) в терминах вейвлет-рядов.

В работе используются ранее полученные результаты для концентрического кольца, описанные в статьях Субботина и Черных [1, 2], где был построен базис гармонических в концентрическом кольце  $R_\rho$  функций

$$\{\ln|z|, 1, \alpha_n(z), \tilde{\alpha}_n(z), \alpha_n(\rho/z), \tilde{\alpha}_n(\rho/z); n \in \mathbb{Z}_+\},$$

где при  $n=2^j+k$ ,  $0 \leq k < 2^j$ ,  $j \in Z_+$

$$\alpha_n(z) = 2^{-(j-1)/2} \sum_{\nu \in Z_+} \hat{\Theta}_\varepsilon \left( \frac{\nu}{2^{j+1}} \right) \cos \frac{2\pi \nu (k+0.5)}{2^{j+1}} |z|^\nu \cos \nu x,$$

$$\tilde{\alpha}_n(z) = 2^{-(j-1)/2} \sum_{\nu \in Z_+} \hat{\Theta}_\varepsilon \left( \frac{\nu}{2^{j+1}} \right) \cos \frac{2\pi \nu (k+0.5)}{2^{j+1}} |z|^\nu \sin \nu x,$$

$\hat{\Theta}(\omega) = \hat{\Theta}_\varepsilon(\omega)$  ( $0 < \varepsilon \leq 1/3$ ) - произвольные гладкие функции со следующими свойствами:

1.  $\hat{\Theta}_\varepsilon(\omega) \equiv 1$  при  $(1+\varepsilon)/2 < \omega < 1-\varepsilon$ ;
2.  $\hat{\Theta}_\varepsilon^2(1-\omega) + \hat{\Theta}_\varepsilon^2(1+\omega) \equiv 1$  при  $0 < \omega < \varepsilon$ ;
3.  $\hat{\Theta}_\varepsilon^2(\omega/2) + \hat{\Theta}_\varepsilon^2(\omega) \equiv 1$  при  $1-\varepsilon < \omega < 1+\varepsilon$ ;
4.  $\hat{\Theta}_\varepsilon(\omega) \equiv 0$  при  $\omega \in [0; (1-\varepsilon)/2] \cup [1+\varepsilon; +\infty)$  и считается, что  $\hat{\Theta}_\varepsilon(\omega) \geq 0$ ,

и через данную систему функций. Через этот базис выражено решение задачи Дирихле для ограниченной концентрическими окружностями.

Для построения базиса вейвлетов в эксцентрическом кольце сначала строится специальное конформное отображение  $z = \lambda \frac{\zeta - \zeta_1}{\zeta - \zeta_2}$  эксцентри-

ческого кольца на концентрическое кольцо. Затем, разлагая функцию  $z = \lambda \frac{\zeta - \zeta_1}{\zeta - \zeta_2}$  в ряд Лорана в окрестности точек 0 и  $\zeta_1$ , по степеням  $\zeta$ , с

помощью замены в базисе гармонических в концентрическом кольце функций [1,2], получено некоторое семейство гармонических в эксцентрическом кольце функций.

Данная часть работы, а именно построение конформного отображения, разложение его в ряд, а также замена в базисе, более детально описаны в статье [4]. В результате получена некоторая система функций  $\{1, a_{-1}, a_n, \tilde{a}_n, b_n, \tilde{b}_n\}$ , где

$$a_n(\zeta) = \sum_{m=m_0}^{m_1} \left( \sum_{p=1}^{m-m_0} \frac{(-1)^p m_0 \dots (m_0 + p - 1) A_{m-p}}{p!} + A_m \right) \frac{\zeta^m}{\zeta_1^m} \cos mx,$$

$$\tilde{a}_n(\zeta) = \sum_{m=m_0}^{m_1} \left( \sum_{p=1}^{m-m_0} \frac{(-1)^p m_0 \dots (m_0 + p - 1) A_{m-p}}{p!} + A_m \right) \frac{\zeta^m}{\zeta_1^m} \sin mx,$$

$$a_{-1}(\zeta) = \ln|\lambda| - \sum_{m=1}^{\infty} \left( \sum_{k=0}^{m-1} A^{k+1} C_{m-1}^k \right) \frac{\zeta^m}{\zeta_1^m},$$

$$b_n(\zeta) = 2^{-(j-1)/2} \sum_{\nu \in \mathbb{Z}_+} \left( \hat{\Theta}_\varepsilon \left( \frac{\nu}{2^{j+1}} \right) \cos \frac{2\pi\nu(k+1/2)}{2^{j+1}} \lambda \sum_{k=0}^{\infty} B_k (-1)^k \left( \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\zeta^m}{\zeta_0^m} \right)^k \right) \cos i x ,$$

$$\tilde{b}_n(\zeta) = 2^{-(j-1)/2} \sum_{\nu \in \mathbb{Z}_+} \left( \hat{\Theta}_\varepsilon \left( \frac{\nu}{2^{j+1}} \right) \cos \frac{2\pi\nu(k+1/2)}{2^{j+1}} \lambda \sum_{k=0}^{\infty} B_k (-1)^k \left( \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\zeta^m}{\zeta_0^m} \right)^k \right) \sin i x ,$$

( $n = 2^j + k$  ( $0 \leq k \leq 2^j$ )). В дальнейшем необходимо доказать, что данная система является базисом функций, гармонических в эксцентрическом кольце.

**Теорема.** Пусть  $\Omega \subset C(R^2)$ ,  $\{\varphi_k(z)\}$  образует ортонормированный базис в  $L_2(\Omega)$ . Если  $\omega: D \rightarrow \Omega$  - дробно-линейное отображение,  $z = \omega(\xi)$ , то  $\psi_k(\xi) = \varphi_k(\omega(\xi))$  образует базис в  $L_2(D)$ .

*Доказательство.*

Предположим, что бесконечная система вещественно-значных функций  $\{\psi_k(\xi)\}_k$ ,  $\psi_k(\xi) = \varphi_k(\omega(\xi))$ , является линейно-зависимой. Тогда по определению существуют такие  $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n \in \{\psi(\xi)_k\}$  и такие вещественные постоянные  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ , не все равные нулю, что

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \psi_i(\xi) = 0 \text{ для любого } \xi \in D.$$

Поскольку  $\omega: D \rightarrow \Omega$  - дробно-линейное отображение, то существуют две неподвижные точки  $\xi_1$  и  $\xi_2$  такие, что  $\omega(\xi_1) = \xi_1$  и  $\omega(\xi_2) = \xi_2$ . Далее, т.к.  $\sum_{i=1}^n \lambda_i \psi_i(\xi) = 0$  для любого  $\xi \in D$ , то  $\sum_{i=1}^n \lambda_i \psi_i(\xi_1) = 0$ . Отсюда следует

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \psi_i(\xi_1) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \varphi_i(\omega(\xi_1)) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \varphi_i(\xi_1) = 0.$$

Таким образом, существует такая точка  $\xi_1$  и набор вещественных постоянных  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ ,  $\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \dots + \lambda_n^2 \neq 0$ , для которых выполняется следующее равенство  $\sum_{i=1}^n \lambda_i \varphi_i(\xi_1) = 0$ . Откуда следует, что семейство  $\{\varphi_k(z)\}_k$  не является линейно-независимым, что противоречит тому, что  $\{\varphi_k(z)\}_k$  - базис. Значит наше предположение неверно, т.е. семейство функций  $\{\psi_k(\xi)\}_k$  является линейно-независимым.

Докажем, что любая функция из  $L_2(D)$  разлагается в линейную комбинацию функций из семейства  $\{\psi_k(\xi)\}_k$ .



Пусть  $F(\xi)$  - произвольная функция,  $z = \omega(\xi)$ . Тогда  $\xi = \omega^{-1}(z)$  также является дробно-линейным (конформным) отображением.

$F(\xi) = F(\omega^{-1}(z)) = f(z)$ , а функция  $f(z)$  принадлежит пространству  $L_2(\Omega)$ , для которого семейство  $\{\varphi_k(z)\}_k$  является базисом. Следовательно  $f(z) = \sum_k \alpha_k \varphi_k(z)$ .

Сделаем обратную замену в этом представлении

$$f(z) = f(\omega(\xi)) = \sum_k \alpha_k \varphi_k(\omega(\xi)) = \sum_k \alpha_k \psi_k(\xi).$$

Поскольку  $f(z) = F(\omega(\xi)) = F(\xi)$ , то  $F(\xi) = \sum_k \alpha_k \psi_k(\xi)$ .

Таким образом, семейство функций  $\{\psi_k(\xi)\}_k$  является базисом пространства функций  $L_2(D)$ , что и требовалось доказать.

Пусть  $\varphi(x)$ ,  $\varphi_\rho(x)$  - непрерывные  $2\pi$ -периодические (вещественные) функции. Будем использовать систему  $\{1, a_{-1}, a_n, \tilde{a}_n, b_n, \tilde{b}_n\}$  при любом  $\varepsilon \in (0, 1/3]$  и  $\hat{\Theta}_\varepsilon(\omega)$  для представления решения задачи Дирихле

$$\begin{cases} \Delta U(\zeta) = 0 & (\zeta \in R'_\rho) \\ u(e^{ix}) = \varphi(x) \\ u(\zeta_0 + \rho e^{ix}) = \varphi_\rho(x) \end{cases}$$

для области  $R'_\rho$ , ограниченной двумя эксцентрическими окружностями.

А именно, решение задачи Дирихле для эксцентрического кольца представляется в терминах построенного базиса по формуле

$$U(\zeta) = v_0(\zeta) + \sum_{n=0}^{\infty} V_n(\zeta),$$

где

$$v_0(\zeta) = c_{-1} + \tilde{c}_{-1} a_{-1} / \ln \rho,$$

$$c_{-1} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(t) dt, \quad \tilde{c}_{-1} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \varphi_\rho(t) dt - c_{-1},$$

а

$$V_n(\zeta) = c_n a_n(\zeta) + \tilde{c}_n \tilde{a}_n(\zeta) + d_n^\rho b_n(\zeta) + \tilde{d}_n^\rho \tilde{b}_n(\zeta),$$

где

$$\begin{aligned}
c_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(t) a_n^\rho(e^{it}) dt - \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \varphi_\rho(t) a_n^\rho(\zeta_0 + \rho e^{it}) dt, \\
\tilde{c}_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(t) \tilde{a}_n^\rho(e^{it}) dt - \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \varphi_\rho(t) \tilde{a}_n^\rho(\zeta_0 + \rho e^{it}) dt, \\
d_n^\rho &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(t) b_n^\rho(e^{it}) dt - \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \varphi_\rho(t) b_n^\rho(\zeta_0 + \rho e^{it}) dt, \\
\tilde{d}_n^\rho &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(t) \tilde{b}_n^\rho(e^{it}) dt - \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \varphi_\rho(t) \tilde{b}_n^\rho(\zeta_0 + \rho e^{it}) dt.
\end{aligned}$$

Здесь при  $n = 2^j + k$  ( $0 \leq k < 2^j$ )

$$\begin{aligned}
a_n^\rho &= 2^{-(j-1)/2} \sum_{\nu \in \mathbb{Z}_+} \hat{\Theta}_\varepsilon \left( \frac{\nu}{2^{j+1}} \right) \cos \frac{2\pi\nu(k+1/2)}{2^{j+1}} \frac{|z|^\nu}{1-\rho^{2\nu}} \cos i x, \\
\tilde{a}_n^\rho &= 2^{-(j-1)/2} \sum_{\nu \in \mathbb{Z}_+} \hat{\Theta}_\varepsilon \left( \frac{\nu}{2^{j+1}} \right) \cos \frac{2\pi\nu(k+1/2)}{2^{j+1}} \frac{|z|^\nu}{1-\rho^{2\nu}} \sin i x.
\end{aligned}$$

Аналогично вводятся функции  $b_n^\rho(\zeta)$  и  $\tilde{b}_n^\rho(\zeta)$ .

#### Литература.

1. Субботин Ю.Н., Черных Н. И. Гармонические всплески и асимптотика решения задач Дирихле в круге с малым отверстием. // Математическое моделирование, 2002 год, том 14, номер 5, стр. 17 – 30.
2. Субботин Ю.Н., Черных Н.И. Всплески в пространствах гармонических функций. // Известия РАН: серия математическая, 2000, том 64, номер 1, стр. 145 – 174.
3. Фрейзер М. Введение в вейвлеты в свете линейной алгебры. Москва: «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2008. – 487 с.
4. Заренок М.А. Ортогональные вейвлеты на плоскости // Сборник работ 64-ой научной конференции студентов и аспирантов Белгосуниверситета (Минск, 15-18 мая 2007 г.), в 3-х частях. Ч. 1. С. 159-163.

## ПРЕДСКАЗАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ БЕЛКОВ ПО ГОМОЛОГИИ

Т. В. Кирис

Взаимодействия белков составляют основу жизненных процессов на молекулярном уровне. Это сложный процесс, определяемый различными структурными и физико-химическими факторами. Последние достижения решения этой проблемы основаны на использовании геометрических подходов и процедур ограниченного конформационного поиска [1,2].

Форма и другие физические характеристики поверхности белков в наибольшей степени определяют природу молекулярных взаимодействий. Во многих случаях пространственные структуры связанных компонент комплексов достаточно близки к структурам свободных белков. Таким образом, геометрическое сопоставление играет важную роль в определении структуры белковых комплексов.

Все методы можно условно разделить на две категории: методы, основанные на структурной информации о белках [3, 4] и методы, основанные на аминокислотных последовательностях белков [5].

Методы, основанные на структуре белка, используют информацию об известном пространственном расположении атомов в белке. К данной задаче примыкает задача о докинге белков. Зачастую требуется не только получить ответ на вопрос о взаимодействии белков, но и узнать, как именно, какими сайтами они взаимодействуют. Для этого можно попытаться оптимизировать пространственное расположение белков, так чтобы полученная связь обладала некоторыми оптимальными характеристиками, например, минимальной энергией или максимальной площадью взаимодействия. Данный класс задач составляет отдельную область биоинформатики.

### **БЕЛКОВЫЕ ИНТЕРФЕЙСЫ**

Увеличивающееся число белковых комплексов, структуры которых были определены экспериментально предоставляет большое количество белковых интерфейсов. База данных интерфейсов предоставляет нам возможность определения областей поверхности заданной молекулы, которая близка по некоторой локальной структуре и структуре остатков. Если обе несвязанные компоненты предполагаемого белкового комплекса проявляют структурные сходства с известным интерфейсом, то несвязанные структуры могут быть совмещены согласно известному интерфейсу.

Основой предсказания является база данных известных домен-доменных интерфейсов (ДДИ), которые были извлечены из базы данных PDB. Идея состоит в поиске интерфейсов в обоих несвязанных частях комплекса по локальному структурному сходству. Каждый ДДИ представляется атомами главной цепи. Для решения задачи нужен структурный метод выравнивания, который не принимает во внимание первичную и вторичную структуру белков.

Для выделения ДДИ из структур белков в PDB использовались только элементы с разрешением меньше  $3.5 \text{ \AA}$ <sup>0</sup> и содержащие, по крайней мере, один SCOP домен. ДДИ состоит из остатков двух доменов, которые на-

ходятся в контакте друг с другом. Остаток представляется всему атомами основной цепи. Каждый ДДИ состоит из всех остатков домена, которые расположены на расстоянии  $8 \overset{0}{A}$  от домена партнера.

## СОПОСТАВЛЕНИЕ ИНТЕРФЕЙСОВ

Пусть данный белок  $A$  и интерфейс  $B$  представлены координатами  $C_\alpha$ -атомов аминокислот в пространстве. Пусть  $A=(a_1, a_2, \dots, a_n)$ , где  $a_i$  – координаты  $C_\alpha$ -атома  $i$ -ой аминокислоты, состоит из  $n$  аминокислот. Интерфейс  $B=(b_1, b_2, \dots, b_m)$  состоит из  $m$  аминокислот.

Задача состоит в нахождении евклидова совмещения белка и интерфейса как множеств точек в пространстве, которое минимизирует среднеквадратичное отклонение между ними.

Предлагаемый нами алгоритм состоит из двух шагов. На первом шаге находятся начальные приближения, используя метод динамического программирования для матриц расстояний, которые улучшаются на втором шаге с помощью оптимальных движений.

Поскольку в интерфейсах, как правило, присутствуют несколько отрезков непрерывной полипептидной цепи (для краткости будем называть их отрезками), то если для некоторого белка в нем есть интерфейс, схожий с данным, то найдутся соответствующие подобные отрезки и в белке. Таким образом, если сравнивать матрицы расстояний для данного интерфейса и белка, то в матрице расстояний белка можно выделить схожие подматрицы соответствующих отрезков интерфейсов.

Шаг 1. В интерфейсе  $B$  выделяем  $k$  отрезков  $B_j$  непрерывной первичной цепи длины не меньше  $l=5$ ;

Шаг 2. Строим матрицы расстояний  $M_B$  и  $M_A$ .

Шаг 3. Находим сопоставление выделенных отрезков  $B_j$  и отрезков  $A$  таких, что корреляция их матриц расстояний максимальна.

Для этого будем использовать метод динамического программирования (ДП).

Шаг 4. По найденному сопоставлению выполнить движение, минимизирующее среднеквадратичное отклонение (см. Алгоритм поиска ближайшей точки [6]);

## ВЫВОДЫ

Предложенный алгоритм был реализован на C++ и протестирован на эталонном множестве, предоставленном Центром биоинформатики Университета Канзаса и базе данных белковых интерфейсов.

## Результаты экспериментов.

| Белки | $l_{rms}$ | $f_{ni}$ |
|-------|-----------|----------|
| 1avw  | 0.84      | 0.85     |
| 1b6c  | 0.66      | 0.89     |
| 1bvn  | 0.96      | 0.83     |
| 1dfj  | 1.03      | 0.94     |
| 1k93  | 1.05      | 0.97     |
| 1ma9  | 0.88      | 0.96     |
| 1nbf  | 1.25      | 0.89     |
| 1ppf  | 1.07      | 0.75     |
| 1shw  | 1.45      | 0.84     |
| 1sq0  | 2.00      | 0.92     |
| 1t6g  | 0.63      | 0.96     |
| 1tmq  | 0.50      | 1.00     |
| 1ugh  | 1.68      | 0.82     |
| 1yvb  | 2.30      | 0.71     |
| 2a42  | 0.47      | 1.00     |
| 2a5t  | 0.69      | 1.00     |
| 2bkr  | 0.98      | 0.96     |
| 1bth  | 1.35      | 0.88     |

В настоящее время соревнование по Критической оценке предсказания взаимодействия (Critical Assessment of PRedicted Interactions (CAPRI) [7] является широко распространенным и его оценки признаются эталонными для установления качества предсказания белковых взаимодействий.

В Таблице 1 приведены результаты предсказания белковых взаимодействий белковых комплексов, взятые из эталонного множества Университета Канзаса, по оценочным параметрам CAPRI. В графе  $l_{rms}$  указано среднеквадратичное отклонение лигандов (меньших белков в комплексе) после совмещения рецепторов (больших белков в комплексе), в графе  $f_{ni}$  – отношение природных остатков в предсказанном интерфейсе белкового комплекса относительно настоящего интерфейса белкового комплекса.

В проведенных экспериментах в большинстве случаев наш алгоритм дает хорошие результаты в соответствии с оценочными параметрами CAPRI. Алгоритм достаточно быстрый, в среднем он работает в течение нескольких секунд. Поиск схожести непрерывных отрезков интерфейса адекватно отображают природу белковых взаимодействий и дает выигрыш во времени.

В дальнейшем планируется модернизация алгоритма, учитывающая первичную структуру белка и нежесткий характер белков и белковых взаимодействий.

## Литература

1. *Mintseris J., Janin J., Chen, R. and Weng Z.* A protein-protein docking benchmark // *Proteins*, Vol. 52, 2003. – P. 88–91.
2. *May P., Hoppe A., Frommel C., Gunther, S. and R. Preissner.* Docking without docking: ISEARCH - prediction of interactions using known interfaces // *Proteins*, Vol. 60, 2007. – P. 150–159.
3. *Alexov E., Kundrotas P.J.* Predicting 3d structures of transient protein–protein complexes by homology // *Biochimica et Biophysica Acta*, Vol. 1764, 2006. – P.1498–1511.
4. **Grimm V., Krakaki A., Szilagyi A. and Skolnik J.** Prediction of physical protein–protein interactions // *Phys. Biol*, Vol. 2, 2005. – P. S1–S16.
5. *Matthews L. et al.* Identification of potential interaction networks using sequencebased searches for conserved protein–protein interactions or ‘interologs’ // *Genome Res.*, Vol. 11, 2001. – P. 2120–2126.
6. *T. Kirys, S. Feranchuk, A. Tuzikov, J. Rocha.* Iterative protein alignment algorithm (IPA) // *Proc. of the 3-rd Moscow conference on computational molecular biology.* – 2007. – P. 145–147.
7. *Leplae R., Lensink M., Menndez, R. and Wodak S.* Assessment of CAPRI predictions in rounds 3–5 shows progress in docking procedures // *Proteins*, Vol. 60, 2005. – P. 150–169.

## ЗАДАЧА НАХОЖДЕНИЯ ХЕЛЛИЕВОЙ РАЗМЕРНОСТИ ГРАФА

Е.В. Крылов

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Понятие хеллиевой размерности введено и рассмотрено в работе [1]. Оно напрямую связано с классом графов  $r$ -мино – классом, в котором каждая вершина входит не более чем в  $r$  максимальных клик. Этот класс интересен по следующим причинам: при фиксированном  $r$  для  $r$ -мино известны эффективные алгоритмы построения структур данных, оптимальных по используемой памяти и позволяющих определять смежность вершин за время  $O(1)$  [2]. Также известен полиномиальный алгоритм, который для фиксированного  $r$  определяет, является ли данный граф  $r$ -мино и в случае, если это так, строит список всех максимальных клик графа [3]. Класс  $r$ -мино совпадает с классом реберных графов от хеллиевых гиперграфов ранга не более  $r$ . Очевидно, что краусова размерность графа не может превосходить хеллиеву размерность графа [1]. Однако, в [1] показано, что разность между этими двумя размерностями может быть сколь угодно большой.

В [1] поставлен вопрос о сложности задачи нахождения хеллиевой

размерности произвольного графа. Распознавательный аналог задачи может быть решен за полиномиальное время при фиксированном  $r$  [3]. В силу формулировки задачи, её необходимо рассматривать в терминах  $\#P$ -полноты [4]. В настоящей работе доказано, что задача нахождения хеллиевой размерности графа является  $\#P$ -полной.

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЯ

*Подсчитывающая машина Тьюринга* – это недетерминированная машина Тьюринга со вспомогательным устройством вывода, на котором она печатает в двоичном виде число допустимых вычислений этой машины для заданных входных данных. Такая машина имеет сложность  $t(n)$ , если самое большое время допустимого вычисления на множестве всех входных данных размера  $n$  не превышает  $t(n)$ .

Пусть  $\Sigma$  и  $\Gamma$  – непустые алфавиты и  $f: \Sigma^* \rightarrow B(\Gamma^*)$  – функция из множества  $\Sigma^*$  слов над  $\Sigma$  в булеан  $B(\Gamma^*)$ . Если  $x$  – слово из  $\Sigma^*$ , то будем говорить, что  $f(x)$  – множество следов для  $x$ , а элементы этого множества будем называть следами для  $x$ . С любой такой функцией можно связать следующую задачу подсчета: дано слово  $x$  из  $\Sigma^*$ , найти количество следов для  $x$  во множестве  $f(x)$ . Далее задачами подсчета будут называться сами функции.

*Определение 1.* Классом  $\#P$  назовем класс таких задач подсчета  $f$ , что выполняются следующие условия:

1. Существует полиномиальный алгоритм для подсчитывающей машины Тьюринга, который для заданных  $x$  и  $y$  определяет, верно ли, что  $y$  – след для  $x$  ( т.е., что  $y \in f(x)$  ).

2. Существует такое натуральное число  $k$  (которое может зависеть от задачи подсчета), что  $|y| \leq |x|^k$  для любых  $y \in f(x)$ .

*Определение 2.* Пусть  $f: \Sigma^* \rightarrow B(\Gamma^*)$  и  $g: \Pi^* \rightarrow B(P^*)$  – две задачи подсчета. Сведением задачи  $g$  к задаче  $f$  будем называть пару функций  $v: \Pi^* \rightarrow \Sigma^*$  и  $r: N \rightarrow N$ , вычисляемых за полиномиальное время, и такую, что

$$|g(x)| = r(|f(v(x))|)$$

*Определение 3.* Задачу подсчета  $f$  будем называть  $\#P$ -сложной, если любую задачу из  $\#P$  можно свести к задаче  $f$ . К тому же, если  $f \in \#P$ , то задачу  $f$  будем называть  $\#P$ -полной.

## 3. ХЕЛЛИЕВА РАЗМЕРНОСТЬ

*Определение 4.* Граф назовем  $r$ -мино, если любая его вершина входит в не более чем  $r$  максимальных клик.

*Определение 5.* Минимальное число  $r \in N$ , что граф  $G$  является  $r$ -мино,

назовем хеллиевой размерностью графа и будем обозначать  $hd(G)$ .

Сформулируем задачу о нахождении хеллиевой размерности следующим образом:

Дан граф  $G$  и функция  $f$  следующего вида:  $f(G) = \{r \in \mathbb{N} : hd(G) > r\}$ . Требуется определить для заданного графа число элементов во множестве  $f(G)$ .

Очевидно, что  $|f(G)|$  и будет хеллиевой размерностью графа.

**Теорема 1.** Задача нахождения хеллиевой размерности  $\#P$ -полна.

*Доказательство.* Покажем, что  $f \in \#P$ . Действительно, существует полиномиальный алгоритм, определяющий, для фиксированного числа  $r$ , является ли граф  $r$ -мино. За полиномиальное время можно проверить для любого числа  $r$  и графа  $G$ , верно ли что  $r \in f(G)$ . Таким образом, первый пункт определения 1 выполняется. Второй пункт также, очевидно, выполняется в силу того, что в качестве следов используются натуральные числа. Итак,  $f \in \#P$  по определению.

Покажем теперь, что  $f$  –  $\#P$ -сложная. Для этого необходимо для некоторой  $\#P$ -полной задачи  $g$  доказать, что  $g$  можно вычислить с помощью некоторого числа элементарных операций и вычислений функции  $f$ . В качестве такой задачи рассмотрим следующую  $\#P$ -полную задачу подсчета  $g$ : дан граф  $G$ , определить число максимальных клик в нем. В этом случае множеством следов будут являться максимальные клики графа  $G$ . Известно, что эта задача является  $\#P$ -полной [4].

Очевидно, что число максимальных клик в графе  $G$  совпадает с числом хеллиевой размерности графа  $G+x$ , где  $x$  – доминирующая вершина. Таким образом,  $|g(G)| = |f(G+x)|$  и задача  $f$  является  $\#P$ -полной. Теорема доказана.

### Литература

1. Metelsky Y., Tyshkevich R. Line graphs of Helly hyperhgraphs // SIAM Journal of Discrete Mathematics. 16. 2003. No. 3. 438–448.
2. Morgan D. Useful names for vertices: An introduction to dynamic implicit informative labeling schemes // TR05-04. University of Alberta. 2005.
3. Krylou Y.V., Perez Tchernov A.J. An efficient algorithm of  $r$ -mino recognizing // Texts in Algorithmics. Third ACID Workshop. 2007. Vol. 9. P. 148.
4. Valiant L.G. The complexity of enumeration and reliability problems // SIAM J. Comput. Vol.8. 1979. 410–421.

## СЛАБЫЕ РЕШЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПЕРЕМЕННЫМИ ОБЛАСТЯМИ

Д.А. Ляхов

Гиперболические дифференциально-операторные уравнения второго



порядка с переменными областями определения в классе сильных решений изучались в [1, 2]. В данной работе доказаны теоремы существования и единственности слабых решений задачи Коши для таких уравнений.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ.

В гильбертовом пространстве  $H$  со скалярным произведением  $(\cdot, \cdot)$  и нормой  $|\cdot|$  на ограниченном интервале  $]0, T[$  рассматривается задача Коши

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + A(t)u = f, \quad t \in ]0, T[, \quad (1)$$

$$u|_{t=0} = u_0, \quad \left. \frac{du}{dt} \right|_{t=0} = u_1, \quad u_0, u_1 \in H. \quad (2)$$

Здесь  $u$  и  $f$  – функции переменной  $t$  со значениями в  $H$ ,  $A(t)$  – линейные неограниченные операторы в  $H$  с зависящими от  $t$  областями определения  $D(A(t))$ , удовлетворяющие следующим условиям.

I. Операторы  $A(t)$ ,  $t \in [0, T]$ , самосопряжены в  $H$  и

$$(A(t)u, u) \geq c_1 |u|^2 \quad \forall u \in D(A(t)), \quad c_1 > 0. \quad (3)$$

II. При всех  $t \in [0, T]$  обратные операторы  $A^{-1}(t)$  сильно непрерывны и дифференцируемы по  $t$  в  $H$ , сильная производная  $dA^{-1}(t)/dt \in B([0, T], \mathcal{L}(H))$  и

$$((dA^{-1}(t)/dt)g, g) \leq c_2 (A^{-1}(t)g, g) \quad \forall g \in H, \quad c_2 \geq 0 \quad (4)$$

III. При почти всех  $t \in ]0, T[$  операторы  $dA^{-1}(t)/dt$  сильно дифференцируемы по  $t$  в  $H$ , сильная производная  $d^2 A^{-1}(t)/dt^2 \in L_\infty(]0, T[, \mathcal{L}(H))$  и  $|((d^2 A^{-1}(t)/dt^2)g, \nu)| \leq c_3 \|g\| A^{-1/2}(t)\nu \quad \forall g, \nu \in H, \quad c_3 \geq 0,$

где  $A^{-1/2}(t)$  – обратные операторы к квадратному корню  $A^{1/2}(t)$  операторов  $A(t)$ .

Исследуем корректность в слабом смысле задачи Коши (1) – (2).

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СЛАБЫХ РЕШЕНИЙ.

Корректность задачи Коши (1) – (2) будем изучать в классе слабых решений.

Определение 1. Функция  $u \in \mathbb{H} = L_2(]0, T[, H)$  называется слабым решением задачи Коши (1) – (2) для заданных  $f \in \mathbb{H}$  и  $u_0, u_1 \in H$ , если

$$\int_0^T \left\{ (u, A(t)\varphi) + \left( u, \frac{d^2\varphi}{dt^2} \right) \right\} dt = \int_0^T (f, \varphi) dt - \left( u_0, \frac{d\varphi(0)}{dt} \right) + (u_1, \varphi(0)) \quad \forall \varphi \in \Phi, \quad (5)$$

где множество

$$\Phi = \{ \varphi \in \mathbb{H} : \varphi(t) \in D(A(t)), t \in [0, T]; A(t)\varphi, d\varphi/dt, d^2\varphi/dt^2 \in \mathbb{H}, \varphi(T) = d\varphi(T)/dt = 0 \}.$$

Ясно, что каждое сильное решение (определение сильных решений см. в [1, 2]) этой задачи Коши является её слабым решением, но обратное не верно.

### 3. СУЩЕСТВОВАНИЕ СЛАБЫХ РЕШЕНИЙ.

Сначала установим существование слабых решений задачи Коши.

**Теорема 1.** Если выполняются условия I и II, то для любых  $f \in \mathbb{H}$ ,  $u_0, u_1 \in H$  существует слабое решение  $u \in \mathbb{H}$  задачи Коши (1) – (2).

Доказательство состоит в применении следующей проекционной теоремы [3].

**Теорема 2.** Пусть  $F$  – гильбертово пространство с нормой  $\|\cdot\|$  и  $\Phi$  – предгильбертово пространство с нормой  $|||\cdot|||$ , непрерывно вложенное в  $F$ , то есть существует постоянная  $c_4 > 0$ , что  $\|\varphi\| \leq c_4 |||\varphi||| \quad \forall \varphi \in \Phi$ . Задана на  $F \times \Phi$  полуторалинейная форма  $E(w, \varphi)$ , которая при каждом  $\varphi \in \Phi$  непрерывна по  $w$  на  $F$ , и существует постоянная  $c_5 > 0$ , что

$$|E(\varphi, \varphi)| \geq c_5 |||\varphi|||^2 \quad \forall \varphi \in \Phi. \quad (6)$$

Если антилинейный функционал  $L(\varphi)$  непрерывен по  $\varphi \in \Phi$ , то существует элемент  $w \in F$ , удовлетворяющий уравнению

$$E(w, \varphi) = L(\varphi) \quad \forall \varphi \in \Phi.$$

Введем гильбертово пространство  $F = \{w \in \mathbb{H}, dw/dt \in \mathbb{H}\}$  с эрмитовой нормой  $\|w\| = \left[ \int_0^T (|w|^2 + |dw/dt|^2) dt \right]^{1/2}$ , а за предгильбертово пространство  $\Phi$  возьмем из определения 1 множество  $\Phi$ , наделенное эрмитовой нормой

$$|||\varphi||| = \left[ \int_0^T \left( |\varphi|^2 + \left| \frac{d\varphi}{dt} \right|^2 \right) dt + \left| \frac{d\varphi(0)}{dt} \right|^2 + |\varphi(0)|^2 \right]^{1/2}.$$

Зададим на  $F \times \Phi$  полуторалинейную форму  $E$  и на  $\Phi$  антилинейный функционал  $L$  следующим образом:

$$E(w, \varphi) = - \int_0^T e^{ct} \left\{ \left( \frac{dw}{dt}, A(t)\varphi \right) + \left( \frac{dw}{dt}, \frac{d^2\varphi}{dt^2} \right) \right\} dt \quad \forall c \geq 0,$$

$$L(\varphi) = \int_0^T (f, \varphi) dt - \left( u_0, \frac{d\varphi(0)}{dt} \right) + (u_1, \varphi(0)).$$

Очевидно, что  $\Phi$  непрерывно вложено в  $F$  при  $c_4 = 1$ ,  $E(w, \varphi)$  при каждом  $\varphi \in \Phi$  непрерывна по  $w$  на  $F$  и  $L(\varphi)$  непрерывен по  $\varphi \in \Phi$ . Для получения неравенства (6) разобьем  $E(\varphi, \varphi)$  на два слагаемых  $I_1(\varphi) = \int_0^T e^{ct} (d\varphi/dt, A(t)\varphi) dt$  и  $I_2(\varphi) = \int_0^T e^{ct} (d\varphi/dt, d^2\varphi/dt^2) dt$ . Используя свойство  $A_\varepsilon^{-1}(t)g \rightarrow g \quad \forall g \in H$  при  $\varepsilon \rightarrow 0$  сглаживающих операторов  $A_\varepsilon^{-1}(t) = (I + \varepsilon A(t))^{-1}$ , формулу

$$\frac{d}{dt} (A(t)A_\varepsilon^{-1}(t)) = -A(t)A_\varepsilon^{-1}(t) \frac{dA^{-1}(t)}{dt} A(t)A_\varepsilon^{-1}(t)$$

из [1] и оценку (4), после интегрирования по частям по  $t$  находим

$$\begin{aligned} 2\operatorname{Re} I_1(\varphi) &= -2\operatorname{Re} \int_0^T e^{ct} (\varphi', A(t)\varphi) dt = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} 2\operatorname{Re} \int_0^T e^{ct} (A_\varepsilon^{-1}(t)\varphi', A(t)\varphi) dt = \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ (A_\varepsilon^{-1}(t)\varphi, A(t)\varphi) \Big|_{t=0} + c \int_0^T e^{ct} (A_\varepsilon^{-1}(t)\varphi, A(t)\varphi) dt + \int_0^T e^{ct} \left( \varphi, \frac{d}{dt} (A(t)A_\varepsilon^{-1}(t))\varphi \right) dt \right\} \geq \\ &\geq (A(t)\varphi, \varphi) \Big|_{t=0} + (c - c_2) \int_0^T e^{ct} (A(t)\varphi, \varphi) dt. \end{aligned}$$

Интегрируя по частям  $I_2(\varphi)$  по  $t$ , имеем

$$2\operatorname{Re} I_2(\varphi) = \left| \frac{d\varphi(0)}{dt} \right|^2 + c \int_0^T e^{ct} \left| \frac{d\varphi}{dt} \right|^2 dt.$$

Используя оценку (3), отсюда при всех  $c \geq c_2$  приходим к неравенству

$$2\operatorname{Re} E(\varphi, \varphi) \geq (c - c_2)c_1 \int_0^T e^{ct} |\varphi|^2 dt + c \int_0^T e^{ct} \left| \frac{d\varphi}{dt} \right|^2 dt + c_1 |\varphi(0)|^2 + \left| \frac{d\varphi(0)}{dt} \right|^2.$$

Если здесь взять  $c = c_6 = c_2 + 1$ , то нетрудно получить оценку

$$|E(\varphi, \varphi)| \geq \operatorname{Re} E(\varphi, \varphi) \geq c_4 \|\varphi\|^2 \quad \forall \varphi \in \Phi, \text{ где } c_4 = (1/2) \max\{c_1, c_2 + 1, 1\}.$$

Таким образом, доказано существование функции  $w \in F$ , которая является решением уравнения  $E(w, \varphi) = L(\varphi) \quad \forall \varphi \in \Phi$  и, следовательно, функция  $u = -\exp\{c_6 t\} (dw/dt)$  является слабым решением задачи Коши (1) – (2) для данных  $f \in \mathbb{H}$ ,  $u_0, u_1 \in H$ . Теорема 2 доказана.

#### 4. ЕДИНСТВЕННОСТЬ СЛАБЫХ РЕШЕНИЙ.

Для доказательства единственности слабых решений достаточно показать, что для правой части  $f = 0$  и начальных данных  $u_0 = u_1 = 0$  задача Коши (1) – (2) имеет только слабое решение  $u = 0$  в  $\mathbb{H}$ .

**Теорема 3.** Если выполнены условия I – III, то при всех  $f \in \mathbb{H}$ ,  $u_0, u_1 \in H$  существуют единственные слабые решения задачи Коши (1) – (2).

*Доказательство.* Подставляя  $f = 0$  и  $u_0 = u_1 = 0$  в (5), приходим к тождеству

$$\int_0^T \left\{ (u, A(t)\varphi) + \left( u, \frac{d^2\varphi}{dt^2} \right) \right\} dt = 0 \quad \forall \varphi \in \Phi. \quad (8)$$

В этом тождестве сделаем замену переменной  $t = T - \tau$ . Тогда новой неизвестной функцией станет  $\tilde{u}(\tau) = u(T - \tau)$ , операторы  $\tilde{A}(\tau) = A(T - \tau)$  при всех  $\tau \in [0, T]$  удовлетворяют всем предположениям теоремы 1 из [2], функции  $\tilde{\varphi}(\tau) = \varphi(T - \tau)$  принадлежат области определения

$$D_0(L) = \{ \phi \in \mathbb{H} : \phi(t) \in D(\tilde{A}(t)), t \in [0, T]; \tilde{A}(t)\phi, d\phi/dt, d^2\phi/dt^2 \in \mathbb{H}, \phi(T) = d\phi(T)/dt = 0 \}.$$

оператора  $L$  из [2] и тождество (8) становится тождеством

$$((\tilde{u}, L\tilde{\varphi})) = 0 \quad \forall \tilde{\varphi} \in D_0(L) = \{ \phi \in \mathbb{H} : \phi(t) \in D(\tilde{A}(t)), t \in [0, T]; \tilde{A}(t)\phi, d\phi/dt, d^2\phi/dt^2 \in \mathbb{H}, \phi(T) = d\phi(T)/dt = 0 \}.$$

Поэтому по лемме 1 из [2] функция  $u(t) = \tilde{u}(\tau) = 0$ . Теорема 3 доказана.

#### Литература

5. Ломовцев Ф.Е. // Дифференциальные уравнения. 1992. т. 28, №5. с. 873-886.
6. Ломовцев Ф.Е. // Докл. НАН РБ. 2001. Т. 45, № 1. с. 34-36
- Фридман А. Уравнения с частными производными параболического типа. Москва, Мир. 1968.

### КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕСНО-ШАГАЮЩЕГО ДВИЖИТЕЛЯ

С. А. Гляков, А. О. Громыко

Цель работы – изложение результатов использования методики создания компьютерных моделей колесно-шагающих движителей (КШД) [1] в пакетах ADAMS и VisualNastran, исследование механизма для организации наиболее эффективных режимов его передвижения и поворота.

Новизна исследуемых в работе концепций, нетрадиционного способа движения машины, основанного на совмещении двух способов движения

(колесного и шагового), приводит к необходимости изучения основных параметров движения КШД путем математического моделирования, создания методики проектирования машин, работающих на принципиально новом принципе движения [2].

Компьютерные и математические модели тихоходных транспортно-тяговых машин позволяют продемонстрировать преимущества колесно-шаговых транспортных средств по сравнению с существующими колесно-приводными. Они также обеспечивают возможность сравнения технических характеристик, прогноза создания семейства нового типа машин для различных областей использования.

Технический подход и методология исследования в настоящей работе КШД нового типа соответствуют общепринятым в мировой практике с использованием как математических подходов к моделированию движения, так и компьютерного моделирования с использованием широко признанных и используемых пакетов компьютерной механики ADAMS и VisualNASTRAN [3]. Полученные результаты моделирования и численных исследований на их основе позволяют вплотную подойти к созданию опытных образцов, которые отвечают требованиям, предъявляемым к таким машинам.

Колесно-шагающий режим потенциально имеет в себе значительно больше возможностей для эффективного передвижения. В общем случае колесно-шагающий режим осуществляется так, что все колеса в определенной последовательности то перемещаются вперед относительно корпуса машины с помощью механизмов шагания (этап переноса), то становятся упором на опорной поверхности (этап отталкивания) для перемещения с помощью механизмов шагания корпуса машины вперед по направлению движения. Это общая характеристика способа передвижения, основные же детали этого способа передвижения, влияющие на его эффективность, заключаются в следующем:

1.Способ переноса колеса (с разгрузкой переносимого колеса от веса машины, с частичной разгрузкой от веса машины и без разгрузки от веса машины); без разгрузки или с частичной разгрузкой осуществляется колесно-шагающий режим.

2.Состояние переносимого колеса (приведенное во вращение и толкаемое механизмом шагания, пассивное и толкаемое механизмом шагания, приведенное во вращение с пассивным механизмом шагания); рассматривается колесо, которое находится во втором состоянии.

3.Состояние отталкиваемого колеса (невращающееся, заблокированное, и приведенное во вращение); рассматривается первый вариант.

4.Способ перемещения корпуса машины (непрерывные и прерывные походки).

5.Порядок перемещения колес (равномерная, фазная или однофазная походка).

6.Последовательность перемещения колес (прямая или обратная последовательность, которая определяет режим движения след в след, когда каждое последующее колесо в конце этапа переноса устанавливается в то место на опорной поверхности, с которого оттолкнулось предыдущее колесо).

7.Параметры шагания (определяются по совмещенной траекторной диаграмме опор механизмов шагания, образованной совмещением проекций номинальных траекторий опор каждого механизма шагания на продольную плоскость машины с фиксацией их положений в данный момент времени).

Исследование кинематики и динамики КШД с использованием компьютерных моделей включает анализ прямолинейного и криволинейного движения по горизонтальной и наклонной поверхностям, процесса преодоления КШД различных препятствий и т. п. На основе построенных ранее компьютерных моделей рассмотрены некоторые наиболее часто встречающиеся на практике случаи перемещения КШД, а также условия нарушения устойчивого перемещения и надежной стоянки колесно-шагающей машины на склонах без опрокидывания и сползания.

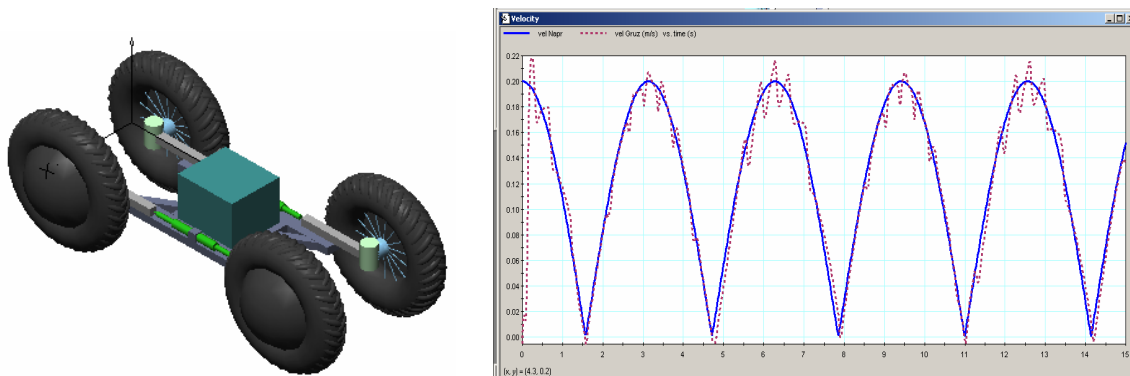


Рис. 1. Компьютерная модель КШД для исследований в VisualNastran

На рис. 1 представлена разновидность компьютерной модели КШМ, построенной в пакете VisualNastran, и пример расчета скорости составляющих элементов модели. Отличие настоящей модели по сравнению с [1] заключается лишь в отображении колес, которые и в данном случае являются жесткими. График на рис. 1 отображает зависимости модуля скорости движения направляющих относительно корпуса (сплошная линия) и скорости движения центра груза (пунктирная линия) от времени. По разнице значений на этих двух графиках можно оценить скорость проскальзывания колес относительно дороги в каждый момент времени.

Сравнение приведенных графиков с результатами численного анализа поведения аналогичной конструкции КШМ из аналогичного эксперимента в пакете Adams (рис. 2) приводит к выводу о том, что результаты моделирования практически совпадают, хотя в самих компьютерных моделях (механизмов торможения колес) имеются различия. Небольшое различие результатов компьютерного моделирования связано с особенностями моделей конструкций тормозов. В пакете VisualNastran по этой причине на графиках изменения скорости отсутствуют пики в начальной фазе торможения колеса, т. к. здесь колесо останавливается мгновенно после изменения направления движения направляющих. В пакете Adams колесо имеет возможность немного проворачиваться (откатываться) вплоть до момента зацепления собачки храпового механизма торможения с соответствующим зубом на колесе.

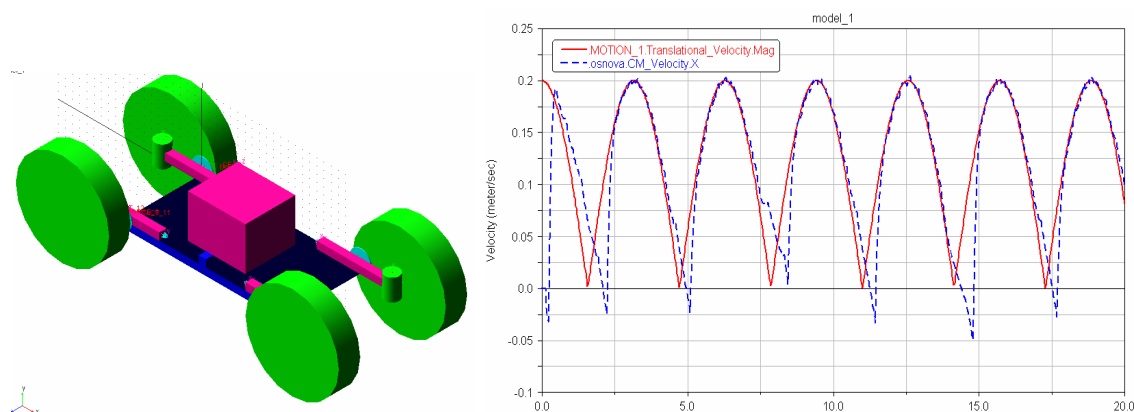


Рис. 2. Компьютерная модель КШД для исследований в ADAMS

На рис. 2 представлена разновидность компьютерной модели КШД, построенной в пакете Adams, и пример расчета скорости составляющих элементов модели. В отличие от модели в VisualNastran (рис. 1) здесь изображение колес полностью соответствует их жесткому варианту. Также приведены графики модуля скорости движения направляющих относительно корпуса (сплошная линия) и скорости движения центра тяжести механизма КШД (пунктирная линия) как функции времени. По разнице этих двух графиков можно оценить скорость проскальзывания колес относительно дороги в любой из исследуемых моментов времени.

Исследованы также следующие виды перемещения КШД:

- прямолинейного движения методом попарного шагания передними и задними осями
- прямолинейного движения методом поочередного затормаживания колес по левому и правому борту
- моделирование поворота двумя способами

- преодоления препятствий одним и двумя колесами одновременно
- движения на гору и спуск вниз с горы.

Важнейшей характеристикой машин является ее устойчивость к боковому опрокидыванию. Этот процесс важно моделировать как в статическом состоянии при различной ориентации КШД на склоне, так и в процессе движения машины под углом к склону. В работе проведено исследование движения КШД на склоне под различными углами пересечения.

Итак, в настоящей работе предложены научно-методические основы для исследования показателей проходимости КШД и возможностей организации наиболее эффективного передвижения, проведено исследование влияния различных факторов на кинематику и тягово-сцепных свойств. Проведено моделирование поворотливости и криволинейного движения, исследование статики, кинематики, устойчивости движения и динамики КШД при различных видах нагрузки и в различных условиях эксплуатации, сравнительный анализ результатов исследования, полученных с использованием различных пакетов компьютерной механики.

#### Литература

1. *Zhuravkov M., Gromyko O., Glyakov S., Gromyko A.* Computer analysis of wheel-stepping transport machines // International Conference Mining Techniques 2007, Krynica: Department of Mining, Dressing and Transporting Machines, Faculty of Mechanical Engineering and Robotics, UNIVERSITY of MINING and METALLURGY, Poland, Kraków.
2. *Добролюбов А.И.* Колесно-шаговый способ движения транспортно-тяговых устройств // Подъемно-транспортная техника и склады. М. 1989. №1. С. 53-54.
3. *Гляков С.А., Громыко О.В., Журавков М.А., Медведев Д.Г.* Компьютерная механика: кинематический и динамический анализ / Под ред. М.А. Журавкова. Мн. БГУ. 2006. 375 с.



# НОРМАЛЬНАЯ ФОРМА ДОМИНАНТНО-ПОРОГОВОГО ГРАФА

О.В. Максимович

В данной работе для доминантно-пороговых графов вводится новый тип декомпозиции – нормальная форма доминантно-порогового графа. Доказана однозначность нормальной формы и на этой основе разработан линейный по времени алгоритм, строящий для доминантно-порогового графа его нормальную форму. Также доказано, что доминантно-пороговые графы с совпадающими степенями вершин изоморфны.

Граф  $G$  с множеством вершин  $VG$  называется доминантно-пороговым, если существуют неотрицательная вещественнозначная функция  $w : VG \rightarrow \mathbb{R}_+$  и число  $\theta \in \mathbb{R}_+$  такие что  $\sum_{v \in U} w(v) \geq \theta$ , если и только если  $U$  –

доминирующее подмножество вершин графа  $G$  [1]. Класс доминантно-пороговых графов является ближайшим расширением широко известного и важного класса пороговых графов [2]. Оба эти класса графов и некоторые их применения детально описаны в монографии [3]. Цитируемые ниже свойства пороговых и доминантно-пороговых графов взяты из этой книги.

Пусть

$$A = \{K_n \mid n = 1, 2, \dots\}, B = \{O_n \mid n = 1, 2, \dots\}, C = \{J_{2n} \mid n = 1, 2, \dots\}.$$

Здесь  $K_n$  и  $O_n$  – полный и пустой  $n$ -вершинные графы соответственно,  $J_{2n} = \overline{nK_2}$  – дополнительный граф к совершенному паросочетанию  $nK_2$ .

Положим  $S = A \cup B \cup C$ . Элементы множества  $S$  назовем b-боксами (building boxes). Выделим три разных типа b-боксов:  $A$ -боксы – элементы множества  $A$ ,  $B$ - и  $C$ -боксы – элементы множества  $B$  и, соответственно, множества  $C$ . b-боксы разных типов будем различать, даже если они совпадают как графы. Например,  $O_2$  и  $J_2$  – различные b-боксы.

Напомним две известные теоретико-графовые операции:  $\cup$  и  $\oplus$ . Пусть  $G_i = (V_i, E_i)$ ,  $i = 1, 2$  – два графа и  $V_1 \cap V_2 = \emptyset$ .

Дизъюнктым объединением графов  $G_1$  и  $G_2$  называется граф  $G_1 \cup G_2 = (V, E)$ , где  $V = V_1 \cup V_2$ ,  $E = E_1 \cup E_2$ .

Соединением графов  $G_1$  и  $G_2$  называется граф  $G_1 \oplus G_2 = G_1 \cup G_2 + \{uv : u \in V_1, v \in V_2\}$ ,

к дизъюнктному объединению  $G_1 \cup G_2$  добавляются все ребра полного двудольного графа с долями  $V_1$  и  $V_2$ .

Теперь определим произведение конечной последовательности  $b$ -боксов. Для  $b$ -бокса  $D$  и произвольного графа  $G$  положим

$$D \circ G = \begin{cases} D \oplus G, & \text{если } D \text{ является } A\text{- или } C\text{-боксом;} \\ D \cup G, & \text{для } B\text{-бокса } D. \end{cases} \quad (1)$$

Произведение  $D_1 \circ D_2$  также определим формулой (1), считая  $D_2$  просто графом. Для  $p \geq 3$  положим

$$D_1 \circ D_2 \circ \dots \circ D_p = D_1 \circ (D_2 \circ \dots \circ D_p). \quad (2)$$

Формулы (1) и (2) означают, что для любых  $p \geq 1$   $b$ -боксов  $D_i$

$$D_1 \circ D_2 \circ \dots \circ D_p = D_1 \circ (D_2 \circ (\dots (D_{p-1} \circ D_p) \dots)). \quad (3)$$

В [3] (и независимо в [4]) доказана следующая

**Теорема 1** (в другой терминологии).

Граф  $G$  является доминантно-пороговым, если и только если он может быть представлен в виде произведения

$$G = D_1 \circ D_2 \circ \dots \circ D_p \quad (4)$$

произвольных  $b$ -боксов.

Граф  $G$  является пороговым, если и только если он может быть представлен в виде произведения (4)  $A$ - или  $B$ -боксов.

*Замечание.* Из определения умножения боксов очевидно вытекает, что в формуле (4) последний сомножитель  $D_p$  фигурирует как простой граф, а не как бокс. Поэтому, например,  $D_p = J_2$  и  $D_p = O_2$  совпадают как графы.

Разложения графа на  $b$ -боксы, получающиеся одно из другого только перестановками  $b$ -боксов, описанными в пункте 1, не будем различать. Добавим еще, что произведение  $b$ -боксов одного типа является  $b$ -боксом того же типа.

Представление графа  $G$  в виде произведения  $b$ -боксов (4) назовем нормальной формой, если оно удовлетворяет следующим условиям 1–3:

1. типы любых двух соседних  $b$ -боксов  $D_i, D_{i+1}$  различны;
2. если ни один из  $b$ -боксов  $D_i, D_{i+1}$  не есть  $B$ -бокс, то  $D_i$  является  $A$ -боксом, а  $D_{i+1}$  -  $C$ -боксом;
3. если  $D_i, D_{i+k}$  -  $b$ -боксы типа  $B$ ,  $k > 1$  и каждый из промежуточных  $b$ -боксов  $D_j$  имеет тип  $A$  или  $C$ , то  $k \leq 3$ .

**Утверждение 1** [3]. В каждом пороговом графе есть либо изолированная, либо доминирующая вершина.

**Утверждение 2** [3]. В каждом  $n$ -вершинном доминантно-пороговом графе есть либо изолированная вершина, либо доминирующая вершина, либо вершина степени  $n - 2$ .

**Утверждение 3** [3]. Индуцированный подграф порогового (доминантно-порогового) графа также является пороковым (доминантно-пороковым).

Из этих утверждений и теоремы 1 непосредственно вытекает следующая

**Теорема 2.** Для каждого доминантно-порогового графа существует нормальная форма.

Добавим еще несколько определений.

Степенная последовательность графа  $G$  – это список степеней его вершин:

$$d = (d_1, \dots, d_n), \quad d_i = \deg v_i, \quad \{v_1, \dots, v_n\} = VG. \quad (5)$$

Графическая последовательность  $d$  – это степенная последовательность некоторого графа (реализации последовательности  $d$ ). Графическая последовательность называется потенциально  $P$ -графической (для фиксированного свойства  $P$ ), если существует ее реализация, имеющая свойство  $P$ .

**Теорема 3.** Нормальная форма доминантно-порогового графа определена однозначно.

**Теорема 4.** Для каждой потенциально доминантно-пороговой последовательности существует единственная (с точностью до изоморфизма) доминантно-пороговая реализация.

*Доказательство теорем 3 и 4.* Пусть (5) – потенциально доминантно-пороговая последовательность, удобно считать ее невозрастающей. Перепишем последовательность  $d$  в виде  $d = (c_1^{m_1}, \dots, c_k^{m_k})$ , где  $m_i$  – число вершин степени  $c_i$  и  $c_{i+1} < c_i$ . Положив  $C_i = (c_i^{m_i})$ , получим разложение последовательности  $d$  на боксы (или боксовую форму последовательности  $d$ )

$$d = (C_1, C_2, \dots, C_k) \quad (6)$$

Разложению (6) соответствует разбиение  $(V_1, V_2, \dots, V_k)$  множества вершин  $VG$  на боксы, где  $V_i$  – множество вершин степени  $c_i$ . Порожденные этими боксами подграфы  $G(V_i)$  обозначим  $G_i, i = 1, \dots, k$ .

Пусть теперь  $G$  – произвольная доминантно-пороговая реализация последовательности  $d$ , а (4) – нормальная форма графа  $G$ . Попробуем с помощью последовательности  $d$  восстановить  $b$ -бокс  $D_1$  этого разложения.

Это  $b$ -бокс, который в процессе «сборки» графа  $G$  по формуле (3) добавлялся в последнюю очередь.

**Лемма.** Если  $c_k = 0$ , то  $D_1 = G_k = O_{m_k}$ . Иначе  $D_1 = G_1 = K_{m_1}$ , если  $c_1 = n - 1$ , либо  $D_1 = J_{m_1}$  если  $c_1 = n - 2$  всегда, кроме ситуации, когда в последовательности (6) более одного бокса,  $c_1 = n - 2$  и  $0 < c_k < m_1$ . В этой ситуации в графе  $G$  есть только одна вершина  $a$  минимальной степени и  $D_1$  совпадает с окружением  $N(a)$  этой вершины в графе  $G$ . Кроме того  $D_1 = J_{2l}$ , где  $l = c_k$ ;  $D_2 = O_1 = G(\{a\})$ ;  $D_3 = K_p$ , где  $p = m_1 - c_k$ . Таким образом,  $C_1 = V(D_1 \cup D_3)$ ,  $G_1 = D_1 \circ D_3$ , а нормальная форма (4) имеет вид:

$$G = J_{c_k} \circ O_1 \circ K_{m_1 - c_k} \circ \dots$$

Утверждения обеих теорем просто вытекают из леммы. В предыдущих обозначениях имеем следующее. Первый  $b$ -бокс  $D_1$  графа  $G$  однозначно определяется этим графом, а, следовательно, по индукции и все остальные. Таким образом, теорема 3 доказана.

Пусть теперь  $G'$  - еще одна доминантно-пороговая реализация последовательности  $d$  и  $G' = D'_1 \circ \dots \circ D'_{p'}$ . В силу леммы,  $b$ -боксы  $D_i$  и  $D'_i$  изоморфны, а изоморфизм графов  $G$  и  $G'$  получается как произведение изоморфизмов  $b$ -боксов. Теорема 4 доказана.

На основе теорем 3 и 4 разработан алгоритм, строящий для произвольного графа его нормальную форму за линейное время. Эта форма оказалась удобной и для некоторых алгоритмических задач (например задачи «Гамильтонова цепь» и « $L(2, 1)$ -раскраска», являющиеся в общем случае NP-полными [5]).

Также из теоремы 4 вытекает, что любой граф, априори являющийся доминантно-пороговым, определяется степенями своих вершин (хотя, в отличие от пороговых графов, не обязан быть униграфом).

Работа выполнена в БГУ в рамках Государственной программы фундаментальных исследований «Математические модели» (2006–2010 гг.).

### Литература

1. Benzaken C., Hammer P.L. Linear Separation of Dominating Sets in Graphs // Annals of Discrete Math., 1978. Vol. 3. P. 1–10.
2. Chvatal V., Hammer P. L. Research Report CORR 73-21, University Waterloo, 1973.
3. Mahadev N.V.R., Peled U.N. Threshold Graphs and Related Topics. Elsevier, 1995.
4. Тышкевич Р. И., Черняк А.А. Декомпозиция графов // Кибернетика, 1985. № 2. С. 67–74.
5. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительная математика и труднорешаемые задачи. М., 1982.

# ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ НЕРАВЕНСТВО СИЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ ГУРСА ДЛЯ ПОЛНОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПЕРЕМЕННЫМИ ОБЛАСТЯМИ

А. В. Мотевич

Задача Гурса для неполного гиперболического дифференциально-операторного уравнения второго порядка с постоянными областями определения изучалась в [1]. В данной работе выведено энергетическое неравенство сильных решений задачи Гурса в случае полных уравнений и переменных областей определения операторных коэффициентов.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть  $\mathfrak{S} = ]0, T_1[ \times ]0, T_2[$  – ограниченный прямоугольник на плоскости  $R^2$  переменных  $t = \{t_1, t_2\}$  и  $H$  – гильбертово пространство со скалярным произведением  $(\cdot, \cdot)$  и нормой  $|\cdot|$ . Рассмотрим в  $\mathfrak{S}$  уравнение

$$\mathcal{L}(t)u \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial t_1 \partial t_2} + A_1(t) \frac{\partial u}{\partial t_1} + A_2(t) \frac{\partial u}{\partial t_2} + A(t)u = f(t), \quad (1)$$

с условиями Гурса

$$l_1 u \equiv u|_{t_2=0} = \varphi_1(t_1), \quad l_2 u \equiv u|_{t_1=0} = \varphi_2(t_2), \quad (2)$$

где  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – функции соответственно переменных  $t_1 \in ]0, T_1[$  и  $t_2 \in ]0, T_2[$  со значениями в  $H$ , удовлетворяющие условию согласования

$$\varphi_1(0) = \varphi_2(0). \quad (3)$$

Здесь  $u$  и  $f$  – функции двумерной переменной  $t$  со значениями в  $H$ ,  $A(t)$ ,  $A_i(t)$  – линейные, неограниченные операторы в  $H$  с зависящими от  $t$  соответственно областями определения  $D(A(t))$ ,  $D(A_i(t))$ ,  $i = 1, 2$ . Предполагается, что операторы этого уравнения удовлетворяют следующим условиям.

I. При каждом  $t \in \mathfrak{S}$  операторы  $A(t)$  на  $D(A(t))$  самосопряжены и положительно определены в  $H$ .

II. В  $H$  при каждом  $t \in \mathfrak{S}$  обратные операторы  $A^{-1}(t) \in L_\infty(\mathfrak{S}, L(H))$  операторов  $A(t)$  сильно непрерывны по  $t$ , имеют сильные частные производные  $\partial A^{-1}(t) / \partial t_i \in L_\infty(\mathfrak{S}, L(H))$ ,  $i = 1, 2$ , такие, что

$$-\left((\partial A^{-1}(t)/\partial t_i)g, g\right) \leq c_2 \left(A^{-1}(t)g, g\right) \quad \forall g \in H, \quad c_2 \geq 0, \quad i=1, 2. \quad (4)$$

III. При каждом  $t \in \mathfrak{T}$  операторы  $A_i(t)$  подчинены квадратному корню  $A^{1/2}(t)$  с областями определения  $D(A^{1/2}(t))$  операторов  $A(t)$ , т.е.  $|A_i(t)w| \leq c_{i+2} |A^{1/2}(t)w| \quad \forall w \in D(A^{1/2}(t)), \quad c_{i+2} > 0, \quad i=1, 2$ , и для них имеет место оценка

$$-\operatorname{Re}((A_1(t)v_1 + A_2(t)v_2, v_1 + v_2)) \leq c_5(|v_1|^2 + |v_2|^2) \quad \forall v_1, v_2 \in H, \quad c_5 \geq 0. \quad (5)$$

Выведем энергетическое неравенство решений этой задачи Гурса.

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ

Задаче Гурса (1) – (3) соответствует линейный неограниченный оператор  $L = \{L(t), l_1, l_2\} : E \supset D(L) \rightarrow F$ , действующий из гильбертова пространства  $E$ , полученного замыканием множества

$$D(L) = \left\{ u \in \mathcal{H} = L_2(\mathfrak{T}, H) : u(t) \in D(A(t)), t \in \mathfrak{T}; \frac{\partial^2 u}{\partial t_1 \partial t_2}, \frac{\partial u}{\partial t_i}, A_i(t) \frac{\partial u}{\partial t_i}, A(t) \in \mathcal{H}, i=1, 2 \right\}$$

по эрмитовой норме  $\|u\|_E = \left[ \sum_{i=1}^2 \int_{\mathfrak{T}} (T_i - t_i) \left( \left| \frac{\partial u}{\partial t_i} \right|^2 + |A^{1/2}(t)u|^2 \right) dt \right]^{1/2}$ ,

в банахово пространство  $F = \mathcal{H}_\gamma \times H_1 \times H_2$  всех элементов  $\Phi = \{f, \varphi_1, \varphi_2\}$  с нормой  $\|\Phi\|_F = (\|f(t)\|_\gamma^2 + \|\varphi_1\|_1^2 + \|\varphi_2\|_2^2)^{1/2}$ . Здесь банаховы пространства  $\mathcal{H}_\gamma$  – замыкание множества  $\mathcal{H}$  по норме

$$\|f(t)\|_\gamma = \left( \int_{\mathfrak{T}} \gamma(t) |f(t)|^2 dt \right)^{1/2} \quad \text{и} \quad H_i - \text{замыкания множеств}$$

$$\{u \in D(L) : u(t)|_{t_j=0} = 0\} \quad \text{по нормам}$$

$$\|u\|_i = \left( \int_0^{T_i} \left( \left| \frac{\partial u}{\partial t_i} \right|^2 + |A^{1/2}(t)u|^2 \right) dt_i \right)^{1/2}, \quad j \neq i, \quad i=1, 2.$$

Стандартным образом доказывается, что в предположении условия I и плотности множества

$$D^*(L) = \{u \in D(L) : u(t) \in D(A_i^*(t)), t \in \mathfrak{T}, i=1,2\},$$

где  $A_i^*(t)$  – сопряженные операторы операторов  $A_i(t)$  в  $H$ , в  $\mathcal{H}$  оператор  $L$  допускает замыкание  $\bar{L} = \{\bar{L}(t), l_1, l_2\} : E \supset D(\bar{L}) \rightarrow F$ .

Решения  $u \in D(\bar{L})$  операторного уравнения  $\bar{L}u = \Phi$ ,  $\Phi = (f, \varphi_1, \varphi_2) \in F$ , называются сильными решениями задачи Гурса (1)–(3).

### 3. ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ НЕРАВЕНСТВО СИЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ

**Теорема.** Пусть выполняются условия I – III и множество  $D^*(L)$  плотно в  $\mathcal{H}$ . Тогда существует постоянная  $c_6 > 0$  такая, что

$$\|u\|_E^2 \leq c_6 \|\bar{L}u\|_F^2 \quad \forall u \in D(\bar{L}). \quad (6)$$

*Доказательство.* Умножаем (1) скалярно в  $\mathcal{H}$  на  $e^{\theta(t)}\gamma(t)\left(\frac{\partial u}{\partial t_1} + \frac{\partial u}{\partial t_2}\right)$ , где  $\gamma(t) = (T_1 - t_1)(T_2 - t_2)$ ,  $\theta(t) = c(\tau_1 - t_1 + \tau_2 - t_2)$ ,  $c \geq 0$ , и получаем

$$\begin{aligned} \int_{\mathfrak{T}} \left( \mathcal{L}(t)u, e^{\theta}\gamma(t) \left( \frac{\partial u}{\partial t_1} + \frac{\partial u}{\partial t_2} \right) \right) dt &= \int_{\mathfrak{T}} e^{\theta}\gamma(t) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t_1 \partial t_2}, \frac{\partial u}{\partial t_1} \right) dt + \\ \int_{\mathfrak{T}} e^{\theta}\gamma(t) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t_1 \partial t_2}, \frac{\partial u}{\partial t_2} \right) dt &+ \int_{\mathfrak{T}} e^{\theta}\gamma(t) \left( A(t)u, \frac{\partial u}{\partial t_1} \right) dt + \int_{\mathfrak{T}} e^{\theta}\gamma(t) \left( A(t)u, \frac{\partial u}{\partial t_2} \right) dt + \\ + \int_{\mathfrak{T}} e^{\theta}\gamma(t) \left( A_1(t) \frac{\partial u}{\partial t_1} + A_2(t) \frac{\partial u}{\partial t_2}, \frac{\partial u}{\partial t_1} + \frac{\partial u}{\partial t_2} \right) dt &\quad \forall u \in D(L). \end{aligned} \quad (7)$$

В первых двух интегралах правой части (7) интегрируем по частям

$$\begin{aligned} \text{по } t_i \int_{\mathfrak{T}} e^{\theta} (T_i - t_i) \left| \frac{\partial u}{\partial t_i} \right|^2 dt &= 2 \operatorname{Re} \int_{\mathfrak{T}} e^{\theta}\gamma(t) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t_1 \partial t_2}, \frac{\partial u}{\partial t_i} \right) dt + \\ + T_j \int_0^{T_i} e^{\theta} (T_i - t_i) \left| \frac{\partial u}{\partial t_i} \right|^2 dt_i - c \int_{\mathfrak{T}} e^{\theta}\gamma(t) \left| \frac{\partial u}{\partial t_i} \right|^2 dt, &j \neq i, i=1,2. \end{aligned}$$

Для следующих двух интегралов правой части (7) применяются сглаживающие операторы  $A_{\varepsilon}^{-1}(t) = (I + \varepsilon A(t))^{-1}$ ,  $\varepsilon > 0$ , со значениями в

$D(A(t))$  и следующими свойствами из [2]: 1).  $|A_\varepsilon^{-1}(t)v - v| \rightarrow 0 \quad \forall v \in H$  при  $\varepsilon \rightarrow 0$ ; 2). Сильные производные  $\partial A_\varepsilon^{-1}(t) / \partial t_i \in L_\infty(H, L(H))$ ,  $\varepsilon > 0$ , и  $\partial A_\varepsilon^{-1}(t) / \partial t_i = \varepsilon A(t) A_\varepsilon^{-1}(t) \partial A(t)^{-1} / \partial t_i A(t) A_\varepsilon^{-1}(t)$ ,  $i = 1, 2$ .

Интегрируя один раз по  $t_i$  и применяя оценку (4), находим

$$\int_{\mathfrak{Z}} e^\theta (T_j - t_j) \left( A(t) A_\varepsilon^{-1}(t) u, u \right) dt \leq 2 \operatorname{Re} \int_{\mathfrak{Z}} e^\theta \gamma(t) \left( A(t) A_\varepsilon^{-1}(t) u, \frac{\partial u}{\partial t_i} \right) dt +$$

$$+ T_i \int_0^{T_j} e^\theta (T_j - t_j) \left( A(t) A_\varepsilon^{-1}(t) u, u \right) \Big|_{t_i=0} dt_j + (c_2 - c) \int_{\mathfrak{Z}} e^\theta \gamma(t) \left( A(t) A_\varepsilon^{-1}(t) u, u \right) dt.$$

Устремляем здесь  $\varepsilon \rightarrow 0$  и приходим к неравенствам

$$\int_{\mathfrak{Z}} e^\theta (T_j - t_j) \left| A^{1/2}(t) u \right|^2 dt \leq 2 \operatorname{Re} \int_{\mathfrak{Z}} e^\theta \gamma(t) \left( A(t) u, \frac{\partial u}{\partial t_i} \right) dt +$$

$$+ T_i \int_0^{T_j} e^\theta (T_j - t_j) \left| A^{1/2}(t) u \right|^2 \Big|_{t_i=0} dt_j + (c_2 - c) \int_{\mathfrak{Z}} e^\theta \gamma(t) \left| A^{1/2}(t) u \right|^2 dt, \quad j \neq i, i = 1, 2.$$

В силу оценки (5) последний интеграл правой части (7) удовлетворяет неравенству

$$- \operatorname{Re} \int_{\mathfrak{Z}} e^\theta \gamma(t) \left( A_1(t) \frac{\partial u}{\partial t_1} + A_2(t) \frac{\partial u}{\partial t_2}, \frac{\partial u}{\partial t_1} + \frac{\partial u}{\partial t_2} \right) dt \leq c_5 \int_{\mathfrak{Z}} e^\theta \gamma(t) \left( \left| \frac{\partial u}{\partial t_1} \right|^2 + \left| \frac{\partial u}{\partial t_2} \right|^2 \right) dt.$$

Складывая полученные выражения для интегралов правой части равенства (7) и применяя неравенство Коши-Буняковского и элементарные оценки, получаем неравенство (6) для гладких решений  $u \in D(L)$  задачи Гурса с постоянной  $c_6 = e^{c_7(T_1+T_2)} \max\{T_1, T_2\}$ ,  $c_7 = \max\{c_2, 2 + 2c_5\}$ . Затем эта оценка предельным переходом распространяется на все сильные решения  $u \in D(\bar{L})$ .

*Замечание.* Утверждение теоремы 1 (возможно с большей постоянной  $c_7$ ) имеет место для уравнений с младшей частью

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t_1 \partial t_2} + \sum_{i=1}^2 A_i(t) \frac{\partial u}{\partial t_i} + A(t) u + \sum_{i=1}^2 B_i(t) \frac{\partial u}{\partial t_i} + B(t) u = f(t),$$



если операторы  $B_i(t)$ ,  $i=1,2$ , ограничены в  $H$  и  $B(t)$  подчинены операторам  $A^{1/2}(t)$ , т.е.  $|B(t)w| \leq c_8 |A^{1/2}(t)w| \quad \forall w \in D(A(t))$ ,  $c_8 > 0$ .

### Литература

1. Бриш Н.И., Юрчук Н.И. Задача Гурса для абстрактных линейных дифференциальных уравнений второго порядка. // Дифференц. уравнения. 1971. Т. 7, №6. С. 1017-1030.
2. Ломовцев Ф.Е. Гиперболические дифференциально-операторные уравнения второго порядка с переменными областями определения гладких операторных коэффициентов // Докл. НАН РБ. 2001. Т.45, №1. с. 34-37.

## ПСЕЎДААДВАРОТНЫЯ МАТРЫЦЫ І ІХ ПРЫМЯНЕННІ

Д. А. Навічкова

Няхай  $A$  – рэчаісная матрыца памеру  $\infty \times \infty$ . Па аналогіі з [1] рэчаісную матрыцу  $A^+$  памеру  $\infty \times \infty$  назовем псеўдаадваротнай да матрыцы  $A$ , калі выконваюцца роўнасці:

$$\begin{aligned} AA^+A &= A \\ A^+ &= UA^* = A^*V, \end{aligned}$$

дзе  $U$  і  $V$  – некаторыя рэчаісныя матрыцы памеру  $\infty \times \infty$ .

Няхай  $A$  – рэчаісная матрыца памеру  $\infty \times \infty$ , канечнага рангу  $n$ , слупкі якой належаць  $l_2$ . Разгледзім шкільтавы расклад матрыцы  $A$  у здабытак матрыц  $B$  і  $C$ , якія маюць памеры  $\infty \times n$  і  $n \times \infty$  адпаведна:

$$A = BC = \begin{pmatrix} b_{11} & \dots & b_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{k1} & \dots & b_{kn} \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{11} & \dots & c_{1k} \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & \dots & c_{nk} \dots \end{pmatrix},$$

прычым слупкамі матрыцы  $B$  з'яўляюцца любыя  $n$  лінейна незалежных слупкоў матрыцы  $A$  ці любыя  $n$  лінейна незалежных слупкоў, праз якія лінейна выражаюцца слупкі матрыцы  $A$ . Тады адвольны  $j$ -ы слупок матрыцы  $A$  будзе лінейнай камбінацыяй слупкоў матрыцы  $B$  з каэфіцыентамі  $c_{1j}$ ,  $c_{2j}$ , ...,  $c_{nj}$ . Гэтыя каэфіцыенты і ўтвараюць  $j$ -ы слупок матрыцы  $C$  ( $j=1, 2, \dots$ ). Прычым радкі матрыцы  $C$  павінны належаць  $l_2$ . Неабходна, каб  $\det(B^*B) \neq 0$  і  $\det(CC^*) \neq 0$ . Псеўдаадваротныя матрыцы  $B^+$  і  $C^+$  для матрыц  $B$  і  $C$  адпаведна вызначаюцца наступным чынам:

$$B^+ = (B^* B)^{-1} B^*$$

$$C^+ = C^* (C C^*)^{-1}.$$

Тады для матрыцы  $A$  існуе псеўдаадваротная матрыца  $A^+$ , якая вызначаецца па формуле:

$$A^+ = C^+ B^+ = C^* (C C^*)^{-1} (B^* B)^{-1} B^*.$$

Пры гэтым існаванне элементаў вышэйпрыведзеных матрыц забяспечваецца прыналежнасцю слупкоў матрыцы  $B$  і радкоў матрыцы  $C$  да  $l_2$ .

Разгледзім адвольную сістэму лінейных раўнанняў у матрычным выглядзе:

$$Ax = y, (1)$$

дзе  $A=(a_{ij})$  – рэчаісная матрыца памеру  $\infty \times \infty$ , канечнага рангу  $n$ , слупкі якой належаць  $l_2$ . Рашэнне дадзенай сістэмы шукаем у  $l_2$ . Пазначым

$$x^T = (x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_k \quad \dots), \quad y^T = (y_1 \quad y_2 \quad \dots \quad y_k \quad \dots).$$

Слупок

$$x^0 = \begin{pmatrix} x_1^0 \\ x_2^0 \\ \dots \\ x_k^0 \\ \dots \end{pmatrix}$$

завецца найлепшым набліжаным рашэннем сістэмы (1), калі пры

$$x_1 = x_1^0, \quad x_2 = x_2^0, \quad \dots, \quad x_k = x_k^0, \quad \dots$$

«квадратовае адхіленне»

$$|y - Ax|^2 = \sum_{i=1}^{\infty} |y_i - \sum_{k=1}^{\infty} a_{ik} x_k|^2$$

дасягае свайго найменшага значэння і сярод усіх слупкоў  $x$ , для якіх гэта адхіленне мае мінімальнае значэнне, слупок  $x^0$  мае найменшую «даўжыню», г.зн. для гэтага слупка велічыня

$$|x|^2 = \sum_{k=1}^{\infty} x_k^2$$

мае найменшае значэнне.

**Тэарэма.** Калі матрыца  $A$  задавальняе ўсім вышэйазначаным умовам для існавання псеўдаадваротнай матрыцы  $A^+$ , то найлепшае набліжанае рашэнне сістэмы (1) можна знайсці па формуле:

$$x^0 = A^+ y, (2)$$

дзе  $A^+$  – псеўдаадваротная матрыца для матрыцы  $A$ .

Няхай рэчаісная матрыца  $A$  памерамі  $\infty \times \infty$  мае блокавае ўяўленне:

$$A = \begin{pmatrix} \tilde{A}_{n \times n} & B_{n \times \infty} \\ C_{\infty \times n} & D_{\infty \times \infty} \end{pmatrix},$$

дзе  $\tilde{A}$  – квадратная незвыродная матрыца, ранг матрыцы  $A$  супадае з рангам матрыцы  $\tilde{A}$ , радкі матрыцы  $B$  і слупкі матрыцы  $C$  належаць  $l_2$ ,

$$\det((\tilde{A} \ B)(\tilde{A} \ B)^*) \neq 0, \det\left(\begin{pmatrix} \tilde{A} \\ C \end{pmatrix}^* \begin{pmatrix} \tilde{A} \\ C \end{pmatrix}\right) \neq 0.$$

Тады псеўдаадваротную матрыцу  $A^+$  для матрыцы  $A$  можна знайсці па формуле:

$$A^+ = \begin{pmatrix} \tilde{A}^* \\ B^* \end{pmatrix} K (\tilde{A}^* \ C^*),$$

дзе

$$K = (\tilde{A}\tilde{A}^* + BB^*)^{-1} \tilde{A}(\tilde{A}^*\tilde{A} + C^*C)^{-1}.$$

Існаванне элементаў гэтых матрыц забяспечваецца прыналежнасцю слупкоў матрыцы  $C$  і радкоў матрыцы  $B$  да  $l_2$ . Калі на матрыцу  $A$  удадзят накласці ўмову, што яе слупкі належаць  $l_2$ , то найлепшае набліжанае рашэнне сістэмы (1) можна таксама знайсці па формуле (2).

*Заўвага.*

- У агульным выпадку псеўдаадваротная матрыца  $A^+$  не з'яўляецца левабаковай ці правабаковай адваротнай для матрыцы  $A$ , а менавіта:

$$A^+ \neq {}^{-1}A, \ A^+ \neq A^{-1}.$$

- Калі для матрыцы  $A$  існуюць дзельнікі нуля, псеўдаадваротная матрыца  $A^+$  вызначаецца не адзіным чынам, а з дакладнасцю да дзельнікаў нуля. Гэта значыць, што  $A^+ + A^0$  і  $A^+ + {}^0A$  таксама з'яўляюцца псеўдаадваротнымі для матрыцы  $A$ . У сваю чаргу найлепшае набліжанае рашэнне сістэмы (1) таксама вызначаецца не адзіным чынам.

### Літаратура

3. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц / Моск. ФИЗМАТЛИТ, 2004. 5-е изд.

## ТЕОРЕМА КУРАТОВСКОГО-ДУГУНДЖИ ДЛЯ ПРОСТРАНСТВ С ФИЛЬТРАЦИЯМИ

З. Н. Силаева

Целью статьи является обобщение на категорию пространств с фильтрациями известной теоремы Куратовского-Дугунджи о продолжении отображения в метрическое пространство, удовлетворяющее свойству локальной связности. Теорема, которая будет доказана в статье, дает достаточные условия существования глобального продолжения отображений, сохраняющих фильтрации пространств (  $\alpha$ -отображений). На ее основе может быть доказана теорема о существовании окрестностного продолжения  $\alpha$ -отображений, а также характеристическая теорема для конечномерных  $\alpha$ -ANE-пространств.

*Определение.* Пусть  $Y$  –  $\alpha$ -пространство с фильтрацией  $\{Y_i\}$ . Будем говорить, что фильтрация  $\{Y_i\} \in \text{equi} - LC^n$ , если для любой точки  $y \in Y$  и любой ее окрестности  $U(y)$  существует окрестность  $V(y) \subset U(y)$ , такая, что любое непрерывное отображение  $\varphi : S^k \rightarrow Y_m \cap V$ ,  $k=0,1,\dots,n$ , непрерывно продолжается до отображения  $\bar{\varphi} : B^{k+1} \rightarrow Y_m \cap U$ .

Если в этом определении  $U(y) = N_\varepsilon(y)$ , а  $V(y) = N_{\varepsilon_1}(y)$ , то будем писать  $\varepsilon_1 = \text{equi} - LC_Y^n(\varepsilon)$ . Отметим, что  $\varepsilon_1 < \varepsilon$ .

**Теорема.** Пусть  $X$  – метрическое  $\alpha$ -пространство,  $A$  – замкнутое  $\alpha$ -подпространство  $X$ ,  $\dim(X \setminus A) \leq n+1$ ,  $Y$  – метрическое  $\alpha$ -пространство, фильтрация которого удовлетворяет условиям

1)  $\{Y_i\} \in \text{equi} - LC^n$  и

2) для любого натурального  $i$ ,  $Y_i \in C^n$ ,  $n \geq 0$ .

Тогда всякое  $\alpha$ -отображение  $f : A \rightarrow Y$  имеет  $\alpha$ -продолжение  $\bar{f} : X \rightarrow Y$ .

*Доказательство.* Так как  $\dim(X \setminus A) \leq n + 1$ , то существует такое примыкающее локально-конечное покрытие  $\mathbf{G} = \{G_\mu\}$ ,  $\mu \in M$  множества  $X \setminus A$ , что каждая точка  $x \in X \setminus A$  принадлежит не более чем  $n + 2$  множествам  $G_\mu$ . Пусть  $N$  – нерв этого покрытия. Это политоп, наделенный слабой топологией, с триангуляцией, образованной всеми симплексами вида  $\sigma(G_{\mu_0}, G_{\mu_1}, \dots, G_{\mu_k})$ , где  $\bigcap_{i=0}^k G_{\mu_i} \neq \emptyset$ . Следовательно,  $\dim \sigma \leq n + 1$  для всех  $\sigma$  из триангуляции.

*Определение.* Будем говорить, что симплекс  $\sigma = \langle G_{\mu_0}, G_{\mu_1}, \dots, G_{\mu_k} \rangle$  содержится в окрестности  $V$ , если  $\bigcup_{i=0}^k G_{\mu_i} \subset V$ . Будем говорить, что  $\sigma$  пересекает окрестность  $V$ , если  $(\bigcup_{i=0}^k G_{\mu_i}) \cap V \neq \emptyset$ .

Из того факта, что покрытие  $\mathbf{G}$  примыкающее, несложно выводится

**Лемма 1.** Пусть  $a \in A \cap (\overline{X \setminus A})$ . Тогда для любой окрестности  $U$  точки  $a$  существует окрестность  $V$  точки  $a$ , такая, что для любого симплекса  $\sigma$ , пересекающего  $V$ ,  $\sigma$  содержится в  $U$ .

Введем фильтрацию на нерве  $N$ . Для этого необходимо ввести понятия степени симплекса и степени точки нерва.

*Определение.* Пусть  $\sigma = \langle G_0, \dots, G_k \rangle$ . Тогда  $\deg \sigma = \deg (\bigcap_{i=1}^k G_i)$ . Число  $\deg z = \min \{ \deg \sigma \mid \forall \sigma, \sigma \ni z \}$  будем называть степенью точки  $z$  нерва  $N$ .  $i$ -ым элементом фильтрации нерва  $N$  для любого натурального  $i$  будем называть множество  $N_i = \{z \in N \mid \deg z \leq i\}$ .

**Лемма 2.** Каноническое отображение  $\varphi: X \setminus A \rightarrow N$  пространства в нерв его покрытия является  $\varphi$ -отображением.

*Определение.* Будем говорить, что последовательность  $\{\langle G_{\mu_i} \rangle\}$  сходится к точке  $a \in A$ , если для любого  $\varepsilon > 0$  существует натуральное  $n$ , такое, что для всех  $i \geq n$ ,  $G_{\mu_i}$  содержится в окрестности  $N_\varepsilon(a)$ .

Мы рассмотрим только случай, когда  $A_1 \neq \emptyset$ . Случай  $A_1 = \emptyset$  к нему несложно сводится.

**Лемма 3.** Существует  $\varphi$ -отображение, которое ставит в соответствие каждой вершине  $\langle G_\mu \rangle$  точку  $a_\mu \in A$ , так, что если  $\{\langle G_{\mu_i} \rangle\}$  сходится к точке  $a \in A$ , то  $\{a_{\mu_i}\} \rightarrow a$ .

*Замечание.* Для того, чтобы построить такое  $\varphi$ -отображение, нужно поставить в соответствие каждой вершине  $\langle G_\mu \rangle$  триангуляции точку  $a_\mu \in A_{\deg G_\mu}$ , так, чтобы  $\rho(a_\mu, G_\mu \cap X_{\deg G_\mu}) < 2 \sup_{x \in G_\mu \cap X_{\deg G_\mu}} \rho(x, A_{\deg G_\mu})$ .

Пусть  $\alpha$ -отображение  $g: N^{(0)} \rightarrow A$  удовлетворяет лемме 3. Т.к.  $f: A \rightarrow Y$  непрерывно, то из  $\{a_{\mu_i}\} \rightarrow a$  следует  $\{f(a_{\mu_i})\} \rightarrow f(a)$ . Тогда  $\alpha$ -отображение  $f_0 = f \circ g: N^{(0)} \rightarrow Y$  ставит в соответствие каждой вершине  $\langle G_{\mu} \rangle \in N^{(0)}$  точку  $f(a_{\mu}) \in Y$ . При этом, как уже отмечено, из  $\{\langle G_{\mu_i} \rangle\} \rightarrow a$  следует  $\{f(a_{\mu_i})\} \rightarrow f(a)$ .

Пусть  $N^{(k)}$  –  $k$ -мерный остов полиэдра  $N$ , где  $k=0,1,\dots,n+1$ . Конечно, т.к. каждый  $Y_i \in C^n$ , любое  $\alpha$ -отображение  $f_k: N^{(k)} \rightarrow Y$  может быть продолжено до  $\alpha$ -отображения  $f_{k+1}: N^{(k+1)} \rightarrow Y$ . Но нас будет интересовать в некотором смысле **оптимальный способ продолжения**.

**Лемма 4.** Всякое  $\alpha$ -отображение  $f_k: N^{(k)} \rightarrow Y$  можно продолжить до  $\alpha$ -отображения  $f_{k+1}: N^{(k+1)} \rightarrow Y$ .

*Доказательство.* Пусть  $\sigma = \langle G_0, \dots, G_{k+1} \rangle \subset N^{(k+1)}$ . Т.к.  $\alpha$ -отображение  $f_k$  задано на границе  $\sigma^\bullet$ , то для  $x \in \sigma^\bullet \subset \sigma$ ,  $f_k(x) \subset Y_{\deg x} \subset Y_{\deg \sigma}$ . Поэтому  $f_k(\sigma^\bullet) \subset Y_{\deg \sigma}$ , которое принадлежит  $C^n$  по условию, следовательно, существует отображение из  $\sigma$  в  $Y_{\deg \sigma}$ , являющееся непрерывным продолжением ограничения  $f_k$  на  $\sigma^\bullet$ . Ясно, что это  $\alpha$ -отображение.

Пусть  $\varepsilon_\sigma$  – точная нижняя грань диаметров множеств значений всех таких продолжений. Выберем среди них "оптимальное" продолжение, диаметр которого не превышает числа  $2\varepsilon_\sigma$ . Т.о., построено  $\alpha$ -отображение  $f_{k+1}: N^{(k+1)} \rightarrow Y$  с  $\text{diam}[f_{k+1}(\sigma)] \leq 2\varepsilon_\sigma$ , и лемма доказана.

Теперь применим алгоритм оптимального продолжения, описанный в лемме 4, к  $\alpha$ -отображению  $f_0$  и построим последовательно  $\alpha$ -отображения  $f_1, f_2, \dots, f_{n+1}$ . Важным является то, что для  $k=0,1,\dots,n+1$  все они удовлетворяют следующему **свойству (АС) $_k^*$** :

Для любой точки  $a \in A \cap \overline{X \setminus A}$  и для любой окрестности  $N_\varepsilon(f(a))$  существует окрестность  $N_\delta(a) \subset X$ , такая, что для любого  $\sigma = \langle G_{\mu_0}, \dots, G_{\mu_k} \rangle \subset N_\delta(a)$  выполняется  $f_k(\sigma) \subset N_\varepsilon(f(a))$ .

**Лемма 5.** Для  $k=0, 1, \dots, n+1$  справедливо свойство (АС) $_k$ .

*Доказательство.* Докажем лемму с помощью индукции по  $k$ . Свойство (АС) $_0$  непосредственно следует из леммы 3 и непрерывности отображения  $f$  в точке  $a$ . Предположим теперь, что свойство (АС) $_k$  верно, и докажем свойство (АС) $_{k+1}$ .

---

\*АС – англ. almost continuous – почти непрерывный

Выберем произвольное  $\varepsilon > 0$ . Пусть  $\varepsilon_1 = \text{equi} - \text{LC}_Y^n(\varepsilon/5)$ . Пусть  $N_\delta(a)$  – окрестность, полученная для окрестности  $N_{\varepsilon_1}(f(a))$  по свойству  $(AC)_k$ . Тогда  $N_\delta(a)$  – искомая.

Действительно, для любого  $\sigma = \langle G_{\mu_0}, \dots, G_{\mu_{k+1}} \rangle \subset N_\delta(a)$  выполняется  $\sigma^\bullet \subset N_\delta(a)$ . Тогда, по свойству  $(AC)_k$ ,  $f_k(\sigma^\bullet) \subset N_{\varepsilon_1}(f(a))$ . Т.к.  $\varepsilon_1 = \text{equi} - \text{LC}_Y^n(\varepsilon/5)$ , то окрестность  $N_{\varepsilon_1}(f(a))$  такова, что непрерывное отображение  $f_k : \sigma^\bullet \rightarrow Y_m \cap N_{\varepsilon_1}(f(a))$  непрерывно продолжается до отображения  $\sigma \rightarrow Y_m \cap N_{\varepsilon/5}(f(a))$ . Из последнего следует, что диаметры множеств значений всех таких продолжений отображения  $f_k$  меньше  $2\varepsilon/5$ . В силу оптимальности  $f_{k+1}$ ,  $\text{diam}[f_{k+1}(\sigma)] < 4\varepsilon/5$ , и, следовательно,  $f_{k+1}(\sigma) \subset N_{\varepsilon_1+4\varepsilon/5}(f(a)) \subset N_\varepsilon(f(a))$ . Свойство  $(AC)_{k+1}$  доказано, и лемма доказана полностью.

Определим теперь отображение  $\bar{f} : X \rightarrow Y$  так:

$$\bar{f}(x) = \begin{cases} f(x), & x \in A, \\ f_{n+1} \circ \varphi(x), & x \in X \setminus A, \end{cases}$$

где  $\varphi(x) : X \setminus A \rightarrow N$  – каноническое  $\varepsilon$ -отображение. Ясно, что  $\bar{f}$  сохраняет фильтрацию. Для доказательства того, что  $\bar{f}$  есть  $\varepsilon$ -отображение, осталось доказать его непрерывность в точке  $a \in A \cap \overline{X \setminus A}$ .

**Лемма 6.** Отображение  $\bar{f}$  непрерывно в точке  $a \in A \cap \overline{X \setminus A}$ .

*Доказательство.* Выберем произвольную окрестность  $N_\varepsilon(f(a))$ . В силу леммы 5, выполняется свойство  $(AC)_{n+1}$ , поэтому существует такая  $N_{\delta_1}(a) \subset X$ , что для любого  $\sigma = \langle G_{\mu_0}, G_{\mu_1}, \dots, G_{\mu_{n+1}} \rangle \subset N_{\delta_1}(a)$  выполняется  $f_{n+1}(\sigma) \subset N_\varepsilon(f(a))$ . Пусть  $N_{\delta_2}(a) \subset X$  – окрестность, полученная из  $N_\varepsilon(f(a))$  по непрерывности  $f$  в точке  $a$  и пусть  $\delta$  – радиус окрестности, полученной из  $N_{\delta_1}(a)$  по лемме 1. Нетрудно доказать, что окрестность  $N_{\min\{\delta, \delta_2\}}(a)$  – искомая. Непрерывность  $\bar{f}$  в точке  $a$  доказана. Теорема доказана полностью.

### Литература

1. Борсук К. Теория ретрактов. М., 1971.
2. Бордман Дж., Фогт Р. Гомотопически инвариантные алгебраические структуры на топологических пространствах. М., 1977.

# АПРИОРНАЯ ОЦЕНКА СИЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ПОЛНОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО- ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПЕРЕМЕННЫМИ ОБЛАСТЯМИ

Н. А. Хатимцов

Нелокальная задача Коши для неполного гиперболического дифференциально-операторного уравнения с постоянным по времени оператором изучалась в [1], а локальная задача Коши для полных уравнений с переменной областью определения операторов — в [2].

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

На ограниченном интервале  $]0, T[$  задается уравнение

$$L(t)u \equiv u_{tt}(t) + A_1(t)u_t(t) + A(t)u(t) + B(t)u_t(t) + B_0(t)u(t) = f(t), \quad t \in ]0, T[, \quad (1)$$

при нелокальных начальных условиях

$$\begin{aligned} l_0 u &\equiv u(0) - \mu u(T) = \varphi, \\ l_1 u &\equiv u_t(0) - \mu u_t(T) = \psi, \quad |\mu| < 1, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $u_t(t)$ ,  $u_{tt}(t)$  обозначают соответственно первую и вторую производные по времени функции  $u(t)$ .

В гильбертовом пространстве  $H$  со скалярным произведением  $(\cdot, \cdot)$  и нормой  $|\cdot|$  операторные коэффициенты  $A(t): H \supset D(A(t)) \rightarrow H$  и  $A_1(t): H \supset D(A_1(t)) \rightarrow H$  — линейные неограниченные операторы с зависящими от  $t$  областями определения  $D(A(t))$  и  $D(A_1(t))$ ,  $t \in [0, T]$ .

При каждом  $t \in [0, T]$  операторы  $A(t)$  на множестве  $D(A(t))$  самосопряжены и положительно-определены в  $H$ .

При всех  $t \in [0, T]$  ограниченные обратные операторы  $A^{-1}(t)$  к операторам  $A(t)$  сильно непрерывны по  $t$  в  $H$ , имеют по  $t$  в  $H$  ограниченную сильную производную  $dA^{-1}(t)/dt \in B([0, T], \mathcal{L}(H))$  и

$$-\left(\left(dA^{-1}(t)/dt\right)g, g\right) \leq c_1 \left(A^{-1}(t)g, g\right) \quad \forall g \in H, \quad c_1 \geq 0. \quad (3)$$

Области  $D(A(t)) \subset D(A_1(t))$  при всех  $t \in ]0, T[$ , операторы  $A_1(t)A^{-1/2}(t) \in L_\infty(]0, T[, \mathcal{L}(H))$ , где  $A^{-1/2}(t)$  — обратные операторы квадратным корням  $A^{1/2}(t)$  операторов  $A(t)$  и выполняется неравенство



$$-\operatorname{Re}(A_1(t)g, g) \leq c_2 |g|^2 \quad \forall g \in D(A(t)), \quad c_2 \geq 0. \quad (4)$$

Выведем априорную оценку сильных решений этой задачи.

## 2. ВЫБОР ПРОСТРАНСТВ

Задача (1)–(2) порождает линейный неограниченный оператор  $L \equiv \{L(t), l_0, l_1\} : E \supset D(L) \rightarrow F$  с плотной областью определения

$$D(L) = \{u \in H : u \in D(A(t)), u_t \in D(A_1(t)) \forall t \in ]0, T[; u_t, u_{tt}, A(t)u, A_1(t)u_t \in H\},$$

где  $H = L_2(]0, T[, H)$ . Пространством сильных решений задачи Коши (1)–(2) будет банахово пространство  $E$  – замыкание множества гладких решений, которыми являются функции из  $D(L)$ , по норме

$$\|u\|_E = \left(1 - |\mu|^2\right) \left(1 + |\mu|^2\right)^{-1} \left[ \sup_{0 < t < T} \left( |u_t(t)|^2 + |A^{1/2}(t)u(t)|^2 \right) \right]^{1/2}.$$

Пространством данных  $F = \{f(t), \varphi, \psi\}$  задачи Коши (1)–(2) будет гильбертово пространство  $F = H \times W(0) \times H$  с эрмитовой нормой

$$\|F\|_F = \left[ \|f\|_0^2 + (4T)^{-1} (|A^{1/2}(0)\varphi|^2 + |\psi|^2) \right]^{1/2}, \quad \|f\|_0^2 = \int_0^T |f|^2 dt,$$

где  $W(t)$  – гильбертовы пространства, полученные наделением областей определения  $D(A^{1/2}(t))$  операторов  $A^{1/2}(t)$  эрмитовыми нормами  $|v|_{(t)} = |A^{1/2}(t)v|$ ,  $t \in [0, T]$ . Стандартным образом доказывается

**Лемма 1.** Если выполняется условие  $A1$ , множество  $\tilde{D}(L) = \{v \in D(L) : v \in D(A_1^*(t)) \forall t \in [0, T]; A_1^*(t)v \in H\}$  плотно в  $H$  и, для операторов  $B(t)$  и  $B_0(t)$  верны неравенства

$$|B(t)g| \leq c_6 |g| \quad \forall g \in H, \quad |B_0(t)v| \leq c_7 |A^{1/2}(t)v| \quad \forall v \in D(A(t)), \quad c_6, c_7 > 0, \quad (5)$$

то для оператора  $L$  существует сильное замыкание  $\bar{L} : E \supset D(\bar{L}) \rightarrow F$ .

## 3. АПРИОРНАЯ ОЦЕНКА СИЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ

Выведем априорную оценку сильных решений этой задачи Коши.

**Теорема 1.** Если выполняются условия  $A1$ – $A3$ , для операторов  $B(t)$  и  $B_0(t)$  верны неравенства (5), справедливо неравенство

$$\left| A^{1/2}(0)v \right| \leq c_8 \left| A^{1/2}(T)v \right| \quad \forall v \in W(T) \quad (6)$$

и множество  $\tilde{D}(L)$  плотно в  $H$ , то для всех  $T < 1/(\gamma c_9)$ ,  
 $|\mu|^2 < \min \left\{ (2c_8 - 1)^{-1}, (1 - \gamma c_9 T)(1 + \gamma c_9 T)^{-1} \right\}$  при всех  $c_8 > 1$  и  
 $|\mu|^2 < (1 - \gamma c_9 T)(1 + \gamma c_9 T)^{-1}$  при всех  $c_8 \in (0, 1]$ , где  $\gamma > 4$  и  
 $c_9 = \min_{\rho > 0} \max \left\{ 2c_2 + 2c_6 + \rho^{-1}c_7, (c_1 + \rho c_7)/2 \right\}$  справедливо неравенство  
 $\|u\|_E^2 \leq 2\gamma^2 T (\gamma - 4)^{-1} \max \left\{ 1, (1 - |\mu|^2) / (1 + (1 - 2c_8)|\mu|^2) \right\} \|Lu\|_F^2 \quad \forall u \in D(\bar{L})$ .

*Доказательство* проведем с помощью сглаживающих операторов  $A_\varepsilon^{-1}(t) = (I + \varepsilon A(t))^{-1}$ ,  $\varepsilon > 0$ . Известны их следующие свойства из [2]:

Норма  $\|A_\varepsilon^{-1}(t)\|_{L(H)} \leq 1 \quad \forall t \in [0, T]$  и  $A_\varepsilon^{-1}(t)g \in D(A(t)) \quad \forall g \in H$ .

Равномерно по  $t$  при  $\varepsilon \rightarrow 0$  норма  $|A_\varepsilon^{-1}(t)g - g| \rightarrow 0 \quad \forall g \in H$ .

При почти всех  $t \in ]0, T[$  в  $H$  существует сильная производная  $dA_\varepsilon^{-1}(t)/dt \in L_\infty(]0, T[, \mathcal{L}(H))$  и для  $\forall \varepsilon > 0$  верны равенства

$$dA_\varepsilon^{-1}(t)/dt = \varepsilon A(t)A_\varepsilon^{-1}(t)(dA^{-1}(t)/dt)A(t)A_\varepsilon^{-1}(t),$$

$$d(A(t)A_\varepsilon^{-1}(t))/dt = -A(t)A_\varepsilon^{-1}(t)(dA^{-1}(t)/dt)A(t)A_\varepsilon^{-1}(t). \quad (7)$$

Интегрируя по частям по  $t$  от 0 до  $\tau$ , для  $\forall u \in D(L)$  имеем равенство

$$\left( A(t)A_\varepsilon^{-1}(t)u, u \right) \Big|_{t=0}^{t=\tau} = 2 \operatorname{Re} \int_0^\tau \left( A(t)A_\varepsilon^{-1}(t)u, u_t \right) dt + \int_0^\tau \left( \left[ d(A(t)A_\varepsilon^{-1}(t))/dt \right] u, u \right) dt.$$

Здесь пользуемся равенством (7), оценкой (3), затем переходим к пределу при  $\varepsilon \rightarrow 0$  и имеем неравенство

$$\left( A(t)u, u \right) \Big|_{t=\tau} \leq \left( A(t)u, u \right) \Big|_{t=0} + 2 \operatorname{Re} \int_0^\tau \left( A(t)u, u_t \right) dt + c_1 \int_0^\tau \left( A(t)u, u \right) dt. \quad (8)$$

Интегрируя по частям по  $t$  от 0 до  $\tau$ , для  $\forall u \in D(L)$  имеем равенство

$$\left| u_t \right|^2 \Big|_{t=\tau} = 2 \operatorname{Re} \int_0^\tau \left( u_{tt}, u_t \right) dt + \left| u_t \right|^2 \Big|_{t=0}. \quad (9)$$

Складываем неравенство (8) и равенство (9), используем оценку (4), неравенства (5) и приходим к соотношению

$$\left( \left| A^{1/2}(t)u \right|^2 + \left| u_t \right|^2 \right) \Big|_{t=\tau} \leq 2 \operatorname{Re} \int_0^\tau \left( L(t)u, u_t \right) dt + (c_1 + \rho c_7) \int_0^\tau \left| A^{1/2}(t)u \right|^2 dt +$$

$$+(2c_2 + 2c_6 + \rho c_7) \int_0^\tau |u_t|^2 dt + \left( |A^{1/2}(t)u|^2 + |u_t|^2 \right) \Big|_{t=0}. \quad (10)$$

Аналогично для отрезка  $[\tau, T]$  вместо отрезка  $[0, \tau]$  находим неравенство

$$\begin{aligned} - \left( |A^{1/2}(t)u|^2 + |u_t|^2 \right) \Big|_{t=\tau} &\leq 2 \operatorname{Re} \int_\tau^T |(L(t)u, u_t)| dt + (c_1 + \rho c_7) \int_\tau^T |A^{1/2}(t)u|^2 dt + \\ &+ (2c_2 + 2c_6 + \rho c_7) \int_\tau^T |u_t|^2 dt - \left( |A^{1/2}(t)u|^2 + |u_t|^2 \right) \Big|_{t=T}. \end{aligned}$$

Умножаем это неравенство на  $(1 + |\mu|^2)/2$ , складываем результат с неравенством (10), пользуемся оценкой (6) и имеем неравенство

$$\begin{aligned} (1 - |\mu|^2) \left( |A^{1/2}(t)u|^2 + |du/dt|^2 \right) \Big|_{t=\tau} &\leq 2(1 + |\mu|^2) \left[ 2 \operatorname{Re} \int_0^T |(L(t)u, u_t)| dt + \right. \\ &+ (c_1 + \rho c_7) \int_0^T |A^{1/2}(t)u|^2 dt + (2c_2 + 2c_6 + \rho c_7) \int_0^T |u_t|^2 dt \Big] + \\ &+ 2 \left( |A^{1/2}(t)u|^2 + |u_t|^2 \right) \Big|_{t=0} - (1 + |\mu|^2) \left( c_8^{-1} |A^{1/2}(0)u|^2 + |u_t|^2 \right) \Big|_{t=T}. \end{aligned} \quad (11)$$

**Лемма 2.** Пусть для некоторой функции  $g$  со значениями в  $H$  выполняется равенство  $g|_{t=0} - \mu g|_{t=T} = \varphi$ , тогда для  $|\mu|^2 < 1$  при  $\alpha \in (0, 1]$  и для  $|\mu|^2 < 1/(2\alpha - 1)$  при  $\alpha > 1$  справедливо неравенство

$$(1 + (1 - 2\alpha)|\mu|^2) \left( |g(0)|^2 - (1 + |\mu|^2)(2\alpha)^{-1} |g(T)|^2 \right) \leq (1 + |\mu|^2) |\varphi|^2. \quad (12)$$

Применяем оценку (12) леммы 2 в правой части неравенства (11), проводим элементарные оценки и при  $\delta = \delta_0 = (1 - |\mu|^2)/(\gamma T(1 + |\mu|^2))$  приходим к неравенству

$$\gamma T \delta_0 \left( |A^{1/2}(t)u|^2 + |u_t|^2 \right) \Big|_{t=\tau} \leq 2\delta_0^{-1} \sigma \|Lu\|_0^2 + 4\delta_0 \left( \|A^{1/2}(t)u\|_0^2 + \|u_t\|_0^2 \right), \quad (13)$$

так как из предположений теоремы 1 следует, что  $c_9 \leq \delta_0$ .

Проинтегрируем последнее соотношение по  $\tau$  от 0 до  $T$  и найдем оценку

$$\delta_0 \left( \|A^{1/2}(t)u\|_0^2 + \|u_t\|_0^2 \right) \leq 2(\gamma - 4)^{-1} \delta_0^{-1} \sigma \|Lu\|_F^2. \quad (14)$$

В неравенстве (13) берем точную верхнюю грань по всем  $\tau \in [0, T]$  и с помощью цетки (14) выводим неравенство

$$T\delta_0(1+|\mu|^2)^2(1-|\mu|^2)^{-2}\|u\|_E^2 \leq 2(\gamma-4)^{-1}\delta_0^{-1}\sigma\|Lu\|_F^2,$$

которое с гладких решений  $u \in D(L)$  распространяем предельным переходом на все сильные решения  $u \in D(\bar{L})$ . Теорема 1 доказана.

### Литература

1. Чесалин В.И., Юрчук Н.И. // Весці Акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 1973. № 6. С. 30—35.
2. Ломовцев Ф.Е. // Дифференциальные уравнения 1992. Т.28. № 5. С.873 —885.

## ПОЛНОЕ СИНГУЛЯРНОЕ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ОПЕРАТОРНОЕ УРАВНЕНИЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПЕРЕМЕННЫМИ ОБЛАСТЯМИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

С. П. Ходос

Сингулярные гиперболические дифференциально-операторные уравнения второго порядка изучались в случае постоянных областей определения в [1] и переменных областей определения и главной части уравнения в [2, 3]. В настоящей работе изучается корректность в сильном смысле уравнения с младшей частью и переменными областями определения операторов.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ КОШИ

Пусть  $H$  – гильбертово пространство, норму и скалярное произведение в котором обозначим  $|\cdot|$  и  $(\cdot, \cdot)$  соответственно. На ограниченном интервале  $]0, T[$  вещественной прямой рассматривается сингулярное дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \frac{B(t)}{t} \frac{du(t)}{dt} + A(t)u(t) + B_1(t) \frac{du(t)}{dt} + A_1(t)u(t) = f(t), t \in ]0, T[, (1)$$

с однородными начальными условиями

$$u|_{t=0} = 0, \quad \left. \frac{du}{dt} \right|_{t=0} = 0, \quad (2)$$

где  $f(t)$  и  $u(t)$  – абстрактные функции переменной  $t$  со значениями в  $H$ ,  $A(t)$ ,  $B(t)$  – линейные неограниченные операторы в  $H$  с зависящими от  $t$  областями определения  $D(A(t))$ ,  $D(B(t))$ ,  $t \in [0, T]$ , соответственно.

Предполагаем, что операторы  $A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $A_1(t)$ ,  $B_1(t)$  уравнения удовлетворяют следующим требованиям.

A1. При каждом  $t \in [0, T]$  операторы  $A(t)$  самосопряжены в  $H$  и

$$(A(t)u, u) \geq c_1 |u|^2 \quad \forall u \in D(A(t)), c_1 > 0. \quad (3)$$

A2. Обратные операторы  $A^{-1}(t) \in \mathcal{B}([0, T], L(H))$  к операторам  $A(t)$  сильно непрерывны по  $t \in [0, T]$  в  $H$  и при всех  $t \in [0, T]$  имеют в  $H$  ограниченную сильную производную  $dA^{-1}(t)/dt \in \mathcal{B}([0, T], L(H))$  и

$$-\left((dA^{-1}(t)/dt)g, g\right) \leq c_2 (A^{-1}(t)g, g) \quad \forall g \in H, \quad c_2 \geq 0. \quad (4)$$

A3. При почти всех  $t \in ]0, T[$  операторы  $dA^{-1}(t)/dt$  имеют в  $H$  ограниченную сильную производную  $d^2 A^{-1}(t)/dt^2 \in L_\infty(]0, T[, L(H))$  и

$$\left|\left|(d^2 A^{-1}(t)/dt^2)g, v\right|\right| \leq c_3 |g| (A^{-1}(t)v, v)^{1/2} \quad \forall g, v \in H, \quad c_3 \geq 0. \quad (5)$$

B1. При каждом  $t \in [0, T]$  для операторов  $B(t)$  выполняется оценка

$$-\operatorname{Re}(B(t)u, u) \leq c_4 t |u|^2 \quad \forall u \in D(A(t)), c_4 \geq 0. \quad (6)$$

B2. При почти всех  $t$  справедливы неравенства

$$|B_1(t)u| \leq c_5 |u|, \quad |A_1(t)u| \leq c_6 |A^{1/2}(t)u| \quad \forall u \in D(A(t)), \quad c_5, c_6 > 0, \quad (7)$$

где  $A^{1/2}(t)$  – квадратный корень операторов  $A(t)$ .

B3. При каждом  $t \in [0, T]$  операторы  $B(t)$  подчинены операторам  $A^{1/2}(t)$  и верно неравенство

$$-\operatorname{Re}(B(t)u, A(t)u) \leq c_7 t (A(t)u, u) \quad \forall u \in D(A(t)), \quad c_7 \geq 0. \quad (8)$$

В  $H$  при всех  $t \in [0, T]$  ограничены операторы  $B(t)(dA^{-1}(t)/dt) \in \mathcal{B}(]0, T[, L(H))$  и выполняется неравенство

$$\left|\left|(B(t)(dA^{-1}(t)/dt)g, h)\right|\right| \leq c_8 t |g| (A^{-1}(t)h, h)^{1/2} \quad \forall g, h \in H, \quad c_8 \geq 0. \quad (9)$$

## 2. ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ НЕРАВЕНСТВО

Выведем энергетическое неравенство в гильбертовом пространстве сильных решений  $E$ , которое получается замыканием множества

$$D(L) = \left\{ u \in H : u(t) \in D(A(t)), \frac{du(t)}{dt} \in D(B(t)), u(t) \in D(B^*(t)), \forall t \in [0, T]; \right. \\ \left. \frac{du(t)}{dt}, \frac{d^2u(t)}{dt^2}, \frac{B(t)}{t} \frac{du}{dt}, \frac{B^*(t)}{t} u, A(t)u \in H; u(0) = \frac{du(0)}{dt} = 0 \right\},$$

где  $B^*(t)$  – сопряженные операторы в  $H$  к операторам  $B(t)$ , по эрмитовой норме  $\|u\|_E = \left[ \int_0^T \left( |du/dt|^2 + |A^{1/2}(t)u|^2 \right) dt \right]^{1/2}$ , и в банаховом пространстве правых частей уравнения  $F$ , которое получается замыканием множества по норме

$$\|f\|_F = \sup_{v \in H} \left\{ \left\| \int_0^T (T-t)(f, v) dt \right\| / \|v\|_0 \right\}, \quad \|v\|_0 = \left( \int_0^T |v|^2 dt \right)^{1/2}.$$

Задача Коши (1)–(2) эквивалентна линейному неограниченному оператору  $L: E \supset D(L) \rightarrow F$  с областью определения  $D(L)$ . Можно доказать, что если имеет место условие A1 и область  $D(L)$  плотна в  $\mathcal{H}$ , то он допускает сильное замыкание  $\bar{L}: E \supset D(\bar{L}) \rightarrow F$ .

**Теорема 1.** Если выполняются условия A1, A2, B1, B2 и множество  $D(L)$  плотно в  $\mathcal{H} = L_2(]0, T[, H)$ , то имеет место неравенство

$$\|u\|_E \leq c_9 \|\bar{L}u\|_F, \quad \forall u \in D(\bar{L}), \quad c_9 = 2 \exp(c_6 T + \max\{c_2, 2(c_4 + c_5)\} T). \quad (10)$$

*Доказательство.* Воспользуемся сглаживающими операторами  $A_\varepsilon^{-1} = (I - \varepsilon A(t))^{-1}$ ,  $\varepsilon > 0$ , из [4] со следующими свойствами.

а) Равномерно по  $t$  операторы  $A_\varepsilon^{-1} g \rightarrow g \quad \forall g \in H$  при  $\varepsilon \rightarrow 0$  в  $H$ .

б) При почти всех  $t \in ]0, T[$  в  $H$  существует сильная производная  $dA_\varepsilon^{-1}(t)/dt \in L_\infty(]0, T[, L(H))$  и

$$\frac{d(A(t)A_\varepsilon^{-1}(t))}{dt} = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{dA_\varepsilon^{-1}(t)}{dt} = -A(t)A_\varepsilon^{-1}(t) \frac{dA_\varepsilon^{-1}(t)}{dt} A(t)A_\varepsilon^{-1}(t), \varepsilon > 0. \quad (11)$$

Интегрируя по частям один раз по  $t$ , для  $\forall c \geq 0$  и  $\forall u \geq D(L)$  находим

$$\begin{aligned} & \int_0^T e^{c(T-t)} (A(t)u, A_\varepsilon^{-1}(t)u) dt = \\ & = 2\operatorname{Re} \int_0^T e^{c(T-t)} (T-t) \left( A(t)u, A_\varepsilon^{-1}(t) \frac{du}{dt} \right) dt + \int_0^T e^{c(T-t)} (T-t) \Phi_\varepsilon(u, u) dt, \end{aligned} \quad (12)$$

где в силу равенства (11) и неравенства (4) форма  $\Phi_\varepsilon(u, u)$  оценивается

$$\begin{aligned} \Phi_\varepsilon(u, u) &= \left( \frac{d(A(t)A_\varepsilon^{-1}(t))}{dt} u, u \right) - c(A(t)u, A_\varepsilon^{-1}(t)u) \leq \\ &\leq c_2(A_\varepsilon^{-1}(t)u, A_\varepsilon^{-1}(t)A(t)u) - c(A(t)u, A_\varepsilon^{-1}(t)u). \end{aligned} \quad (13)$$

Из равенства (12) в силу оценки (13), и свойства b) при  $\varepsilon \rightarrow 0$  получаем

$$\begin{aligned} & \int_0^T e^{c(T-t)} |A^{1/2}(t)u|^2 dt \leq \\ & \leq 2\operatorname{Re} \int_0^T e^{c(T-t)} (T-t) \left( A(t)u, \frac{du}{dt} \right) dt + (c_2 - c) \int_0^T e^{c(T-t)} (T-t) |A^{1/2}(t)u|^2 dt. \end{aligned} \quad (14)$$

Интегрируя по частям один раз по  $t$ , для  $\forall c \geq 0$  и  $\forall u \in D(L)$  имеем

$$\int_0^T e^{c(T-t)} \left| \frac{du}{dt} \right|^2 dt = 2\operatorname{Re} \int_0^T e^{c(T-t)} (T-t) \left( \frac{d^2u}{dt^2}, \frac{du}{dt} \right) dt - c \int_0^T e^{c(T-t)} (T-t) \left| \frac{du}{dt} \right|^2 dt.$$

Сложим это равенство с неравенством (14) и придем к неравенству

$$\begin{aligned} & \int_0^T e^{c(T-t)} \left( \left| \frac{du}{dt} \right|^2 + |A^{1/2}(t)u|^2 \right) dt \leq 2\operatorname{Re} \int_0^T e^{c(T-t)} (T-t) \left( Lu, \frac{du}{dt} \right) dt - \\ & - 2\operatorname{Re} \int_0^T e^{c(T-t)} (T-t) \left( \frac{B(t)}{t} \frac{du}{dt} + B_1(t) \frac{du}{dt} + A_1(t)u, \frac{du}{dt} \right) dt - \\ & - c \int_0^T e^{c(T-t)} (T-t) \left| \frac{du}{dt} \right|^2 dt + (c_2 - c) \int_0^T e^{c(T-t)} (T-t) |A^{1/2}(t)u|^2 dt. \end{aligned}$$

Здесь левая часть оценивается снизу через  $\|u\|_E^2$ , а его правая часть в силу неравенства (4), согласно [2], и неравенств (7) оценивается сверху через

$2\operatorname{Re} \int_0^T e^{c(T-t)}(T-t)(Lu, du/dt)dt \leq 2e^{c_{10}T} \|Lu\|_F \|u\|_E$ , где  $c_{10} = c_6 + \max\{c_2, 2(c_4 + c_5)\}$ . В результате деления этих оценок на  $\|u\|_E$  получаем энергетическое неравенство (10) для гладких решений  $u \in D(L)$  и затем предельным переходом распространяем его на все сильные решения  $u \in D(\bar{L})$  задачи Коши (1) – (2).

### 3. ТЕОРЕМА СУЩЕСТВОВАНИЯ

На основании теоремы существования сильных решений для главной части уравнения в силу неравенств (4), (5), (8), (9) из [3] и ограниченности младшей части в силу неравенств (7) стандартным методом продолжения по параметру легко доказывается следующая теорема.

**Теорема 2.** *Если выполняются условия A1 – A3 и B1 – B3, то для любых  $f \in F$  существует сильное решение  $u \in E$  задачи Коши (1) – (2).*

### Литература

1. Н. И. Гаврилова, Н. И. Юрчук // Дифференц. уравнения. 1981. Т.17, № 5. С.789–791.
2. С. П. Ходос // Сборник работ 63-й научной конференции студентов и аспирантов БГУ. В 3-х частях, Ч 1. Мн., 2006. С. 58—61.
3. С. П. Ходос // Сборник работ 64-й научной конференции студентов и аспирантов БГУ. В 3-х частях, Ч 1. Мн., 2007. С. 202—206.
4. Ф. Е Ломовцев. // Дифференц. уравнения. – 1992. – Т. 28, № 5. – С. 873 – 886.

## РАСЧЕТ СКОРОСТЕЙ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН РЭЛЕЯ-ЛЭМБА ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ СРЕЗОВ ТРИГОНАЛЬНО АНИЗОТРОПНЫХ ПЛАСТИНОК

**А. А. Царева**

Одной из фундаментальных проблем акустической физики и акустоэлектроники является исследование закономерностей распространения упругих волн в пьезоэлектрических пластинах. На их основе возможна разработка высокочувствительных биологических и химических датчиков, устройств обработки сигналов, характеризующихся широкой полосой пропускания. Настоящая работа посвящена исследованию волновых движений в пьезоэлектрических пластинах тригональной системы симметрии различным образом ориентированных относительно осей основ-



ной кристаллографической системы координат с применением функциональных возможностей систем компьютерной математики.

Определяющие уравнения движения для различных плоскостей симметрии без учета электромагнитных эффектов в квазистатическом приближении представим в следующем виде [1]:

$$\sum_{j,k,l=1}^3 \left( c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} + e_{kij} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_j \partial x_k} \right) = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad i = \overline{1, 3},$$

$$\sum_{j,k,l=1}^3 \left( e_{jkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} - \varepsilon_{jk} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_j \partial x_k} \right) = 0,$$
(1)

где  $c_{ijkl} = \alpha_{ip} \alpha_{jq} \alpha_{kr} \alpha_{ls} c_{pqrs}^{(0)}$ ;  $e_{kij} = \alpha_{kp} \alpha_{iq} \alpha_{jr} e_{pqr}^{(0)}$ ;  $\varepsilon_{jk} = \alpha_{jp} \alpha_{kq} \varepsilon_{pq}^{(0)}$ ;  $c_{pqrs}^{(0)}$ ,  $e_{pqr}^{(0)}$  и  $\varepsilon_{pq}^{(0)}$  - основные модули упругости, пьезоэлектрические модули и диэлектрические проницаемости тригонально анизотропной среды соответственно;  $\alpha_{ip}$  - компоненты матрицы преобразования координат;  $u_i$  - компоненты вектора перемещений;  $\Phi$  - электрический потенциал,  $\rho$  - плотность материала.

Рассмотрим, плоскую гармоническую волну, распространяющуюся в пластинке толщины  $2h$ , срединной плоскостью которой является координатная плоскость  $x_1 0 x_2$  [2]. Соответствующие решения системы (1) представим в виде:

$$u_i = w_i(x_3) \exp(I(k_1 x_1 + k_2 x_2 - \omega t)), \quad i = \overline{1, 3},$$

$$\Phi = w_4(x_3) \exp(I(k_1 x_1 + k_2 x_2 - \omega t)),$$
(2)

где  $w_k(x_3)$  - неизвестные функции,  $k = \overline{1, 4}$ ,  $k_1, k_2$  - компоненты волнового вектора,  $\omega$  - круговая частота,  $I$  - мнимая единица. После подстановки выражений (2) в систему (1) получим следующую систему связанных дифференциальных уравнений:

$$\sum_{j=1}^4 a_{ij} w_j(x_3) = 0, \quad i = \overline{1, 4}.$$
(3)

Здесь коэффициенты  $a_{ij}$  определяются следующим образом:

$$a_{11} = \rho \omega^2 - c_{11} k_1^2 - 2c_{16} k_1 k_2 - c_{66} k_2^2 + 2I(k_1 c_{15} + k_2 c_{56}) \partial_3 + c_{55} \partial_3^2,$$

$$a_{22} = \rho \omega^2 - c_{66} k_1^2 - 2k_1 k_2 c_{26} - c_{22} k_2^2 + 2I(k_2 c_{24} + k_1 c_{46}) \partial_3 + c_{44} \partial_3^2,$$

$$\begin{aligned}
a_{33} &= \rho \omega^2 2 - c_{55} k_1^2 - 2k_1 k_2 c_{45} - k_2^2 c_{44} + 2I(k_1 c_{35} + k_2 c_{34}) \partial_3 + c_{33} \partial_3^2, \\
a_{44} &= \varepsilon_{11} (k_1^2 + k_2^2) - \varepsilon_{33} \partial_3^2, \\
a_{12} &= a_{21} = I(k_1(c_{14} + c_{56}) + k_2(c_{25} + c_{46})) \partial_3 + \\
&\quad + c_{45} \partial_3^2 - k_1^2 c_{16} - k_1 k_2 (c_{12} + c_{66}) - k_2^2 c_{26}, \\
a_{13} &= a_{31} = I(k_1(c_{13} + c_{55}) + k_2(c_{45} + c_{36})) \partial_3 + \\
&\quad + c_{35} \partial_3^2 - k_1^2 c_{15} - k_1 k_2 (c_{14} + c_{56}) - k_2^2 c_{46}, \\
a_{14} &= a_{41} = I(k_1(e_{15} + e_{31}) + k_2(e_{25} + e_{36})) \partial_3 + \\
&\quad + e_{35} \partial_3^2 - k_1^2 e_{11} - k_1 k_2 (e_{16} + e_{21}) - k_2^2 e_{26}, \\
a_{23} &= a_{32} = I(k_2(c_{23} + c_{44}) + k_1(c_{45} + c_{36})) \partial_3 + \\
&\quad + c_{34} \partial_3^2 - k_1^2 c_{56} - k_1 k_2 (c_{25} + c_{46}) - k_2^2 c_{24}, \\
a_{24} &= a_{42} = I(k_1(e_{14} + e_{36}) + k_2(e_{24} + e_{32})) \partial_3 + \\
&\quad + e_{34} \partial_3^2 - k_1^2 e_{16} - k_1 k_2 (e_{12} + e_{26}) - k_2^2 e_{22}, \\
a_{34} &= a_{43} = I(k_1(e_{13} + e_{35}) + k_2(e_{23} + e_{34})) \partial_3 + \\
&\quad + e_{33} \partial_3^2 - k_1^2 e_{15} - k_2^2 e_{25} - k_1 k_2 (e_{14} + e_{25}).
\end{aligned} \tag{4}$$

Неизвестную функцию  $w_1(x_3)$  найдем из дифференциального уравнения:

$$b_0 w_1(x_3) + \sum_{k=1}^8 b_k \frac{\partial^k w_1(x_3)}{\partial x_3^k} = 0, \tag{5}$$

где  $b_0, b_j$  - коэффициенты, зависящие от констант упругости, пьезоэлектрических модулей, диэлектрических проницаемостей и компонент волнового вектора. Решение уравнения получим в следующем виде:

$$w_1(x_3) = \sum_{k=1}^8 C_k e^{\lambda_k x_3}. \tag{6}$$

Здесь  $\lambda_k$  - корни характеристического уравнения однородного дифференциального уравнения (5),  $C_k$  - неизвестные константы интегрирования.

С помощью соотношения (3) найдем выражения для оставшихся неизвестных функций  $w_2(x_3)$ ,  $w_3(x_3)$  и  $w_4(x_3)$  из следующих дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} Pw_2(x_3) &= \left( a_{13}(a_{14}a_{23} + a_{12}a_{34}) - a_{13}^2a_{24} - a_{12}a_{14}a_{33} + a_{11}(a_{24}a_{33} - a_{23}a_{34}) \right) w_1(x_3), \\ Pw_3(x_3) &= \left( a_{12}a_{14}a_{23} + a_{13}(a_{12}a_{24} - a_{14}a_{22}) - a_{12}^2a_{34} + a_{11}(a_{22}a_{34} - a_{23}a_{24}) \right) w_1(x_3), \\ Pw_4(x_3) &= \left( a_{13}^2a_{22} - 2a_{12}a_{13}a_{23} + a_{12}^2a_{33} + a_{11}(a_{23}^2 - a_{22}a_{33}) \right) w_1(x_3), \\ P &= a_{14} \left( a_{22}a_{33} - a_{23}^2 \right) + a_{13} \left( a_{23}a_{24} - a_{22}a_{34} \right) + a_{12} \left( a_{23}a_{34} - a_{24}a_{33} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

Неизвестные константы интегрирования найдем из условий равенства нулю механических напряжений  $T_{33}$ ,  $T_{13}$  и  $T_{23}$  на плоскостях  $x_3 = \pm h$ , а также из условия непрерывности электрического потенциала  $\Phi$  и нормальной компоненты электрической индукции  $D_3$ .

Условие равенства нулю механических напряжений на свободной поверхности  $x_3 = 0$  кристалла записывается в виде [1]:

$$T_{i3} = \sum_{k,l=1}^3 c_{i3kl} \partial_k u_l + \sum_{k=1}^3 e_{ki3} \partial_k \Phi = 0, \quad i = \overline{1,3}, \quad (8)$$

Из электрических граничных условий следует непрерывность электрического потенциала  $\Phi$  и нормальной компоненты электрической индукции

$$D_3 = \sum_{k,l=1}^3 (e_{3kl} \partial_k u_l - \varepsilon_{3kl} \partial_k \Phi). \quad (9)$$

Отсюда с учетом решений ((2),(6)) получим дисперсионное уравнение для нахождения скоростей распространения волн Лэмба. Численное решение дисперсионного уравнения проведено для ниобата лития, получены зависимости скоростей распространения волн Лэмба от угла наклона нормали к волновому фронту для различных ориентаций пластин, выполнена генерация дифференциальных уравнений динамического равновесия, компонент тензора напряжений и электрической индукции для различных срезов тригонально анизотропных пластинок.

Для упрощения вычислений и преобразований были введены безразмерные:

перемещения (вдоль осей  $Ox_1, Ox_2, Ox_3$ ) и пьезоэлектрические модули:

$$U_i(x_1, x_2, x_3, t) = \frac{u_i(x_1, x_2, x_3, t)}{h}, \quad i = \overline{1, 3}$$

$$K_{ijk} = \frac{e_{ijk}}{\sqrt{c_{2323}\varepsilon_{11}}}, \quad i = \overline{1, 3}, j = \overline{1, 3}, k = \overline{1, 3},$$
(10)

потенциал, модули упругости, плотность:

$$\Phi(x_1, x_2, x_3) = \frac{\sqrt{\varepsilon_{11}}\Phi(x_1, x_2, x_3)}{h}, \quad i = \overline{1, 3}$$

$$A_{ijkl} = \frac{c_{ijkl}}{c_{2323}}, \quad i = \overline{1, 3}, j = \overline{1, 3}, k = \overline{1, 3}, l = \overline{1, 3},$$
(11)

$$\rho_0 = \rho \frac{c_2^2}{c_{2323}}$$

диэлектрические проницаемости:

$$s_{22} = \frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11}}, \quad s_{33} = \frac{\varepsilon_{33}}{\varepsilon_{11}}.$$
(12)

где  $h$  – это толщина пластинки, а  $c_2$  – это величина, имеющая размерность скорости.

#### Литература

1. Дьелесан Э., Руайе Д. Упругие волны в твердых телах/ Э. Дьелесан, Д. Руайе – М.: Наука, 1982. – 424 с.
2. Викторов И.А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах/ И.А. Викторов – М.:Наука, 1981. – 287 с.

### МЕТОД ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМА ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

А.С.Циунчик

Нелинейные уравнения Шредингера широко используются для описания нелинейных волновых процессов различной физической природы [1,2]. В большинстве практически значимых случаев аналитическое решение подобных задач найти не удастся, и их исчерпывающий анализ требует применения приближенных численных методов.

Для исследования эффективности численных алгоритмов традиционно используется модельная задача для уравнения Шредингера с кубической нелинейностью (НУШ):

$$i \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial^2 E}{\partial^2 x} + 2|E|^2 E = 0, \quad x = (-L, L), \quad (1)$$

$$E(0, x) = E_0(x), \quad E(t, -L) = E(t, L) = 0. \quad (2)$$

Задача (1-2) имеет двухпараметрическое семейство автомодельных решений вида уединенных волн – солитонов [1,2]:

$$E(x, t) = A \operatorname{sech}\{A(x - vt)\} \exp\{i[vx - (v^2 - A^2)t]\}, \quad (3)$$

где действительные постоянные  $A$  и  $v$  – амплитуда и скорость солитона.

Наиболее эффективными для данного класса задач являются симметричные консервативные разностные методы и метод дробных шагов (МДШ) с использованием быстрого дискретного преобразования Фурье (БДПФ) [3]. Симметричная схема дробных шагов второго порядка точности по  $\tau$  сводится к последовательности следующих операций [1]:

$$u(t + \tau/2, x) = u(t, x) \exp(i\tau |u(t, x)|^2), \quad U(t + \tau/2, \omega) = F[u(t + \tau/2, x)],$$

$$U(t + \tau, \omega) = U(t + \tau/2, \omega) H(\omega), \quad \bar{u}(t + \tau, x) = F^{-1}[U(t + \tau, \omega)],$$

$$u(t + \tau, x) = \bar{u}(t + \tau, x) \exp(i\tau |\bar{u}(t + \tau, x)|^2),$$

где  $x = (x_0, x_1, \dots, x_{N-1})$ ,  $x_k = -L + kh$ ,  $h = 2L/N$ ,  $\omega = (\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{N-1})$ ,  $\omega_k = (-N/2 + k) \frac{\pi}{L}$ ,  $k = \overline{0, N-1}$ ,  $H(\omega) = \exp\{-i\tau\omega^2\}$ ,  $U = F[u]$  и  $u = F^{-1}[U]$

– соответственно прямое и обратное дискретное преобразование Фурье.

Использование преобразования Фурье обеспечивает высокую точность метода, однако вычислительная сложность алгоритма имеет порядок  $O(N \log_2 N)$ . В работе [4] предложена модификация МДШ, в которой приближенное решение линейной части задачи вычисляется с помощью цифрового фильтра второго порядка с функцией передачи

$$H_{Lin}(\omega) = p_i p_r (e^{-i\omega} - ip_i^{-1}) (e^{-i\omega} - p_r^{-1}) (e^{-i\omega} - ip_i)^{-1} (e^{-i\omega} - p_r)^{-1}.$$

Действительные постоянные  $p_i$  и  $p_r$  задаются с таким расчетом, чтобы обеспечить наилучшую согласованность характеристик  $H_{Lin}(\omega)$  и  $H(\omega)$ . Стандартная реализация данного цифрового фильтра на основе рекурсивного алгоритма осуществляется без перехода в частотную область [5], что обеспечивает оптимальную вычислительную сложность метода порядка  $O(N)$ .

Недостатком данного метода является вносимая цифровым фильтром постоянная групповая задержка приближенного решения, которая выражается в пространственном сдвиге приближенного решения на каждом шаге по времени [4].

Рассмотрим в качестве метода решения линейной части уравнения (1) цифровой фильтр с функцией передачи

$$H_S(\omega) = H_1(\omega)H_1^*(\omega) = p^2(e^{-i\omega} - ip^{-1})(e^{-i\omega} - ip)^{-1}(e^{i\omega} - p^{-1})(e^{i\omega} - p)^{-1}.$$

Использование данного цифрового фильтра в симметричной схеме дробных шагов приводит к следующему алгоритму:

$$\bar{u}(t_n + \tau/2, x_k) = pu(t_n, x_k) - iu(t_n, x_{k-1}) + ip\bar{u}(t_n + \tau/2, x_{k-1}), \quad (4a)$$

$$k = \overline{1, N-1}, \quad \bar{u}(t_n + \tau/2, x_0) = u(t_n, x_0) = 0,$$

$$\bar{u}(t_n + \tau, x_n) = \bar{u}(t_n + \tau/2, x_k) \exp\{i\tau 2|\bar{u}(t_n + \tau/2, x_k)|^2\}, \quad n = \overline{1, N-1}, \quad (4б)$$

$$u(t_n + \tau, x_k) = p\bar{u}(t_n + \tau, x_k) - i\bar{u}(t_n + \tau, x_{k+1}) + ipu(t_n + \tau, x_{k+1}), \quad (4в)$$

$$k = N-2, N-3, \dots, 0, \quad u(t_n + \tau, x_{N-1}) = \bar{u}(t_n + \tau, x_{N-1}) = 0.$$

Шаг по времени  $\tau$  связан с шагом дискретизации по пространству  $h$  и выбором действительной постоянной  $p$ :  $\tau = 2h^2 p(1 - p^2)(1 + p^2)^{-2}$ .

Непосредственной проверкой легко убедиться, что при любых  $p$

$$|H_{Lin}(\omega)| = |H_S(\omega)| = |H(\omega)| = 1.$$

Следствием этого является консервативность данных алгоритмов:

$$\text{мов: } \sum_{k=0}^{N-1} h |u(t_n, x_k)|^2 = \text{const}.$$

По сравнению с цифровым фильтром  $H_{Lin}(\omega)$ , пара сопряженных фильтров первого порядка  $H_1(\omega)$  и  $H_1^*(\omega)$  позволяет сократить вычислительные затраты, устранить эффект группового запаздывания приближенного решения и

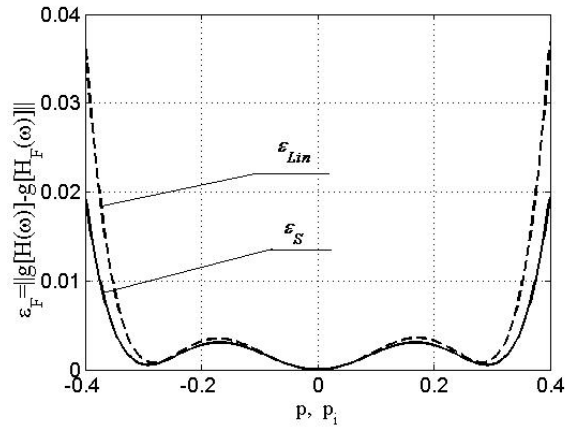


Рис.1. Зависимости от параметров  $p$  и  $p_1$  погрешности аппроксимации функции групповой задержки дифференциальной задачи при использовании цифровых фильтров  $H_{Lin}$  и  $H_S$

существенно улучшить согласованность результирующей функции передачи фильтра  $H_S(\omega)$  с методом Фурье.

Погрешности аппроксимации фазовых характеристик дифференциальной задачи в терминах групповой задержки  $g[H(\omega)] = -\frac{d}{d\omega} \arg\{H(\omega)\}$  при использовании рассмотренных цифровых фильтров  $H_{Lin}(\omega)$  и  $H_S(\omega)$  представлены на рис.1. Из рисунка видно, что дисперсионная погрешность предложенного цифрового фильтра  $H_S(\omega)$  заметно ниже, чем для  $H_{Lin}(\omega)$ .

Фазово-частотные характеристики и фактические погрешности приближенного решения при моделировании динамики солитонов (3),  $A=2$ ,  $\nu=0$ , с использованием различных численных методов представлены на рис.2. Несложно заметить, что предложенный алгоритм (4) имеет второй порядок точности относительно шага дискретизации  $h$ . Фактическая погрешность данного метода на порядок меньше, чем у консервативных разностных схем, и примерно во столько же раз больше по сравнению с методом Фурье.

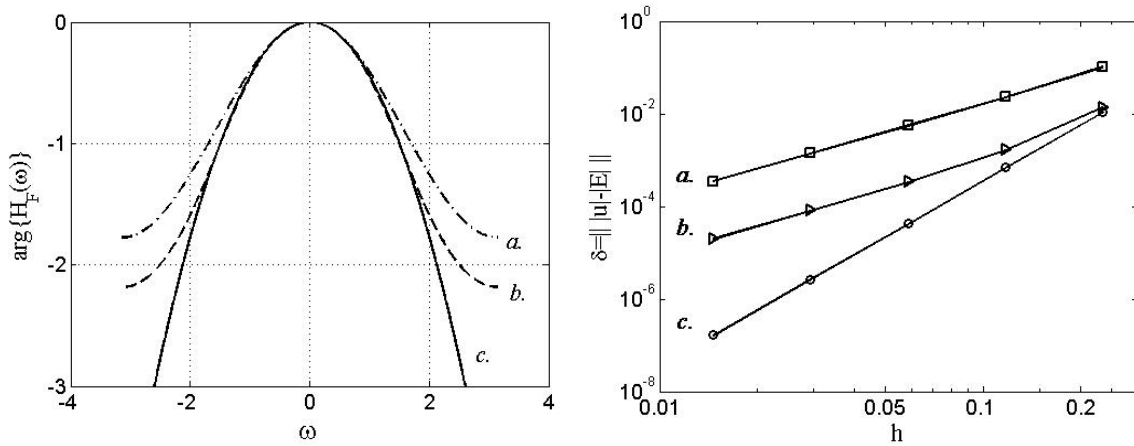


Рис.2. Фазово-частотные характеристики (слева) и фактическая погрешность (справа) численных методов: *a* – консервативный разностный метод, *b* – МДШ с использованием цифрового фильтра  $H_S$ , *c* – МДШ с использованием БДПФ.

Таким образом, предложенная модификация МДШ (4) обеспечивает существенное сокращение вычислительных затрат при умеренном снижении точности по сравнению методами, основанными на использова-

нии БДПФ. По качественным характеристикам предложенный метод превосходит известный аналог [4].

### Литература

1. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика. – М.: Мир, 1996. – 323 с.
2. Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Моррис Х. Солитоны и нелинейные волновые уравнения. – М.: Мир, 1988. – 694 с.
3. Taha R. T., Ablowitz M. J. Analytical and numerical aspects of certain nonlinear evolution equations. II. Numerical nonlinear Schrodinger equation // J. Comp. Phys. – 1984. – V. 55, № 2. – P. 203 – 230.
4. Carena A, Curri V., Gaudino R., Poggiolini P., and Benedetto S. A time-domain optical transmission system simulation package accounting for nonlinear and polarization-related effects in fiber // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. -1997. V. 15. P 751 – 765.
5. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов. – СПб.: Питер, 2002. – 608 с.



**МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ АКТИН-ПОЛИМЕРИЗАЦИИ****В. В. Баранов****ВВЕДЕНИЕ**

Процесс формирования нитевидных полимеров белка актина (актин-филамент) играет ключевую роль в работе клеток: формировании цитоскелета, движении клеток и их делении. Кроме того, некоторые патогенные организмы, например *Listeria monocytogenes*, используют актин-полимеризацию для движения в зараженных клетках [1]. Подвижность раковых клеток и метастазирование опухолей в значительной степени обусловлены этим процессом. Динамика процесса актин-полимеризации достаточно сложна и объединение мономеров в филаменты трудно описываемо. Поэтому наши представления об основных характерных особенностях развития типичных молекулярных систем, способах образования филамент (нуклеации), и, в особенности, о количественных оценках параметров актин-полимеризации могут быть получены лишь косвенным путем, в первую очередь, путем фитинга экспериментальных данных результатами численного моделирования.

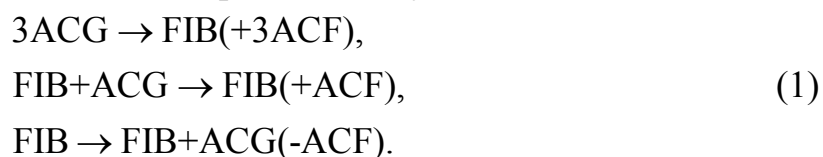
Целью данной работы является построение универсального алгоритма моделирования процесса актин-полимеризации с помощью численного решения системы дифференциальных уравнений, анализ полученных решений.

**1. МЕХАНИЗМЫ АКТИН-ПОЛИМЕРИЗАЦИИ**

Актин – это один из самых распространенных белков, являющийся основой клеточного скелета. Актины формируют длинные нитевидные полимеры – филаменты. Он может быть представлен в двух формах: глобулярный актин (G-актин, ACG), являющийся мономером, и F-актин (ACF), входящий в состав филаменты.

Филамента – полимер, нить, состоящая из нескольких связанных актинов. Считается, что минимальная длина филаменты – три актина (потому что двухактиновые филаменты являются крайне неустойчивыми).

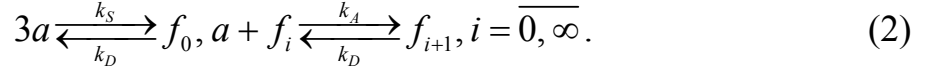
Мы будем рассматривать простейшую модель актин-полимеризации, в которой возможны следующие реакции: нуклеация (формирование) филамент, рост филамент, диссоциация филамент, разрушение коротких филамент (состоящих из трех актинов) вследствие диссоциации. В соответствии со стандартными обозначениями эти реакции могут быть записаны в виде:



Здесь использованы следующие обозначения:

ACF – F-актин (в любой форме), ACG – G-актин (в любой форме), FIB – barbed конец филаменты (в любой форме).

Уточним описание системы, и будем рассматривать филаменты разных длин как разные реагенты. Кроме того, для краткости будем обозначать ACG актины и их концентрацию через  $a$ , а филаменты длины  $i + 3$  и их концентрации – через  $f_i, i = \overline{0, \infty}$ . тогда система будет описываться следующими реакциями:



Здесь введены следующие скорости реакций:  $k_A$  – скорость ассоциации,  $k_D$  – скорость диссоциации,  $k_S$  – скорость нуклеации.

## 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Дифференциальные уравнения для концентраций легко получить из (2). Они будут выглядеть так:

$$\begin{cases} \frac{da}{dt} = -3k_S a^3 - k_A a \sum_{i=0}^{\infty} f_i + k_D (\sum_{i=0}^{\infty} f_i + 2f_0), \\ \frac{df_0}{dt} = -(k_A a + k_D) f_0 + k_D f_1 + k_S a^3, \\ \frac{df_i}{dt} = -(k_A a + k_D) f_i + k_D f_{i+1} + k_A a f_{i-1}, i = \overline{1, \infty}. \end{cases}, \quad (3)$$

Путем сложения уравнений для всех  $f_i$  легко получить выражение для полной концентрации филамент, то есть FIB ( $\frac{dF}{dt} = k_S a^3 - k_D f_0$ ), обозначив ее для краткости через  $F$ ; кроме этого, ограничим число выражений для отдельных филамент в (3) некоторым конечным  $n$ . В итоге получим:

$$\begin{cases} \frac{da}{dt} = -3k_S a^3 - k_A a F + k_D (F + 2f_0), \\ \frac{dF}{dt} = k_S a^3 - k_D f_0, \\ \frac{df_0}{dt} = -(k_A a + k_D) f_0 + k_D f_1 + k_S a^3, \\ \frac{df_i}{dt} = -(k_A a + k_D) f_i + k_D f_{i+1} + k_A a f_{i-1}, i = \overline{1, n-1}, \\ \frac{df_n}{dt} = -(k_A a + k_D) f_n + k_A a f_{n-1}. \end{cases}, \quad (4)$$

Начальные условия были выбраны в виде:

$$(a, F, f_0, f_1, \dots)^T (t=0) = (a_0, 0, 0, 0, \dots), \quad (5)$$

Задача решалась методом Рунге-Кутты 45 [2].

### 3. ПРИЛОЖЕНИЕ К ТИПИЧНОЙ СИСТЕМЕ

Параметры системы выберем такими, чтоб результат моделирования находился в наилучшем согласовании с доступными экспериментальными данными:

$$k_A = 8 \text{ с}^{-1} (\text{мкМ})^{-1}, \quad k_D = 1 \text{ с}^{-1}, \quad k_S = 1.25 \cdot 10^{-8} \text{ с}^{-1} (\text{мкМ})^{-2}, \quad a_0 = 6 \text{ мкМ}.$$

Максимальное время моделирования  $t_{\max} = 1000 \text{ с}$ .

Вначале отметим, что взвешенные остатки двух решений системы, полученных при максимальной длине филамент  $n = 5$  и  $500$ , находятся в пределах  $\pm 2 \cdot 10^{-4} (\text{мкМ})^{1/2}$  на всем промежутке вычислений.

Мы видим, что различие незначительно. Это объясняется тем, что для всего процесса полимеризации  $k_D \ll k_A a$ , то есть филаменты длины  $i + 1$  практически не превращаются в филаменты длины  $i$ .

В последующем для проверки мы будем сравнивать наши результаты с экспериментальными данными и с результатами, полученными с помощью полуэмпирического метода моделирования, разработанного в [3].

Сравнивались не непосредственные концентрации реагентов, а интенсивность флуоресценции от образца, имеющего заданные параметры. Интенсивность флуоресценции  $I$  вычисляется следующим образом:

$$I(t) = (I_0 - B) \frac{N(t - T)}{\max(N)} + B, \quad (6)$$

где  $I_0$  – максимальная экспериментальная интенсивность флуоресценции,  $B$  – фоновая интенсивность флуоресценции,  $T$  – временной сдвиг; для  $t < T$   $N(t - T)$  полагается равным нулю; для последующих вычислений приняты  $B = 50$  (относительных единиц),  $T = 1000 \text{ с}$ ,  $I_0 = 1280$ .

Максимальное отличие данных (имеет место при  $t = T$ ), смоделированных методом [3], от экспериментальных составляет 1,5; решения системы (4) для прежних параметров, и для  $n = 500$ , от экспериментальных данных – 20.

### 4. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Мы видим, что решение системы (4) несколько отличается от экспериментального (хотя и находится в хорошем согласии с ним).

Выделим возможные причины расхождения:

1. упрощенное описание начальной стадии образования филамент, ведь на самом деле сначала соединяются 2 актина, потом добавляется третий, и с этого момента нить растет, как и предполагается в модели,

2. неадекватная модель динамики длинных филамент (то есть отсутствие учета таких факторов, как различие скоростей реакций для филамент разных длин, ветвление филамент и т.п.).

Учитывая результаты [4], можно заключить, что в нашем случае наиболее вероятнейшей причиной расхождения является упрощенное описание начальной стадии образования филамент.

#### **Литература**

1. *Soo F. S., Theriot J. A.* Large-scale quantitative analysis of sources of variation in the actin polymerization-based movement of *Listeria monocytogenes* // *Biophys. J.* 2005. V. 89. P. 703–723.
2. *Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельников Г.М.* Численные методы. М.: Наука, 1987, 630 с.
3. *Petr V. Nazarov et al.* Developing mathematical models, algorithms and programming tools for analysis of actin based motility // *FNR Report.* 2007.
4. *Sept David, McCammo J. Andrew.* Kinetics of Actin Filament Nucleation // *Biophys. J.* 2001. V. 81. P. 667–674.

### **ИЗМЕРЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КООРДИНАТ ТОЧЕК ПОВЕРХНОСТИ ОБЪЕКТА**

**А. А. Беспальцев, Д. П. Лопатин, Д. В. Бобров,  
П. В. Петров, Н. Н. Кольчевский**

Восстановление трехмерных изображений объектов является актуальной и сложной научно технической задачей. Для получения трехмерных изображений объектов используют томографы принцип действия, которых состоит в обработке большого количества двумерных изображений объекта. Современный томограф представляет собой сложное компьютеризированное устройство стоимость которого может составлять более 500 тыс. долларов США и позволяет восстанавливать трехмерные изображения поверхности объекта с субмикронной точностью. В Республике Беларусь подобные устройства не производятся, и для многих задач не требуется такой высокой точности.

Целью данной работы являлось разработка и изготовление системы измерения пространственных координат точек поверхности объекта.

Задача измерения трехмерного изображения поверхности объекта решена с использованием стереопары, позволяющей фиксировать двумерные координаты объекта с двух различных точек пространства. В качестве стереопары выбраны web-камеры, позволяющие измерять координаты

лазерного луча на поверхности твердого тела. Измерения формы поверхности производилось методом сканирования поверхности лазерным лучом, набор координат луча содержит информацию о поверхности тела.

Для разработки и изготовления стенда использовались web-камеры различных производителей, подключаемые к персональному компьютеру через USB-порт. Использовались следующие web-камеры: Genius Video-Cam Web V4, тип сенсора: CMOS матрица, кол-во пикселей 300 тысяч, максимальное разрешение 640 x 480, частота смены кадров 15 / 30 fps; и ACME T041, тип сенсора: CMOS матрица, кол-во пикселей 100 тысяч, максимальное разрешение 352 x 288, частота смены кадров 15 / 30 fps.

Измерения показали, что камеры характеризуются малым углом обзора и низкой разрешающей способностью. Скорость передачи данных по USB-порту позволяет надежно передавать изображения со скоростью 20 кадров в секунду. Разработанный и изготовленный стенд содержит установленные на расстоянии  $\sim 40$  см друг от друга камеры и экран для установки объекта на расстоянии 30 см от камер. Камеры были установлены строго горизонтально под углом 90 градусов друг относительно друга. При данной геометрии стенда область измерений имела площадь порядка  $100 \text{ см}^2$ .

Процесс измерения заключался в закреплении образца на экране и его сканирования лазерной указкой. С интервалом равным  $\sim 0.2$  с. определялись пространственные координаты луча на поверхности объекта.

Разработано программное обеспечение, обрабатывающее данные web-камер. Программа написана в среде Delphi с использованием пакета DsPack, предназначенного для захвата видеоизображений, сформированных web-камерами [1].

Полученные двумерные изображения обрабатывались для определения наиболее яркой (подсвеченной лазером) точки изображения. Для решения данной задачи, использовалось представление изображения в абсолютном значении яркости. То есть каждый пиксель изображения представляется трехбайтовым числом 0xFFFFFF. Данное представление изображения удобно тем, что цвет пикселя зависит от одного числа. Значение 0xFF0000 соответствует синему цвету, значение 0x00FF00 соответствует зеленому, а 0x0000FF соответствует красному. В зависимости от условий измерений и свойств объекта изображение может быть преобразовано в монохромный режим или на этапе обучения программы заданному цвету в области изображения может быть присвоено значение максимальной яркости [2].

Анализ изображений позволяет найти двумерные координаты луча для каждой из web-камер –  $(N_x^1, N_y^1)$  и  $(N_x^2, N_y^2)$ . Схема установки web-камер на исследовательском стенде показана на рисунке 1.

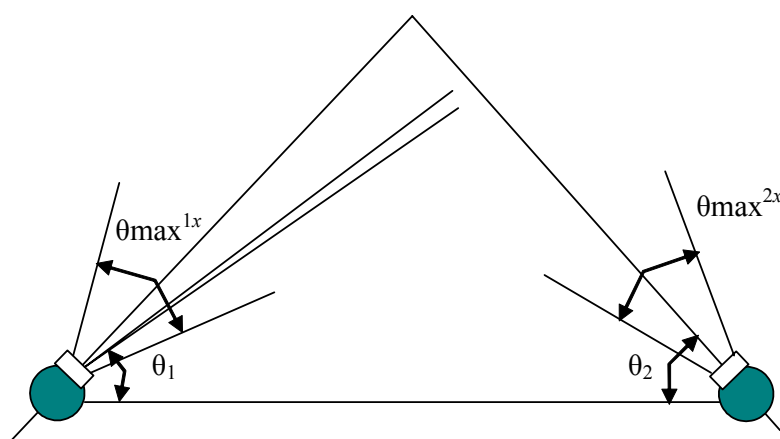


Рис. 1. Схема установки web-камер на измерительном стенде

На основе данных о поле зрения камеры и геометрии установки можно вычислить угловые направления в горизонтальной плоскости на яркую точку относительно камеры 1 –  $\beta_1$  и камеры 2 –  $\beta_2$ . Пример расчета  $\beta_1$  показан ниже:

$$\beta_1 = \theta_1 - \left( \frac{2Nx^1}{Nx^{1\max}} - 1 \right) \theta_{\max}^{1x}, \quad (1)$$

где  $\beta_1$  – угол, характеризующий направление на яркую точкой лазерного луча в горизонтальной плоскости,  $\theta_{\max}^{1x}$  – угол обзора 1-ой web-камеры,  $\theta_1$  – угол, характеризующий направление на яркую точку лазерного луча относительно нормали камеры,  $Nx^{1\max}$  – максимальное разрешение по оси  $x$ .

Зная угловые направления ( $\beta_1, \beta_2$ ) в горизонтальной плоскости можно рассчитать координаты  $(x, y)$  лазерного луча на поверхности объекта, считая одну из камер расположенной в начале координат:

$$x = \frac{D \operatorname{tg} \beta_1}{\operatorname{tg} \beta_2 + \operatorname{tg} \beta_1}, y = \frac{D \operatorname{tg} \beta_2 \operatorname{tg} \beta_1}{\operatorname{tg} \beta_2 + \operatorname{tg} \beta_1} = x \operatorname{tg} \beta_2. \quad (2)$$

На основе данных о поле зрения камеры и геометрии установки в вертикальной плоскости можно вычислить угловые направления  $\alpha$  на яркую точку относительно камеры и недостающую координату  $z$ :

$$\alpha = \left( \frac{2Ny}{Ny^{\max}} - 1 \right) \gamma_{\max}^y, z = \sqrt{x^2 + y^2} \operatorname{tg} \alpha. \quad (3)$$

Полученные координаты  $(x, y, z)$  сохраняются в текстовый файл. Скорость обработки изображений и вычислений координат существенно ниже скорости передачи изображений, следовательно, скорость записи данных в файл составляет 5 точек в секунду. Сформированный файл

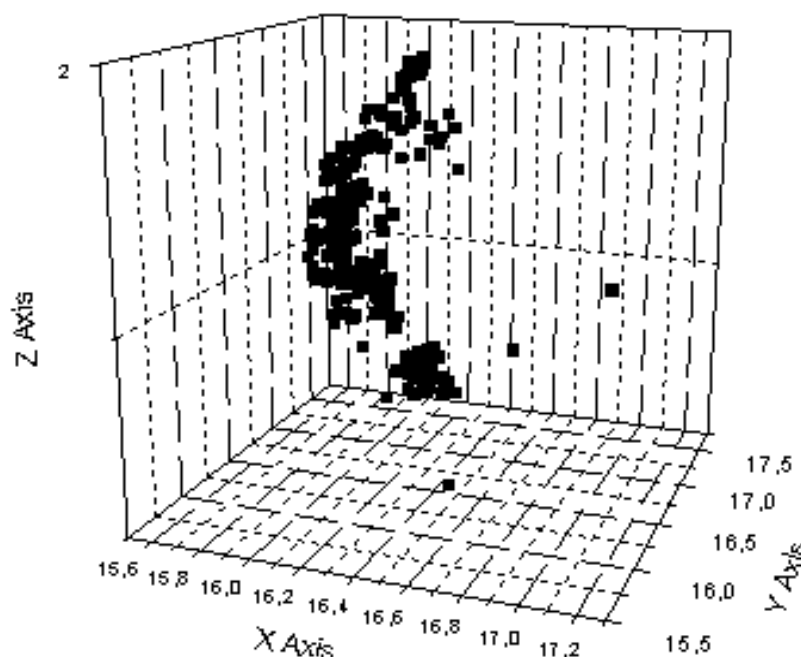


Рис. 2. 3D график, характеризующий движения лазерного луча

данных, содержащий координаты  $(x, y, z)$  может быть обработан стандартным математическими пакетами для построения 3D графиков. На рисунке 2 показан построенный в среде Origin 3D график движения лазерного луча по поверхности объекта.

Разрешение формируемого 3D изображения зависит от размеров лазерного луча, свойств объекта, освещенности и т.д. Достоинствами разработанного устройства являются низкая цена устройства, малые размеры, простота установки и наладки. Данное устройство может быть использовано: на производстве, для первичного контроля качества, для моделирования поведения объектов, для измерения линейных размеров объектов, для построения траекторий движущихся тел.

### Литература

1. Интернет-адрес: <http://directshow.wonderu.com> – сайт посвященный обработке потокового видео на Delphi.
2. Данн Дж. Цифровое видео: быстро и эффективно. Санкт-Петербург, 2005.

## РЕНТГЕНОВСКАЯ АДИАБАТИЧЕСКАЯ ЛИНЗА

**А. А. Большаков, П. В. Петров, Н. Н. Кольчевский**

Исторически развитие рентгенооптических элементов пошло по пути применения методов отражательной и дифракционной оптики для мягкого рентгеновского диапазона. Однако с увеличением энергии фотонов

рентгеновского излучения данные методы становятся трудно применимыми из-за высоких требований к качеству рентгенооптических элементов (например, степень шероховатости должна быть сравнима с длиной волны излучения). Поэтому наряду с общепринятыми элементами рентгеновской оптики, такими как капилляры, зонные пластинки, дифракционные решетки, многослойные зеркала, зеркала скользящего падения, изучалась возможность применения преломляющих линз для рентгеновских лучей.

В 1996 году была предложена идея использовать многоэлементную линзу для фокусировки жесткого рентгеновского излучения. Применение многоэлементной линзы, состоящей из  $N$  отдельных линз, позволяет в  $N$  раз уменьшить фокусное расстояние системы по сравнению с отдельной линзой. К настоящему времени многоэлементные линзы применяются для фокусировки и получения изображений при энергиях фотонов 5-100 кэВ. Типичная линза содержит 10-500 преломляющих поверхностей и характеризуется входной апертурой порядка 100-500 мкм и фокусным расстоянием 1-2 м. В БГУ разработана микрокапиллярная линза, представляющая собой набор капель застывшей жидкости в капилляре. Капля жидкости, помещенная в капилляр, под действием естественных сил поверхностного натяжения принимает двояковогнутую сферическую форму в стеклянном капилляре и может быть использована как фокусирующая рентгеновское излучение преломляющая линза.

Особенность современных экспериментов по фокусировке предполагают использование наиболее мощных источников рентгеновского излучения, которыми являются синхротроны. Целью таких экспериментов является получение фокусного пятна наименьшего размера. Фокусное пятно является изображением источника и его размер определяется фокусным расстоянием микрокапиллярной линзы и расстоянием между источником и детектором.

В экспериментах с синхротронными источниками размер источника  $R_s$  и расстояние между источником и детектором  $S$  является величиной постоянной [1], следовательно, размер фокусного пятна определяется только фокусным расстоянием линзы:

$$R_s / R = S / 2F - 1 + ((S / 2F)^2 - S / F)^{1/2}, \quad (1)$$

где  $S$  – расстояние от источника до детектора.

Целью данной работы является изучение возможности уменьшения фокусного расстояния микрокапиллярной линзы.

У отдельной линзы фокусное расстояние равно:

$$F = R / 2\delta, \quad (2)$$



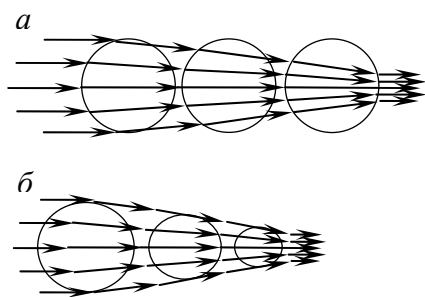


Рис. 1. Схема, показывающая ход лучей в микрокапиллярной линзе (а) и в адиабатической микрокапиллярной линзе (б)

где  $R$  – радиус линзы.

У сложной линзы, состоящей из  $N$  линз, фокусное расстояние равно:

$$F_N = F / N + L/3, \quad (3)$$

т.е. фокусное расстояние многоэлементной линзы уменьшается до тех пор, пока фокусное расстояние больше, чем общая длина линзы  $L$ , т.е. существует короткофокусная микрокапиллярная линза с минимальным значением фокусного расстояния. Расчеты показывают, что для энергий рентгеновских фотонов 5-50 кэВ фокусное пятно бу-

дет находится вне микрокапиллярной линзы, если число линз не превышает величины  $N_{\max}$ , зависящей от энергии фотонов  $E_f$  и плазменной энергии материала  $E_p$ :

$$N_{\max} = 1.2 E_p / E_f \quad (4)$$

Уменьшить фокусное расстояние микрокапиллярной линзы можно используя линзы переменного радиуса с помощью, так называемой адиабатической линзы [2]. Анализ распределения рентгеновского пучка в короткофокусной микрокапиллярной линзе показывает, что пучок рентгеновских лучей при распространении в линзе сжимается в диаметре (рис. 1а). Размещая линзы уменьшающегося радиуса по мере сжатия пучка лучей можно достигнуть более сильного преломления рентгеновских лучей и уменьшение фокусного расстояния адиабатической микрокапиллярной линзы (рис. 1б).

Для анализа рентгенооптических параметров адиабатической микрокапиллярной линзы разработана программа «3D моделирование прохождения рентгеновских лучей через адиабатическую микрокапиллярную линзу». Программа рассчитывает распределение рентгеновского излучения в адиабатической микрокапиллярной линзе в приближении геометрической оптики методом Монте-Карло.

Профиль адиабатической микрокапиллярной линзы формировался из условия постоянства степени заполнения линзы пучком рентгеновских лучей. Сравнение рассчитанного профиля адиабатической линзы с профилями изготовленных стеклянных микрокапилляров (рис. 2) показывает возможность сформировать адиабатическую микрокапиллярную линзу в конусоподобном стеклянном капилляре.

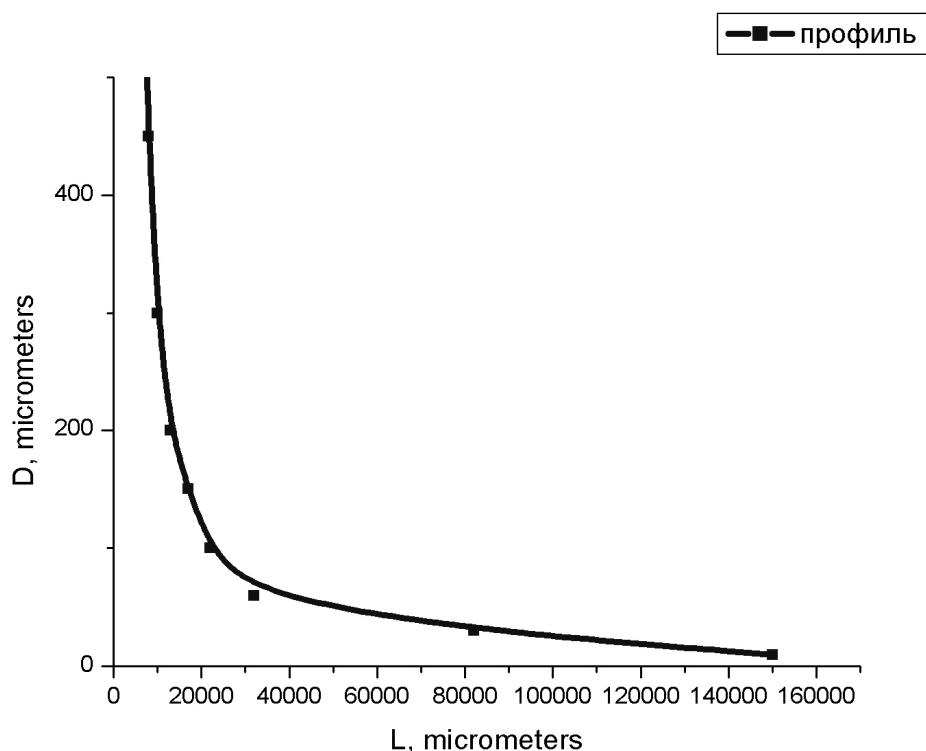


Рис. 2. Рассчитанный профиль адиабатической линзы в сравнении с профилем стеклянного капилляра

Рассчитаны фокусное расстояние адиабатической линзы  $F_a$  в зависимости от количества линз (см. таблицу) для энергии фотонов 8 кэВ. Показано, что фокусное расстояние адиабатической микрокапиллярной линзы существенно меньше фокусного расстояния микрокапиллярной линзы.

Предлагается для изготовления адиабатической микрокапиллярной линзы использовать стеклянные конусообразные микрокапилляры. Профиль капилляра задает возможный профиль адиабатической линзы. В приближении геометрической оптики рассчитаны профиль адиабатической линзы и ее фокусное расстояние. Показано, что при одинаковом количестве линз адиабатическая микрокапиллярная линза имеет фокусное расстояние меньше чем микрокапиллярная линза.

Таблица

**Зависимость фокусного расстояния адиабатической микрокапиллярной линзы  $F_a$  и микрокапиллярной линзы  $F$  от числа линз  $N$**

| N          | 100 | 200 | 300 | 400 |
|------------|-----|-----|-----|-----|
| $F_a$ , см | 61  | 24  | 11  | 5   |
| $F$ , см   | 63  | 33  | 22  | 17  |

## Литература

1. *Muitemm A.* Оптика рентгеновского излучения. М.: Мир, 1989. 352 с.
2. *Schroer C. G., Lengeler B.* Focusing Hard X Rays to Nanometer Dimensions by Adiabatically Focusing Lenses. Hamburg, Germany., 2005.

## СИСТЕМА УДАЛЕННОГО ДОСТУПА И МОНИТОРИНГА «УМНОГО ДОМА» ЧЕРЕЗ ИНТЕРЕНЕТ

**А. А. Васьков**

В настоящее время получают распространение различные технологии автоматизации и управления зданиями, одной из которых является технология «Умного Дома» (УД). Использование подобных систем позволяет снизить затраты энергоресурсов, а также повысить уровень безопасности помещения. По статистике зарубежных стран интеллектуальные системы позволяют существенно сократить расходы:

- оплату за тепловую энергию – на 50%;
- оплату заводу – на 41%;
- оплату за электроэнергию – на 30%;
- эксплуатационные расходы – на 30%.

Для решения задачи удаленного управления и мониторинга УД целесообразно использовать глобальную сеть. Использование Интернета как связующего звена в системе управления практически убирает ограничение на расстояние до наблюдаемого объекта и позволяет получать информацию об его состоянии в реальном времени. В связи с этим возникают различные вопросы в способе передачи, сбора, представления информации конечному пользователю, интерфейса взаимодействия. Решению этих вопросов и проблемы реализации управления системой «Умного Дома» через Интернет посвящена данная работа.

Предложенная нами система управления умным домом имеет модульную структуру и состоит из отдельных блоков, объединенных сетью 1-Wire. Система представляет собой распределенную сеть электронных устройств с древовидной топологией.

Для построения сети 1-Wire необходимы три составляющие: ведущий шины (компьютер или любой промышленный микроконтроллер), двухпроводной кабель и однопроводные устройства, соответствующие протоколу. В качестве ведущего шины был использован компьютер. Для подключения сети датчиков к компьютеру использовался адаптер DS2490 USB <-> 1-Wire. Архитектура, создаваемой системы удаленного управления «Умного Дома» через Internet, представлена на рисунке 1.

Система, построенная по этой архитектуре, действует следующим образом. Клиент передает запрос на Интернет-сервер. Интернет-сервер,

при необходимости, связывается с устройством (ведущий шины), имеющим возможность обмениваться информацией с датчиками, посылает ему запросы и получает от него необходимую информацию. На сервере эта информация обрабатывается и преобразуется в вид, понятный клиенту. Клиент получает информацию с сервера через Интернет и отображает ее на устройстве вывода.

Описанная архитектура обладает тем преимуществом, что ее уровни и блоки отдельных уровней являются платформо-независимыми и допускает расширение системы.

Данная архитектура была реализована в системе управления и мониторинга «Умного Дома» и работает в режиме реального времени через сеть Интернет. Как видно из рисунка 1, система является четырехуровневой и состоит из собственно «Умного Дома» (1-Wire сеть + датчики), ведущего шины (компьютер) и интернет-сервиса, сети передачи данных от «Умного Дома» к пользователю (Интернет) и компьютера самого пользователя.

Пользователю предоставляется веб-интерфейс контроля «Умного Дома» (рис. 2), реализованного с использованием объектно-ориентированного языка программирования Java и веб-фреймворка Google Web Toolkit, который позволяет компилировать исходный текст на данном языке в кросс-браузерные AJAX-приложения на JavaScript.

Именно клиентская часть системы компилируется в JavaScript для выполнения в браузере на стороне пользователя. Серверная часть является обычным скомпилированным в байт-код Java-сервлетом, выполняемом Apache Tomcat на компьютере, к которому подключена через адаптер 1-Wire-сеть. Данный Java-сервлет для программного взаимодействия с датчиковой сетью использует драйверы компании Dallas Semiconductor «1-Wire API for Java 1.10».

Для получения удаленного доступа к системе «Умного Дома» через Интернет необходимо, чтобы ведущий компьютер имел доступ во всемирную сеть, а также статический IP-адрес.

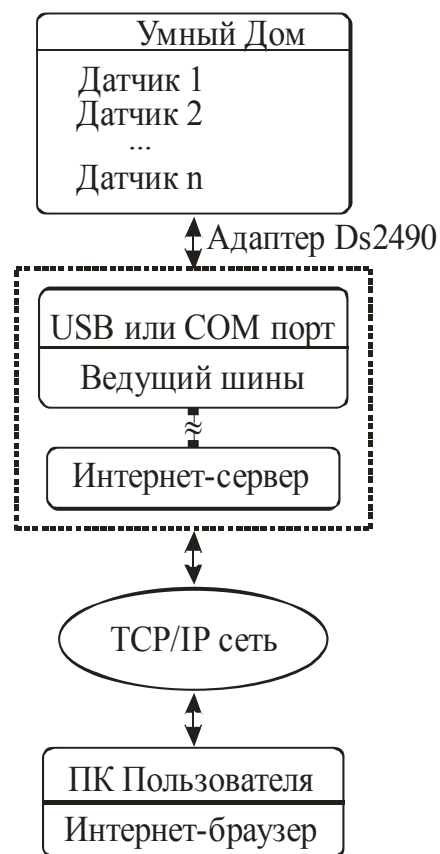


Рис. 1. Архитектура системы

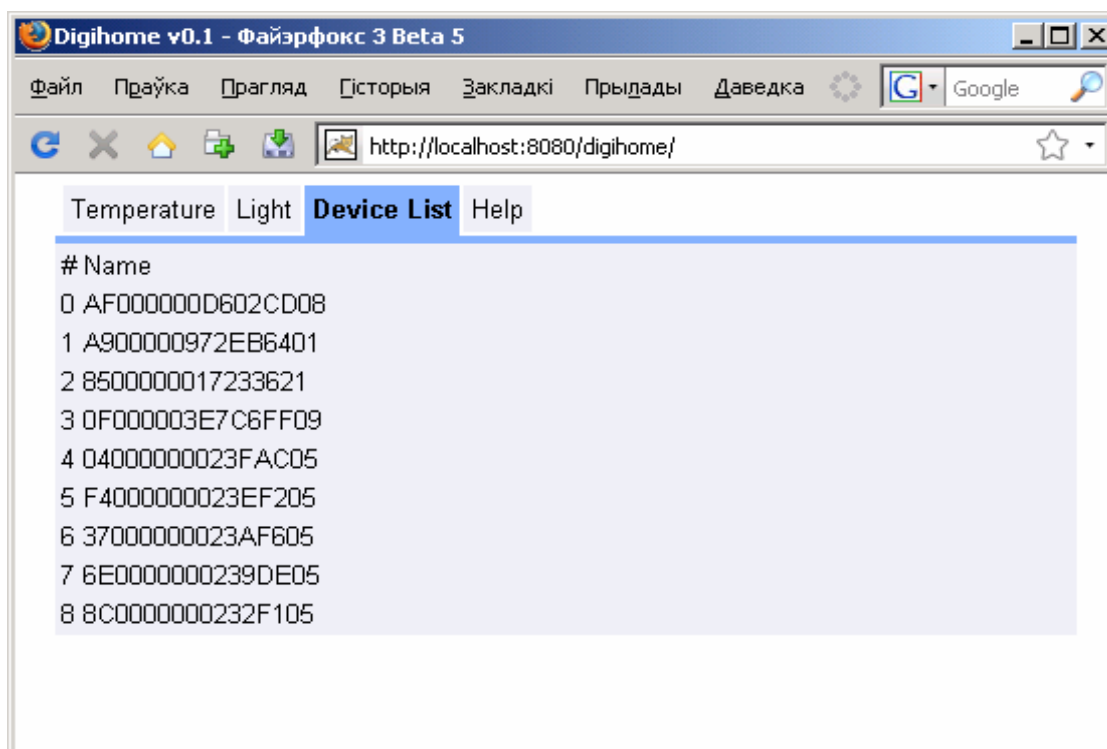


Рис. 2. Веб-интерфейс пользователя

В основе передачи данных между клиентом и сервером положена технология удаленного вызова процедур (RPC-запросы). AJAX-приложение, выполняющееся в браузере пользователя, посылает RPC-запросы серверу либо для сбора нужной информации о состоянии дома, либо команды на выполнение устройствами, входящими в его состав. Java-сервлет на стороне сервера, подключенный к сети, получает запрос, обрабатывает его, опрашивает необходимое устройство или посылает ему команду. Следует также отметить, что в рамках данной статьи вопросы безопасности системы не рассматриваются.

Отличительной чертой всей системы является ее переносимость на различные платформы благодаря использованию языка Java и наличию 1-Wire API под операционные системы Linux, Windows, Mac OS X.

### Литература

1. Злобич А. С., Родцевич Е. Д., Чернухо А. С. Мониторинг параметров удаленных объектов // Сборник работ 64-й научной конференции студентов и аспирантов БГУ. Минск, 2007. С. 41-45.
1. Тесли Е. «Умный дом» своими руками. Санкт-Петербург: Питер Пресс, 2008.
1. Гололобов В. Н. «Умный дом» своими руками. НТ Пресс, 2007. 416 с.
1. Интернет-адрес:  
<http://code.google.com/webtoolkit/documentation/com.google.gwt.doc.DeveloperGuide.Fundamentals.html>
1. Интернет-адрес: [http://files.dalsemi.com/auto\\_id/softdev/owapi/index.html](http://files.dalsemi.com/auto_id/softdev/owapi/index.html)

# ПРИМЕНЕНИЕ ИНС ДЛЯ АНАЛИЗА КАЧЕСТВА БИОЧИПОВ

В. В. Горошко

## ВВЕДЕНИЕ

Развитие генетики имеет огромное значение для познания природы вообще и природы человека в частности. Одна из основных задач этой области состоит в определении активных, выраженных генов организма, а также генного строения организма вообще, т.е. в секвенировании генома. Получить ответы на эти вопросы позволяет эксперимент гибридизации микроматриц – одно из последних достижений экспериментальной молекулярной биологии, позволяющее проводить параллельный анализ экспрессии десятков тысяч генов [1, 2].

Биологические микрочипы или, как их чаще называют – DNA microarrays (микроматрицы ДНК) [3].

Первостепенной задачей анализа микроматриц является определение качества слайдов. Стандартный подход, основанный на простых правилах с установкой границ допустимости для каждого параметра ячеек матрицы, не дает точного результата, поэтому эксперту приходится перепроверять каждый слайд в поисках плохих спотов, что занимает большое количество времени.

Для решения данной проблемы было предложено использовать искусственную нейронную сеть (ИНС) для обработки параметров спотов. Был разработан алгоритм формирования обучающей выборки и обученная таким образом сеть была применена для анализа качества спотов.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В результате анализа исходного изображения специальными программами можно получить множество параметров характеризующих каждый спот. На основании этих параметров можно оценить качество спотов, что частично реализовано в МАИА [4]. Однако стандартный подход, основанный на простых правилах с установкой границ допустимости для каждого параметра, не дает точного результата, поэтому исследователю/эксперту приходится перепроверять каждый слайд в поисках плохих спотов (расплывшиеся и слившиеся споты) и артефактов (царапины, ворсинки, «кляксы»).

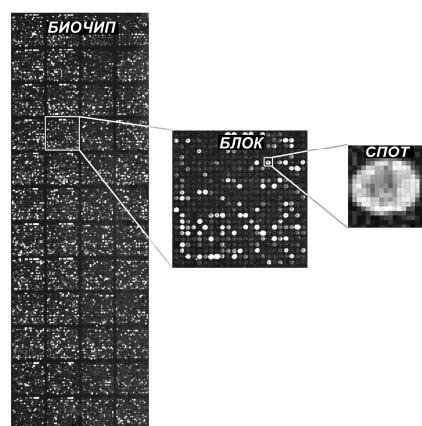


Рис. 1. Общая структура отсканированного слайда биочипа

Идея заключалась в том, чтобы обучить ИНС на множестве обработанных экспертом данных, отличать хорошие споты от плохих. При этом на вход подавать параметры спота. С выхода сети снимался параметр качества спота – действительный ( $\in [0..1]$ ).

На вход программы, написанной в среде MATLAB, подавались файлы формата \*.txt полученные при помощи программы MAIA 2.75. Такой файл представляет собой таблицу, колонки в которой разделены табуляцией. Каждый файл содержал 25392 строк и представлял собой скан биочипа состоящего из 48 блоков размером 23 на 23 ячейки. Соответствующая структура изображена на рисунке 1.

### **АЛГОРИТМ ФОРМИРОВАНИЯ ОБУЧАЮЩЕЙ ВЫБОРКИ**

В работе с ИНС пожалуй самой сложной задачей является корректное обучение сети. С целью оптимизации обучения ИНС был предложен следующий алгоритм формирования обучающей выборки. Схема представлена на рисунке 2.

Создание выборки можно разделить на несколько этапов.

1. Выбирается несколько слайдов, по которым мы будем обучать нашу сеть. В нашем случае из 12 слайдов мы выбрали 8 для обучения и оставили остальные 4 в качестве тестовых.

2. Из слайдов выбираем только колонки с необходимыми нам параметрами и формируем одну большую таблицу.

3. Разделяем нашу таблицу на две выборки «SPOT», которая содержит параметры тех ячеек, в которых есть пятно, и соответственно «NO\_SPOT» – параметры пустых ячеек.

4. Что бы избежать опасности переобучения эти 2 выборки были прорежены. То есть были отсеяны похожие пятна. В качестве меры схожести было выбрано евклидово расстояние в пространстве параметров:

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + \dots} < \delta. \quad (1)$$

5. Формирование итоговой выборки с помощью генератора случайных чисел заполняем итоговую выборку данными из 2 массивов.

В процессе исследований были проведены исследования на двух различных типах обучающих выборок.

1. Выборка, содержащая одинаковое количество пустых ячеек и ячеек с пятнами.

2. Выборка, в которой соотношение ячеек с пятнами к пустым было близким к такому соотношению на реальном слайде (на слайдах на 25392 в среднем приходится 3843 ячеек со спотами).

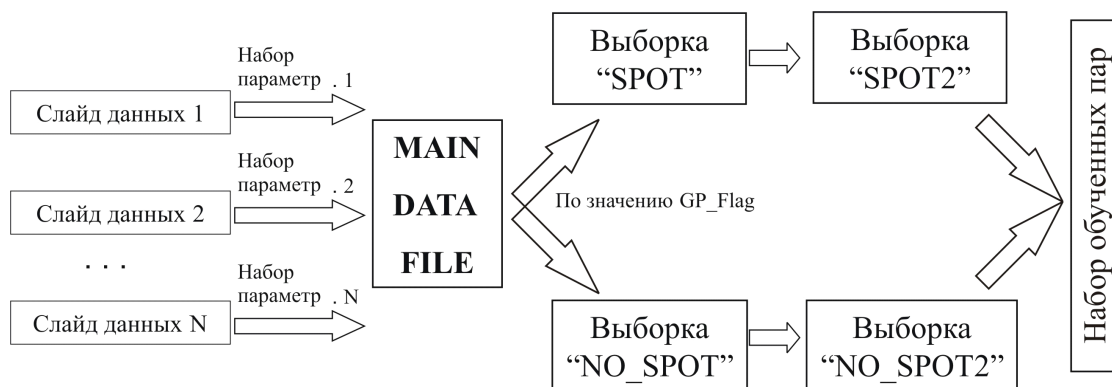


Рис. 2. Схема формирования обучающей выборки

Выборка типа 1 оказалась более эффективной.

Сформировав, таким образом, выборку из порядка трех тысяч элементов, было проведено обучение нейронной сети. Сеть – двухслойный персептрон с 15 нейронов в каждом скрытом слое. Количество нейронов в слое подбиралось вручную, путем наращивания сети в ходе эксперимента. В качестве алгоритма обучения был выбран метод обратного распространения ошибки в модификации Левенберга-Марквардта [5].

При подаче на вход слайда в 25392 строк, обученная нейронная сеть ошибается только на 30–150 ячейках (0,1–0,6% ошибок), что позволяет экономить время в течении эксперимента. Так же симуляции ИНС проходит быстрее, чем анализ качества слайдов по, тем же параметрам посредством алгоритмических методов.

Недостатком данного метода, является зависимость от сторонних программных продуктов и также необходимость некоторой последующей обработки.

### Литература

1. *Brazma A., Vilo J.* Gene expression data analysis // FEBS Letter. 2000. V. 480. P. 17–24.
2. *Kurella M., Li-Li Hsiao, Takumi Yoshida et. al.* DNA microarray analysis of complex biologic processes // Journal of the American Society of Nephrology. 2001. V. 12, P. 1072–1078.
3. *Мирзабеков А. Д.* Биочипы в биологии и медицине XXI века / Вестник РАН. М., 2003.
4. *Novikov E.* MAIA – Micro Array Image Analysis. Version 2.75. User manual. Institute Curie. 2005–2006.
5. *Bishop C. M.* Neural Networks for Pattern Recognition. Oxford, Clarendon Press, 1997.



# СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СЕТЕВОГО ТРАФИКА

Н. М. Карпук

## ВВЕДЕНИЕ

Сообщалось, что 24 января 2003 года в свет был выпущен W32.SQLExp.Worm (позднее названный Slammer/Sapphire), удваивающий количество зараженных систем каждые 8.5 секунд. Этот червь использовал уязвимость переполнения буфера в Microsoft SQL Server 2000 (включая MSDE 2000). Несмотря на то, что продукты Microsoft являются достаточно уязвимыми, скорость распространения этого червя была воистину пугающей. В течение 10 минут он поразили 90% всех аналогичных WEB-систем. Черви такого типа прежде существовали только в теории и представляли чисто академический интерес.

Для повышения эффективности обнаружения несанкционированного вторжения и различных аномалий (вирусов, хакерских атак и др.) могут быть использованы методы анализа трафика в компьютерной сети [1, 2]. Наиболее широко с этой целью используются методы и так называемые RBID-системы, основанные на правилах (от Rule-Based Intrusion Detection). Обычно RBID системы для выявления потенциальной атаки используют «сигнатуру» атаки с последующим анализом входящего трафика. Сигнатуры весьма разнообразны и могут определять конкретные параметры от номера порта в пакете до последовательности байт в серии пакетов. После того, как сигнатура разработана, её использование обычно довольно эффективно предотвращает нежелательную сетевую активность.

Главный недостаток такого подхода – то, что сигнатуры сначала надо разработать и обновить ими систему защиты. Так как обнаружение аномального трафика в RBID системах основано на сигнатурах, без их точного описания эффективность системы значительно понижается, но разработка правил даже для атаки средней сложности не тривиальна и требует времени. Сначала атака должна быть обнаружена, записана и проанализирована. Далее, необходимо создать новое правило для данной системы, что достаточно трудоемко. Самым оперативным поставщикам требуются часы или даже дни для выпуска сигнатуры. И даже если все эти шаги выполнены очень быстро, фундаментальная проблема остается: RBID система может не заметить аномальную активность без сигнатуры новой атаки. Поэтому такие черви, как W32.SQLExp, поражающие сеть в течение нескольких секунд, администратору не оставляют никаких шансов, несмотря на регулярно обновляемые RBID системы.

Решением этой проблемы может быть использование менее известного метода обнаружения вторжений и аномалий поведения, называемого статистическим [3].

## **СТАТИСТИЧЕСКИЙ ПУТЬ ОБНАРУЖЕНИЯ ВТОРЖЕНИЙ**

Статистические системы (SBID) имеют другой подход к обнаружению вторжений. Концепция SBID систем проста: система определяет «нормальную» сетевую активность и затем весь трафик, не подпадающий под определение «нормального» помечается как аномальный. SBID системы пытаются изучить сетевой трафик каждой конкретной сети. Анализируя сетевой трафик, SBID системы ищут аномалии в установившейся картине нормального сетевого трафика. Всем пакетам дается оценка «аномальности» (включающая в себя степень ненормальности специфического события) и если эта оценка выше определенного предела, IDS генерирует сигнал тревоги. Ключевой особенностью любой SBID системы является её возможность изучать сетевую активность и отличать нормальную сетевую активность от аномальной.

### **ОСНОВА SBID СИСТЕМ**

Работа SBID систем построена так: система изучает, что именно является “нормальным” для вашего трафика, наблюдая за активностью в течение некоторого периода времени. Когда происходит неизвестное или редкое (аномальное) событие, SBID обнаруживает его и генерирует сигнал тревоги. Разница между нормальным и аномальным событием определяется пороговой величиной. Если пороговая величина высока, то незначительные аномалии не принимаются во внимание. Если порог низок, то большинство аномалий являются причиной для дальнейшего анализа.

### **ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ**

Поскольку нас интересует не сигнатурный, а статистический метод анализа сетевого трафика, рассмотрим два возможных подхода:

- Подход, основанный на потоковом анализе трафика;
- Подход, анализирующий данные за фиксированные интервалы времени.

Первый подход не может отражать текущее изменение поведения трафика, поэтому для практической реализации был выбран второй подход. Кроме того, так как модели, достаточно полно описывающей все процессы, происходящие в сети, на сегодняшний день не существует, был выбран путь определения некоторых статистических параметров трафика (например, максимальное количество сетевых пакетов, прошедших на один локальный порт).

### **АРХИТЕКТУРА ПРОГРАММНОГО РЕШЕНИЯ**

Разработанное приложение включает в себя:

- Сетевой монитор – модуль перехвата пакетов, проходящих через установленное на компьютере сетевое соединение;

- Анализатор – модуль, определяющий некоторые статистические величины, отражающие состояние трафика за определенный промежуток времени;
- Компаратор – модуль, сравнивающий статистические величины за последний и предпоследний промежутки времени;
- Клиент, обеспечивающий отображение данных и настройку модулей.

### **СЕТЕВОЙ МОНИТОР (СНИФЕР)**

Данный модуль обеспечивает перехват всего сетевого трафика, проходящего через выбранное сетевое соединение. Перехват осуществляется открытием сетевого сокета, который принимает все проходящие пакеты. Перехватываются только заголовки пакетов, поскольку именно они несут всю статистическую информацию, содержимое пакетов нас не интересует.

### **АНАЛИЗАТОР**

Данный модуль обеспечивает расчет параметров, по которым оценивается состояние сетевого трафика. Данные собираются за 30-ти секундный промежуток времени. На момент подготовки этого материала, в модуль было включено определение параметров сетевого трафика, среди которых:

- Общее количество пакетов за промежуток времени;
- Максимальное количество пакетов, пришедших на один IP адрес;
- Максимальное количество пакетов, пришедших с одного порта отправителя;
- Максимальное количество пакетов, пришедших на один порт;
- Наиболее используемый порт отправителя;
- Наиболее используемый порт получателя;
- Наиболее используемый IP адрес отправителя;

### **КОМПАРАТОР**

Компаратор-модуль, который сравнивает состояние сетевого трафика за два промежутка времени (в настоящий момент за два последних промежутка времени) и определяет суммарный уровень отличия.

Данный модуль требует наибольшей по времени настройки, поскольку от того, как именно сравниваются величины и какой вклад вносит каждая в суммарный уровень различий, зависит реакция приложения на различные изменения состояния трафика. Кроме подробной информации по каждому параметру и суммарного коэффициента отличий в приложении существует индикатор, расположенный на верхней панели окна программы.

## **ОСОБЕННОСТИ ПРЕДЛОЖЕННОГО ПОДХОДА**

К недостаткам решения, предложенного в данной работе, следует отнести недостатки, присущие статистическим методам вообще. Некоторые незначительные изменения в состоянии сетевого трафика, например сканирование портов с очень малой скоростью, может быть незамеченным.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В данной работе исследован статистический метод анализа сетевого трафика, определены его преимущества и недостатки в сравнении с сигнатурным методом анализа, создан программный комплекс, способный анализировать и обнаруживать нехарактерную для сети активность, тем самым, пресекая атаки, неизвестные для сигнатурных средств защиты. Дальнейшим развитием статистического метода может быть его способность самообучаться и сохранять результаты своих анализов.

## **Литература**

1. *Олифер В. Г., Олифер Н. А.* Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы. СПб.: Питер, 2003.
2. *Хогдал Дж. Скотт.* Анализ и диагностика компьютерных сетей. Addison Wesley Longman, Inc., 2000.
3. *Юдицкий С. С., Швецов В. И.* Увидеть слона целиком // Сети и системы связи. 2001. № 10.
4. *Айвазян С. А., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д.* Прикладная статистика: Исследование зависимостей. М.: Финансы и статистика, 1985. 488 с.

## **ЗАЩИТА ИНФОРМАЦИИ ОТ КОПИРОВАНИЯ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СМЕННЫХ НОСИТЕЛЕЙ ИНФОРМАЦИИ**

**А. С. Кудин**

Эффективная борьба с пиратством в области IT-технологий в настоящее время является актуальной задачей. Существует несколько методов борьбы с пиратством, например: легитимный (взлом и незаконное распространение программного обеспечения описаны в законах и строго преследуются по ним), экономический (цена товара делается сравнимой с ценой подделки). Часто наиболее эффективной является техническая защита программных продуктов от копирования.

Защиту программного обеспечения, распространяемого на сменном носителе информации, надежнее всего построить на проверке уникальности этого носителя. В настоящее время подавляющее большинство ПО распространяется на CD и DVD дисках, поэтому о них и пойдет речь далее.

Целью данной работы было создание ПО для записи и защиты CD дисков с документами. Защита должна допускать просмотр документов только с оригинального диска и пресекать их прямое копирование. Платформой для создаваемого ПО была выбрана ОС Windows.

Реализация поставленной цели предполагает решение трех задач:

- проверка CD диска на подлинность,
- шифрование/расшифровка документов с CD диска,
- реализация модулей для просмотра документов пользователем.

Оригинальный диск должен иметь уникальную не копируемую метку, наличие которой можно проверить на оборудовании конечного пользователя. Разработчиками защит придумано много различных способов пометки дисков. Вот некоторые из них:

- Искажение TOC (Table Of Contents),
- Искажение нумерации треков и секторов,
- Неустойчивые и ошибочные секторы,
- Измерение временных характеристик чтения секторов,
- Измерения углов между секторами.

Последние два метода наиболее предпочтительны, так как не нарушают существующие стандарты записи дисков и не требуют использования специального оборудования (защищенный диск может быть записан обычным пишущим приводом).

В нашей реализации защиты был использован метод измерения углов между секторами. Он работает следующим образом. Производится чтение нескольких секторов с убывающими LBA (Logical Base Address) адресами (т.е. сектора читаются в направлении к центру диска). Пусть сектор *y* читается после сектора *x* (рис. 1). Если *y* расположен как показано на рис. 1а, т.е. после сектора *x* в направлении вращения диска, то читающей диску надо лишь немного повернуться – и читающая головка будет над сектором *y*, т.е. время чтения его будет небольшим. Если же секторы

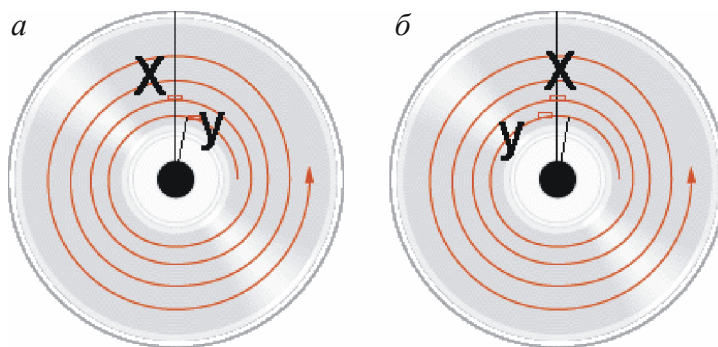


Рис 1. Взаимное расположение последовательно читаемых секторов на диске

расположены как показано на рис. 1б, то диск совершит почти полный оборот, прежде чем сектор *y* будет прочитан, поэтому время чтения будет большим.

Таким образом, после чтения диска

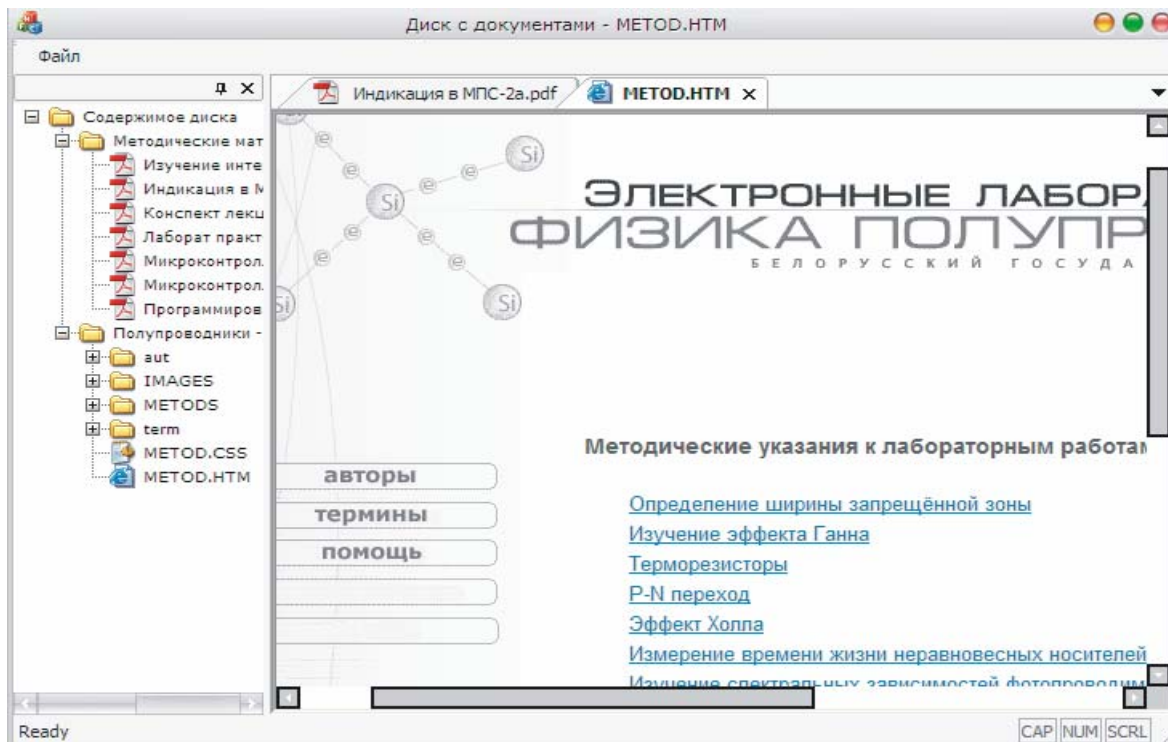


Рис 2. Просмотр содержимого диска в программе-оболочке

будет получена последовательность чисел – времен чтения секторов, которая существенно различается у разных дисков. Поэтому ее можно будет использовать для проверки диска на подлинность и расшифровки документов.

В нашей версии защиты зашифрованные документы записываются в специальный файл на диске, причем древовидная структура папок сохраняется. В качестве алгоритма шифрования документов используется побайтовая операция XOR с ключом, сгенерированным на основе последовательности времен чтения. Т.к. при использовании одинакового ключа для всех документов надежность шифрования падает, значение ключа также зависит от размера шифруемого файла.

Проверку диска на подлинность и отображение документов выполняет программа-оболочка, запускаемая автоматически с диска после его загрузки в привод. Программа-оболочка (рис. 2) написана в среде разработки Microsoft Visual Studio с использованием библиотеки классов MFC.

В нашей версии защиты была реализована возможность просмотра HTML страниц и PDF документов. HTML страницы показываются через ядро Internet Explorer – ActiveX элемент «Microsoft Web Browser», который присутствует во всех версиях ОС Windows. Так как зашифрованные файлы организуются в древовидную структуру, HTML страницы могут

содержать ссылки на внешние файлы, то есть картинки, определения стилей и так далее. Просмотр PDF документов осуществляется с использованием кроссплатформенной библиотеки с открытым исходным кодом Poppler.

Процесс записи защищенного диска состоит из следующих шагов:

- Запись программы-оболочки и всех необходимых ей библиотек первой сессией на диск;
- Измерение углов между секторами записанной сессии;
- Шифрование защищаемых документов и запись их в виде одного файла на диск во второй сессии;
- Запись специального файла с данными корректировки погрешностей измерения углов между секторами во второй сессии. Данные в этом файле позволяют получать одно и то же значение ключа для расшифровки документов при неизбежных небольших погрешностях в измерении углов.

### **Литература**

1. Касперски К. Техника защиты компакт-дисков от копирования. БХВ-Петербург, 2004. ISBN: 5-94157-412-6 978-5-94157-412-4
2. Интернет-адрес: <http://www.insidepro.com/rus/doc>,  
Интернет-адрес: <http://msdn.microsoft.com/>
3. Интернет-адрес: <http://poppler.freedesktop.org/>
4. Интернет-адрес: <http://www.nero.com/enu/downloads-sdk.html>
5. Интернет-адрес:  
<http://www.ecma-international.org/publications/standards/Ecma-130.htm>

## **ПОСТРОЕНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПОЛЯ НАПРАВЛЕНИЙ ПАПИЛЛЯРНЫХ ЛИНИЙ ДАКТИЛОСКОПИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ В СИСТЕМАХ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЛИЧНОСТИ**

**А. В. Кудько**

Прежде, чем дактилоскопическое изображение, полученное со сканера, будет опознано, а сам отпечаток проанализирован и распознан, необходимо провести его обработку. Одним из вариантов классификации и анализа дактилоскопического изображения является его обработка с помощью полей направлений и выделение на основе этих полей особенностей структур отпечатков. К достоинствам полей направлений относятся их достаточная нечувствительность к помехам, полученным при сканировании отпечатка и изменении линий в процессе сканирования. К недостаткам стоит отнести чувствительность полей направлений к повороту изображения при сканировании.

Для построения полей направлений используется принцип многослойной иерархической обработки дактилоскопического изображения и иерархической сегментации данных [1]. Согласно принципу иерархической сегментации изображений исходное дактилоскопическое изображение  $F = \{f(x, y)\}_{(x, y) \in I \times I}$  ( $f(x, y) \in \{0, 1, \dots, 2^b - 1\}$ ;  $b$  – разрядность интенсивности  $f(x, y)$ ;  $I = \{0, 1, \dots, S - 1\}$ ;  $S$  – параметр размерности  $S \times S$  дактилоскопического изображения) разбивается на  $S_h^2$  квадратных фрагментов  $F_h(x_h, y_h)$  с длиной стороны  $M_h \geq 1$  точек и центрами  $(x_h, y_h) \in J_h \times J_h$ , где

$$S_h = \frac{S}{M_h}; M_h = 2^h; J_h = \left\{ \forall \left( \left\lfloor \frac{M_h}{2} \right\rfloor + n_h M_h \right) \middle| n_h \in I_h = \{0, 1, \dots, S_h - 1\} \right\};$$

$h$  – номер (уровень) иерархии сегментов дактилоскопического изображения ( $h = 0, 4$ ). Как легко видеть, применяемый механизм сегментации дактилоскопического изображения фактически может быть реализован посредством семейства взаимно однозначных отображений  $v_h: J_h \rightarrow I_h$ , которые целочисленным величинам  $\alpha \in J_h$  ставят в соответствие их порядковые номера  $v_h(\alpha)$  в множествах  $I_h$ . В случаях, когда исходное дактилоскопическое изображение рассматривается как объединение всех сегментов  $h$ -й иерархии, вместо  $F$  в дальнейшем используется обозначение  $F_h$  [1, 3, 5].

В пределах каждой иерархии слоям приписывают свои порядковые номера.

Таким образом процесс анализа дактилоскопического изображения имеет многослойную иерархическую организацию (рис. 1), где слой  $F_h^{(0)}$  – множество как структурированных, так и неструктурированных данных 1-го слоя  $h$ -й иерархии.

Для обработки исходного набора данных используется аппарат апертур. Апертуры позволяют однозначно представить кластерные операции в слоях пирамиды и позволяют компактно определить множество точек обработки данных [5, 6, 7].

На начальном этапе построения поля направлений происходит

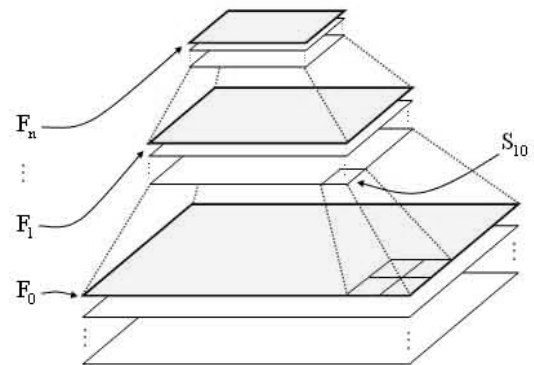


Рис. 1. Иерархическое разбиение слоев в пирамиде



формирование слоев нулевой иерархии. За нулевой слой берется исходное дактилоскопическое изображение. Первым слоем этой иерархии считается входное изображение, растянутое по всему диапазону яркостей [8]. Второй слой представляет сглаженное изображение первого слоя, полученное при помощи двумерного фильтра с импульсной характеристикой

$$H = [h_{i,j}] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & k & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix},$$

где  $k$  – специально подбираемый коэффициент (использовался коэффициент, равный 4).

Слои 3, 4, 5, 6 представляют собой потоки светотеней полученные из второго слоя направленными операторами вида

$$H^3 = \begin{bmatrix} -a & 0 & a \\ -b & 0 & b \\ -c & 0 & c \end{bmatrix}, H^4 = \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{bmatrix}, H^5 = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 0 & 0 & 0 \\ -a & -b & -c \end{bmatrix}, H^6 = \begin{bmatrix} -b & -c & 0 \\ -a & 0 & c \\ 0 & a & b \end{bmatrix}$$

На этом формирование нулевой иерархии заканчивается.

Следующим этапом идет формирование опорных матриц полей направлений, с помощью которых строится дальнейшая оптимизация. Для построения этих матриц необходимо выбрать точку отправления. Формирование матриц идет отдельно для света и отдельно для тени. Для синтеза поля направлений, оптимального по критерию «арки», строятся две цепочки – цепочка «света» и цепочка «тени». Для двуканальной оптимизации необходимо построение четырех цепочек, по две цепочки на свет и тень. Во втором случае стартовые точки несколько разносятся от центра сегмента, в первом же случае за стартовую точку берется центр сегмента. Длина строящейся цепочки задается параметром  $q$ . Величина параметра выбирается экспериментально. При росте цепочки происходит смещение признаков узора, уменьшение длины цепочки приводит к усилению помех и уменьшению точности за счет наличия на дактилоскопическом изображении пор, складок, загрязнений.

Для построения поля направлений в двуканальной схеме на дальнейшем этапе происходит формирование двух матриц потоков и двух матриц достоверностей. Из этих матриц на основании данных из матриц достоверностей формируется конечная матрица, в которую записываются наиболее достоверные потоки по каждому сегменту. Формально алгоритм реализуется перебором направлений из  $D=0..3$  для иерархии  $H=2..n$  итерационно  $h = MIN(H) \Rightarrow H = H \setminus \{h\}$  по формулам

$$\mathfrak{g}_h^k(x,y) = \arg \max_{d \in D} \lambda_h^{(dk)}(x,y),$$

$$\Delta_h^{(k)} = [\delta_h^{(k)}(x,y)] = [\delta_h^{(J_h^k(x,y)k)}(x,y)],$$

$$\Lambda_h^{(k)} = [\lambda_h^{(k)}(x,y)] = [\lambda_h^{(\mathfrak{g}_h^k(x,y)k)}(x,y)],$$

где  $k = \overline{0, 1}$ ;  $\mathfrak{g}_h^k(x,y) \in D$  – направление-победитель для «света» ( $k = 0$ ) и «тени» ( $k = 1$ ) на соответствующем сегменте,  $\Delta_h^{(k)}$  – матрица направлений,  $\Lambda_h^{(k)}$  – матрица достоверностей для данного направления.

При построении поля направлений по критерию «арки» строятся две матрицы направлений для света и для тени  $\Delta^{(0)}$  и  $\Delta^{(1)}$  и матрицы достоверностей для них. Но в отличие от предыдущего метода, матрицы направлений носят оценочный характер. На основании их при помощи критерия дисбаланса  $(\mu_{u,v}^{(i)} = \left| \delta_{u,v}^{(i)} - \frac{1}{2}(\xi_{u,v}^{i,+} + \xi_{u,v}^{i,-}) \right|)$  арки формируется опорная матрица приоритетных направлений  $\Delta^{(2)}$ . С помощью критерия дисбаланса при  $i = 2$  и матрицы  $\Delta^{(2)}$ , элементы матриц  $\Delta^{(0)}$  и  $\Delta^{(1)}$  распределяются по двум матрицам: матрице приоритетных направлений и альтернативной матрице направлений. В матрице приоритетных направлений избавляемся от дисбалансов арки и на выходе получаем градиентную матрицу  $\Delta = [\delta_{u,v}]$  – матрицу направлений, альтернативную матрицу направлений  $\Delta^* = [\delta_{u,v}^*]$ , а также отвечающие им матрицы достоверностей  $\Lambda = [\lambda_{u,v}]$ .

### Литература

1. Кондратьев В. В., Утробин В. А. Основы теории активного восприятия изображений. Н. Новгород: НГТУ, 1997. 249 с.
2. Абламейко С. В., Лагуновский Д. М. Обработка изображений: технология, методы, применение: Учебное пособие. Минск: Амалфея, 2000. 304 с.
3. Анисимов Б. В., Курганов В. Д., Злобин В. К. Распознавание и цифровая обработка изображений. М.: Высшая школа, 1983. 295 с.
4. Павлидис Т. Алгоритмы машинной графики и обработки изображений / Пер с англ. Н. Г. Гуревич. М.: радио и связь, 1986. 400 с.
5. Даджион Д., Мерсеро Р. Цифровая обработка многомерных сигналов / Пер. с англ. В. А. Григорьева; Под ред. Л. П. Ярославского. М.: Мир, 1988. 488 с.
6. Полевой Н.С. Криминалистическая кибернетика. М.: Изд-во МГУ, 1989. 328 с.
7. Прэтт У. Цифровая обработка изображений: В 2 т. М.: Мир, 1982. Т.2. 480 с.
8. Яншин В.В. Анализ и обработка изображений: Принципы и алгоритмы. М.: Машиностроение, 1994. 112 с.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ДИНАМИКИ

Е. В. Лисица

## ВВЕДЕНИЕ

Компьютерное моделирование – эффективный способ получения сведений о поведении сложных систем. Сопоставляя результаты вычислений с опытными данными, можно выявить наиболее важные законы, определяющие свойства реальных жидкостей. Один из самых распространенных методов компьютерного моделирования – метод молекулярной динамики. Основой метода молекулярной динамики является численное решение уравнений Ньютона для взаимодействующих частиц. Этот метод позволяет моделировать динамическое поведение молекулярных систем и наблюдать их свойства. В данной работе рассмотрены результаты моделирования свойств идеальной жидкости методом молекулярной динамики, служащие критерием оценки качества программной реализации модели.

Рассматриваемая модель представляет собой систему взаимодействующих классических частиц. Считается, что для частиц системы выполняются законы Ньютона, закон сохранения импульса, сила взаимодействия любых двух молекул зависит только от расстояния между ними и определяется потенциалом взаимодействия Ленннарда-Джонса [1, 2]:

$$V(r) = 4\varepsilon \left( \left( \frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left( \frac{\sigma}{r} \right)^6 \right)$$

Для получения более точной оценки макроскопических параметров системы используются периодические краевые условия. Задав начальные скорости частиц (распределение Максвелла) и их координаты, на каждом шаге моделирования используют уравнения равноускоренного движения:

$$x_{i,n+1} = x_{i,n} + v_{i,n}\Delta t + \frac{1}{2}a_{i,n}(\Delta t)^2,$$

$$F_{i,n+1} = -grad(U_{i,n}),$$

$$a_{i,n+1} = \frac{F_{i,n+1}}{m_i},$$

$$v_{i,n+1} = v_{i,n} + \frac{1}{2}(a_{i,n} + a_{i,n+1}).$$

Приведенные выражения представляют алгоритм Верле в скоростной форме.

## 1. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

### *Температурная зависимость внутренней энергии*

Одной из характерных особенностей метода молекулярной динамики является то, что полная энергия определяется начальными условиями, а температура есть величина производная, определяемая только после достижения системой теплового равновесия. Значение шага по времени, необходимое для сохранения полной энергии с точностью до 5% на протяжении 200 шагов по времени, определено как  $\Delta t = 1 \cdot 10^{-13} \text{ с}$ . Ниже на рис. 1 приведена зависимость полной и кинетической энергий от температуры на протяжении всего времени моделирования, после установления равновесия.

При достижении термодинамического равновесия установившиеся температура и полная энергия колеблются вокруг одного значения (303 К, 40000  $\text{e}^{-23}$  Дж). Основной вклад в полную внутреннюю энергию идеального газа вносит её кинетическая составляющая, следовательно, полная внутренняя энергия зависит только от одного параметра температуры, и молекулы идеального газа практически не взаимодействуют друг с другом.

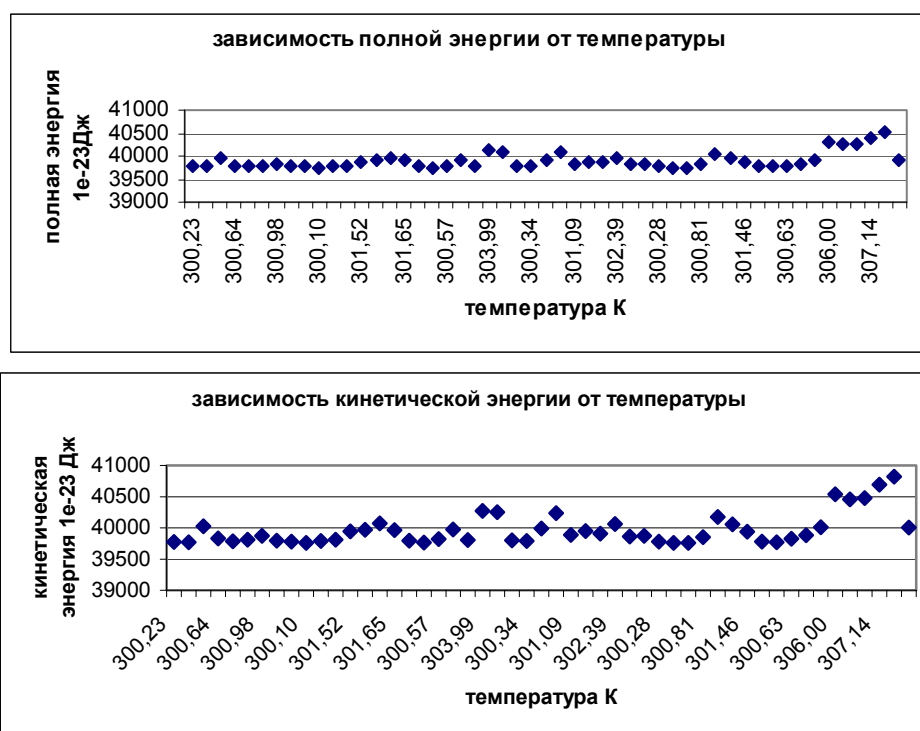


Рис. 1. Зависимость полной и кинетической энергий от температуры

### Измерение макроскопических величин

Для определения среднего давления использовались два метода: метод потока и теорема о вириале давления [2]. Для вычисления давления по методу потока (рис. 1) необходимо рассчитать поток импульса через каждую из граней ячейки за один шаг по времени.

Среднее значение давления, рассчитанное по данному методу составило 135кПа. Другой способ вычисления давления (рис. 2) следует из теоремы вириала:

$$PV = NkT + \frac{1}{d} \left\langle \sum_i^N r_i \cdot F_i \right\rangle,$$

Среднее значение давления в этом случае равно 91.5 кПа.

### 2. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

Для описания поведения реальных газов в широком интервале температур используется уравнение Ван-дер-Ваальса:

$$P = kT \frac{\rho}{1 - b\rho} - a\rho^2$$

Построив зависимость давления для различных значений температуры (рис. 4), можно найти значения феноменологических параметров:

$$a = 0.15 \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^6}{\text{моль}^2}, \quad b = 34 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}.$$

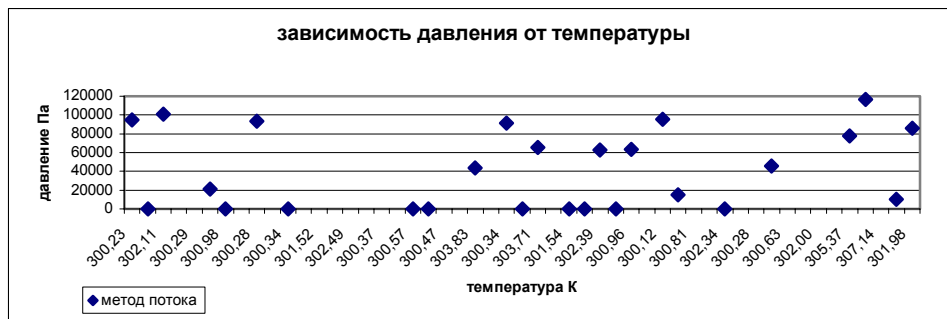


Рис. 2. Зависимость давления от температуры (метод потока)



Рис. 3. Зависимость давления от температуры (метод вириала)

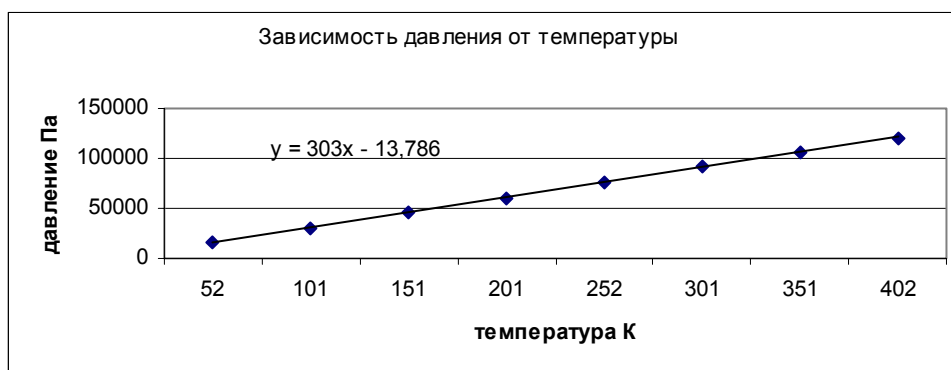


Рис. 4. Зависимость давления от температуры

### 3. ПРОВЕРКА ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

При моделировании системы выполнялся закон сохранения полной энергии, за счёт выбора шага по времени и свойство, отражающее закон сохранения импульса (центр масс изолированной системы остаётся на месте). Сравнения результатов моделирования с экспериментальными данными производилось также с использованием функции распределения расстояний между молекулами (рис. 5).



Рис. 5. Функция распределения расстояний между молекулами

### ВЫВОДЫ

В данной работе метод молекулярной динамики использован для изучения идеальной жидкости. Моделирование системы всего лишь из 64 частиц уже позволяет выявить некоторые качественные свойства и измерить наиболее важные макроскопические параметры системы. Для более точного получения количественных результатов требуется моделирование систем с большим числом частиц. Получены основные макроскопические параметры для простого идеального газа на примере аргона, такие как удельная теплоёмкость, постоянные Ван-дер-Ваальса. Сравнение результатов компьютерного моделирования с измеренными величинами

указывает на корректность программной реализации использованного алгоритма.

### Литература

1. *Rapaport D. C.* The art of molecular dynamics simulation. Cambridge, 2004.
2. *Гулд Х., Тобочник Я.* Компьютерное моделирование в физике. М.: Мир, 1990.

## РАЗРАБОТКА ПРОГРАММ ДЛЯ GRID

**А. Г. Лукошко**

В настоящее время огромную популярность приобретают GRID-сети. GRID – это географически распределенная инфраструктура, объединяющая множество ресурсов разных типов (процессоры, долговременная и оперативная память, хранилища и базы данных, сети), доступ к которым пользователь может получить из любой точки, независимо от места их расположения. GRID предполагает коллективный разделяемый режим доступа к ресурсам и к связанным с ними услугам в рамках глобально распределенных виртуальных организаций, состоящих из предприятий и отдельных специалистов, совместно использующих общие ресурсы. В каждой виртуальной организации имеется своя собственная политика поведения ее участников, которые должны соблюдать установленные правила. Виртуальная организация может образовываться динамически и иметь ограниченное время существования [1].

Существенная разница в организации сети потребовала пересмотра подхода к программированию. Большое количество новых сервисов и библиотек функций со своими специфическими API требуют длительного освоения.

В данном случае для разработки распределенных приложений было бы предпочтительнее использовать опыт программистов, которые уже разрабатывали параллельные программы. В настоящее время основным стандартом программирования параллельных программ является MPI (Message Passing Interface).

И возможность разрабатывать приложения для GRID по стандарту MPI существует. Специальная реализация MPICH-G2, работающая в среде Globus Toolkit, позволяет компилировать и запускать MPI-приложения без модификации кода.

MPICH-G2 – это реализация Message Passing Interface (MPI) с поддержкой GRID, которая использует сервисы Globus Toolkit (например, запуск задания, обеспечение безопасности) и позволяет программисту соединить много компьютеров, в общем случае, различной архитектуры для выполнения приложений MPI. MPICH-G2 автоматически преобразо-

вывает данные в сообщениях между компьютерами различной архитектуры и поддерживает многопротокольную связь, автоматически выбирая Transmission Control Protocol (TCP) для межмашинной передачи сообщений и поставляемый продавцом MPI протокол для внутримашинной передачи сообщений. Он же освобождает пользователя от продолжительной работы по изучению подробностей, специфичных для конкретных машин, и позволяет пользователю запускать многомашинное приложение одной командой `mpirun`. MPICH-G2 требует, однако, чтобы сервисы Globus Toolkit были доступны на всех участвующих компьютерах, чтобы можно было войти в контакт с каждой удаленной машиной, подтвердить подлинность пользователя на каждой из них и начать выполнение (например, выполнив команду ветвления `fork`, поставив задачу в очереди, и т.д.) [2].

Globus Toolkit – инструментарий, разработанный американскими учеными, который стал де-факто мировым стандартом. Он включает в себя, в частности, специальный протокол на основе HTTP для использования вычислительных ресурсов GRAM (Grid Resource Allocation Management); расширенную версию протокола для передачи файлов GridFTP; службу безопасности GSI (Grid Security Infrastructure); распределенный доступ к информации на основе протокола LDAP; удаленный доступ к данным через интерфейс GASS (Globus Access to Secondary Storage) [3].

Схема запуска задания представлена на рисунке 1.

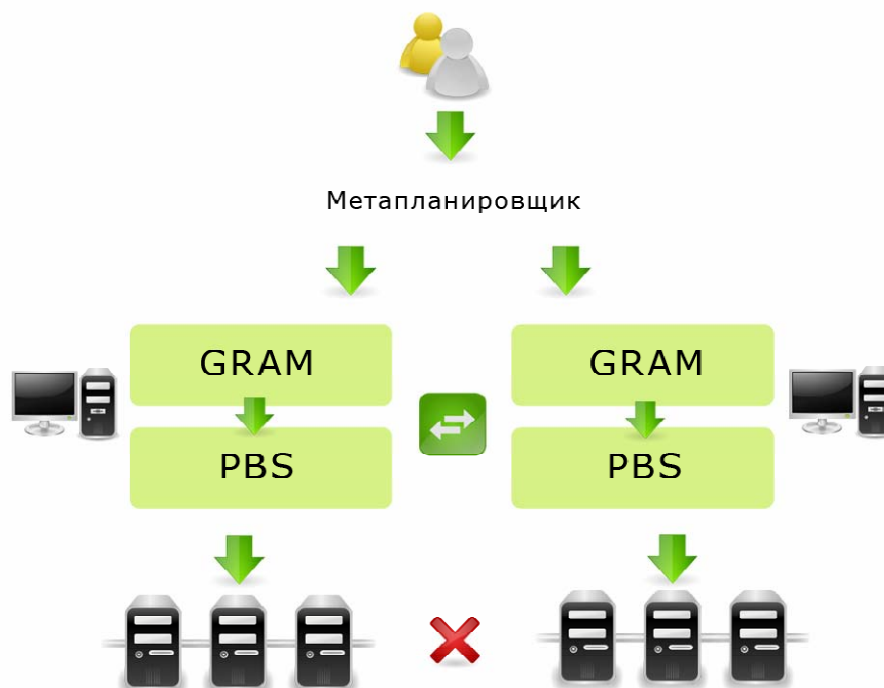


Рис. 1 – схема отправки задания на выполнение



```

+
( &(resourceManagerContact="gridserver1")
(count=20)
(label="subjob 0")
(environment=(GLOBUS_DUROC_SUBJOB_INDEX 0))
(directory="/bin")
(executable="/bin/hpl")
)
( &(resourceManagerContact="gridserver2")
(count=20)
(label="subjob 1")
(environment=(GLOBUS_DUROC_SUBJOB_INDEX 1))
(directory="/bin")
(executable="/bin/hpl")
)

```

Рис. 2. Файл задания для Globus Toolkit

gridserver1, gridserver2 – адреса головных машин; count – количество узлов; environment – переменные окружения; executable – файл запускаемой программы

Метапланировщик выбирает необходимые для выполнения задачи кластеры на основании следующих параметров, предоставленных пользователем:

- Архитектура (i386, Sparc, PowerPC)
- Количество узлов для расчета задачи

По умолчанию метапланировщик старается запустить задание на одном кластере, чтобы избежать межкластерных обменов, которые значительно медленнее, чем межузловые. Если же это невозможно, то он может задействовать 2 и более кластера для вычисления одной задачи. При этом обмены между узлами разных кластеров будут проходить через соответствующие головные машины.

GRAM (GRID Resource Allocation Manager) – осуществляет стандартизованный обмен информацией между метапланировщиком и локальным планировщиком.

Отправка задания происходит традиционным для MPI образом:

*mpirun -np N <путь к исполняемому файлу>*

Но при этом вместо непосредственно запуска задания происходит промежуточная генерация файла задания для Globus Toolkit.

В данном примере задача будет запущена на двух кластерах одновременно, на задачу будет выделено по 20 узлов на каждом. Результат вычисления будет выведен в консоль пользователю традиционным для MPI образом.

Таким образом, для разработки приложений для GRID вовсе не обязательно осваивать особенности протоколов и служб. Достаточно иметь опыт программирования обычных программ стандарта MPI. Но стоит также заметить, что в таком случае вы воспользуетесь далеко не всем перечнем возможностей, которые предоставляют GRID-сети. В случае, ес-

ли это станет необходимо, возможно создание комбинированных приложений.

### **Литература**

1. Интернет-адрес: <http://www.gridclub.ru>
2. *Karonis N., Toonen B., Foster I.* MPICH-G2: A Grid-Enabled Implementation of the Message Passing Interface // Journal of Parallel and Distributed Computing (JPDC). May 2003. V. 63. No. 5. P. 551-563.
3. Интернет-адрес: <http://www.globus.org>

## **РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ ПОСЕЩЕНИЯ НА ОСНОВЕ ТЕХНОЛОГИИ BLUETOOTH**

**А. Э. Мазго, П. В. Петров, Д. В. Бобров, Н. Н. Кольчевский**

Современное образовательное учреждение активно внедряет новые информационные технологии в своем учебном процессе. Использование компьютера, компактных информационных носителей, сети Интернет помогают расширить сферу образовательных услуг и радиус их действий. На сегодняшний день в Белгосуниверситете развитие программы дистанционного образования реализуется на основе систем: eUniversity, содержащей электронные обучающие средства, медиатеки, предоставляющие возможность использовать компьютер, компактные информационные носителей, сеть Интернет. Дистанционное образование базируется на функциях электронной почты, т.е. предоставлении электронных учебных материалов и контрольных работ посредством электронной почтовой переписки. Использование современных компьютеризированных технологий позволяет также изменить процедуры проведения лабораторных работ и лекций. Такие технологии базируются на определенном уровне аппаратных решений. Необходимо компьютерное оборудование, программное обеспечение, наличие выхода в Интернет, наличие сервера и т.д.

Целью данной работы является построение системы мониторинга, использующейся во время лекционных занятий. Система мониторинга подразумевает организацию обратной связи со студентами во время чтения лекции. Для этой цели предлагается использовать компьютер с установленным радио-модулем Bluetooth и мобильные телефоны, оснащенные радио-модулями Bluetooth. В качестве задач предложены следующие: проверка присутствующих студентов на занятии, проверка степени усвояемости материала, рассылка тестовых заданий, прием решений тестовых заданий. Данные задачи предполагают решение следующих технических задач: обнаружение устройств и радио-модулей Bluetooth; рассылка и прием пакетов по найденным устройствам; разработка тестовых

заданий. В данной работе рассмотрена реализация системы контроля посещений лекции.

Стандарт Bluetooth предназначен для обеспечения взаимодействия низкоскоростных (со скоростью передачи данных до 700 Кбит/с) маломощных устройств, к которым относятся портативные компьютеры, “карманные” компьютеры PDA, сотовые телефоны и т.д. Bluetooth-совместимые устройства, впервые появившиеся на компьютерном рынке во второй половине 2000 года, получают все большее и большее распространение. Анализ рынка сотовых телефонов показывает, что на сегодняшний день 98% процентов учащихся имеют сотовый телефон и 70% телефонов оснащены радио-модулем Bluetooth. Использование радио-модулей Bluetooth является бесплатным и позволяет автоматизировать учебный процесс.

Аппаратные средства Bluetooth могут использоваться для создания временной сети, в которой устройства соединяются друг с другом лишь в течение определенного времени, необходимого для передачи данных. Радиосвязь Bluetooth осуществляется в диапазоне, свободном от лицензирования, – 2,40–2,48 ГГц. Спектр сигнала формируется по методу частотных скачков. Последовательность переключения между частотами для каждого соединения является псевдослучайной, время переключения составляет 625 мкс. Это позволяет работать совместно нескольким парам приёмник-передатчик. Этот алгоритм является также составной частью системы защиты конфиденциальности передаваемой информации: переход происходит по псевдослучайному алгоритму и определяется отдельно для каждого соединения. Без помехоустойчивого кодирования это обеспечивает передачу данных со скоростями 723,2 Кбит/с с обратным каналом 57,6 Кбит/с, или 433,9 Кбит/с в обоих направлениях. Радиосигнал Bluetooth надежно распространяется на расстояние около 10–100 м. В отличие от инфракрасной технологии, прямая видимость для передачи данных не требуется. Данные расчеты показывают принципиальную возможность организации Bluetooth-сети для 50–100 пользователей в учебной аудитории.

Разработка программного обеспечения велась в среде Delphi на основе библиотеки Bluetooth Framework VCL. Bluetooth Framework работает с наиболее популярными драйверами Bluetooth: BlueSoleil, Microsoft и WidComm и постоянно расширяет список поддерживаемых драйверов. Bluetooth Framework позволяет создавать приложения для работы с мобильными устройствами, используя в своей работе Windows API и API производителей соответствующих драйверов. Приложения, созданные по такой технологии будут совместимы со всеми версиями Windows [1,2].

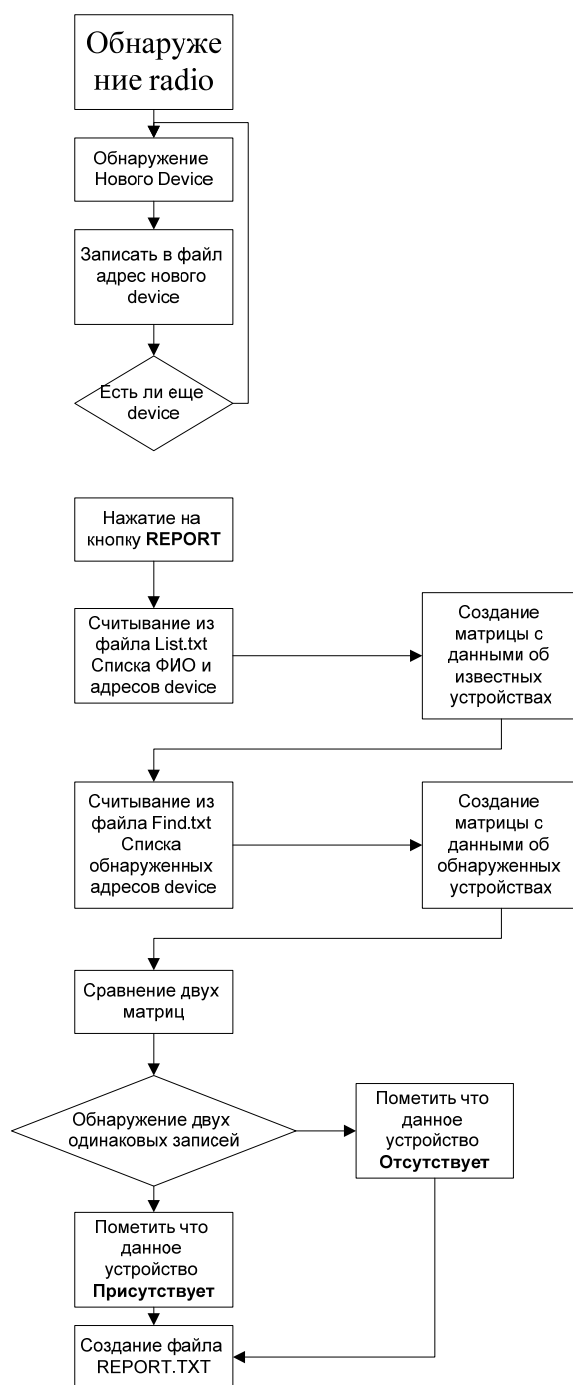


Рис. 1. Блок-схема разработанной программы

Блок-схема разработанной программы показана на рис.1. Программа начинается с операции обнаружения модулей Radio и Device. Radio – это локальный радиомодуль Bluetooth или компьютер, использующийся в качестве сервера. Device – это пользовательское устройство Bluetooth, с которым идет обмен информацией. Будь то телефон, КПК, гарнитура или еще что-то. Для обнаружения устройств было использована библиотека WCL.

Данная библиотека позволяет нам обнаруживать Radio и Device. После первого обнаружения устройств происходит обучение программы, заключающееся в установлении соответствия между логическим именем телефона и фамилией его владельца. При повторном запуске программа автоматически установит соответствие телефон – владелец и создаст динамический документ о присутствующих на лекции студентах. Дополнительной обработки полученной информации не требуется так как такая задача успешно решается стандартными Windows программами, например, Excel.

Таким образом, разработана программа по контролю посещаемости лекции на основе Bluetooth технологий. В данной программе реализованы функции по обнаружению и подключению Bluetooth устройств. Данные разработки будут положены в основу для создания системы интерактивного тестирования при помощи компьютера и мобильных устройств.

#### Литература

1. Шилдт Герберт, Холмс Джеймс. Искусство программирования на Java. М.: «Диалектика», 2005. С. 336.
2. Интернет-адрес: <http://delphiplus.org>

## УПРОЩЕНИЕ МОДЕЛЕЙ УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

Мэн Цин-сун (КНР)

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Упрощение моделей сложных и многомерных систем представляет собой важную научно-исследовательскую задачу для разработчиков систем управления. В 1981 году Моогс создал метод сбалансированного упрощения для полностью управляемых и наблюдаемых систем с асимптотической устойчивостью [1]. В данной статье на основании теории сбалансированного упрощения, проведена аппроксимация моделей для линейных и поливариантных систем. Улучшена так же и степень приближения решений к реакциям исходных систем.

### 2. АЛГОРИТМ УПРОЩЕНИЯ МОДЕЛЕЙ

Учитываем линейную и поливариантную систему  $S_1$  :

$$S_1 : \begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ Y = CX \end{cases}, \quad (1)$$

где  $X \in R^{n \times 1}$ ,  $U \in R^{m \times 1}$ ,  $Y \in R^{p \times 1}$  – матрицы-столбцы фазовых координат, управляющих величин и регулируемых величин.  $A, B, C$  – матрицы постоянных коэффициентов. И получим матрицу передаточной функции данной системы:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B. \quad (2)$$

Если предположим, что система  $S_1$  является полностью управляемой и полностью наблюдаемой с асимптотической устойчивостью, то управляемая Grammian матрица  $W_c$  и наблюдаемая Grammian матрица  $W_o$  удовлетворяют следующим уравнениям Ляпунова:

$$W_c A^T + A W_c + B B^T = 0,$$

$$W_o A + A^T W_o + C^T C = 0.$$

Кстати, тут дано определение сингулярных чисел (Single Value)  $\sigma_i$  для системы  $S_1$ :

$$\sigma_i(G(s)) = (\lambda_i(W_c W_o))^{1/2}. \quad (3)$$

Если  $W_c = W_o$ , и они – диагональные матрицы, то систему  $S_1$  называют сбалансированной. А для полностью управляемых и полностью наблюдаемых систем с асимптотической устойчивостью, всегда существует одно линейное преобразование  $T$  так, чтобы эквивалентно преобразовать систему  $S_1$  в сбалансированную. Предположим  $X = T\hat{X}$ , то система  $S_1$  будет сформирована в следующей форме:

$$S_2 : \begin{cases} \dot{\hat{X}} = \hat{A}\hat{X} + \hat{B}U \\ Y = \hat{C}\hat{X} \end{cases}, \quad (4)$$

где  $\hat{A} = T^{-1}AT$ ,  $\hat{B} = T^{-1}B$ ,  $\hat{C} = CT$ ,  $T \in R_n^{n \times n}$  – линейное преобразование.

После сбалансированного преобразования предположим разделение уравнения системы по фазовым координатам на две части в форме:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{X}}_1 \\ \dot{\hat{X}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A}_{11} & \hat{A}_{12} \\ \hat{A}_{21} & \hat{A}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{X}_1 \\ \hat{X}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \end{bmatrix} \cdot U,$$

$$Y = \begin{bmatrix} \hat{C}_1 & \hat{C}_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{X}_1 \\ \hat{X}_2 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где  $\hat{X}_1 \in R^{k \times 1}$ ,  $\hat{X}_2 \in R^{(n-k) \times 1}$ ,  $\hat{A}_{11} \in R^{k \times k}$ ,  $\hat{A}_{22} \in R^{(n-k) \times (n-k)}$ ,  $\hat{B}_1 \in R^{k \times m}$ ,  $\hat{C}_1 \in R^{p \times k}$

Можно так считать: если  $\sigma_{k+1} \ll \sigma_k$ , то компоненты фазовых координат  $\hat{X}_2$  почти не влияют на выходные действия системы. А устойчивость, анализ погрешности и критерий такого метода упрощения рассматриваются в [2,3].

Согласно критерию упрощения, после отсечения подсистем, соответствующих малым сингулярным числам  $\sigma_i (i = k+1, k+2, \dots, n)$ , получим  $k$ -мерную модель упрощения. Затем по формуле (5) получим:

$$\begin{cases} 0 = \hat{A}_{21}\hat{X}_1 + \hat{A}_{22}\hat{X}_2 + \hat{B}_2U \\ \dot{\hat{X}}_1 = \hat{A}_{11}\hat{X}_1 + \hat{A}_{12}\hat{X}_2 + \hat{B}_1U \\ Y = \hat{C}_1\hat{X}_1 + \hat{C}_2\hat{X}_2 \end{cases} \quad (6)$$

Далее рассмотрим два случая:

1) Если  $\hat{A}_{22}$  обратима, и  $\sigma_k \gg \sigma_{k+1} (k < n)$ , то после исключения состояний  $\hat{X}_2$  в формуле (6), получим:

$$S_4: \begin{cases} \dot{\hat{X}}_1 = A_R\hat{X}_1 + B_RU \\ Y = C_R\hat{X}_1 + D_RU \end{cases},$$

где  $\hat{X}_1 \in R^{k \times 1}$ , а  $A_R, B_R, C_R, D_R$  – постоянные матрицы,  
 $A_R = \hat{A}_{11} - \hat{A}_{12}\hat{A}_{22}^{-1}\hat{A}_{21}$ ,  $B_R = \hat{B}_1 - \hat{A}_{12}\hat{A}_{22}^{-1}\hat{B}_2$ ,  $C_R = \hat{C}_1 - \hat{C}_2\hat{A}_{22}^{-1}\hat{A}_{21}$ ,  
 $D_R = -\hat{C}_2\hat{A}_{22}^{-1}\hat{B}_2$ .

2) Если  $\hat{A}_{22}$  не обратима, то заменим матрицу  $\hat{A}_{22}^{-1}$  матрицей  $\hat{A}_{22}^+$  (обобщённой обратной матрицей).

### 3. АППРОКСИМАЦИЯ ДАННЫХ ПО ХАРАКТЕРИСТИКАМ

Чтобы получить равные первоначальные значения и приближённые устанавливающиеся значения для упрощённой модели  $S_4$  по сравнению с моделью исходной системы  $S_1$ , необходимо вести поправку на форму упрощённой модели  $S_4$  следующим образом:

Сначала записываем упрощённую модель  $S_4$  в следующей форме (7), затем ещё ведём аппроксимацию данных по матрицам передаточной функции.

$$S_5 : \begin{cases} \dot{\hat{X}}_1 = A_R \hat{X}_1 + B_R U \\ Y = C'_R \hat{X}_1 \end{cases}, \quad (7)$$

где  $C'_R \in R^{p \times k}$ . Необходимо удовлетворить следующее условие, чтобы обеспечить равные или более приближённые устанавливающиеся значения для этих двух моделей ( $S_1$  и  $S_5$ ).

$$\begin{bmatrix} CA^{-1}B & CA^{-2}B & \dots & CA^{-j}B \end{bmatrix} = C'_R \begin{bmatrix} A_R^{-1}B_R & A_R^{-2}B_R & \dots & A_R^{-j}B_R \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$j = 1, 2, \dots$$

где  $G(s) = C(sI_n - A)^{-1}B = -\sum_{i=0}^{\infty} CA^{-i-1}Bs^i$ ,

$G_R(s) = C'_R(sI_k - A_R)^{-1}B_R = -\sum_{i=0}^{\infty} C'_R A_R^{-i-1}B_R s^i$  – матрицы передаточной функции для моделей  $S_1$  и  $S_5$ .

Рассмотрим задачу по решению уравнения матрицы (8) в двух следующих случаях:

Случай 1: если  $k/m = j$ , а  $j$  равно целому числу, то матрица  $C'_R$  определена единственно после отсечения первых  $j$  столбцов в уравнении матрицы (8);

Случай 2: если  $k/m = j$ , а  $j$  не равно целому числу, то после отсечения первых  $k$  столбцов получим близкие решения уравнения матрицы (8).

#### 4. ПРИМЕР ИМИТАЦИИ

Например: динамическая модель системы известна в следующей матричной форме:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -0.42x_1 - 0.2x_2 - 0.008x_3 + 0.95x_5 + 0.00001x_6 - 9.15u_1 \\ \dot{x}_2 = x_1 - 0.053x_2 - 0.0003x_3 + 0.0001x_4 + 0.00035x_5 - 0.052u_1 \\ \dot{x}_3 = x_4 + 0.01u_1 \\ \dot{x}_4 = -688x_3 - 5.9x_4 + 899u_1 \\ \dot{x}_5 = x_6 + 0.001u_1 \\ \dot{x}_6 = -4880x_5 - 18.5x_6 - 488.5u_1 \end{cases},$$

$$\begin{cases} y_1 = x_1 + 0.000885x_4 - 0.00982x_6 \\ y_2 = x_2 \end{cases},$$



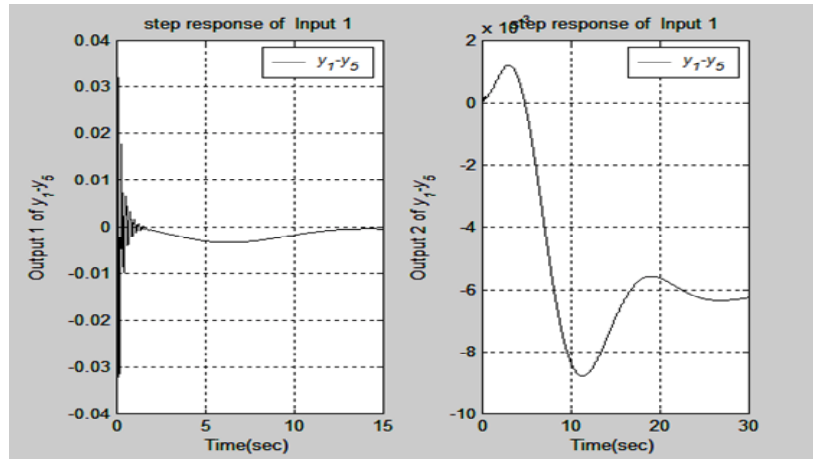


Рис. 1: Графики разностей переходных функций между моделями систем  $S_1$  и  $S_5$  ( $k=2$ )

где,  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$  – фазовые координаты системы,  $u_1$  – управляющая величина,  $y_1, y_2$  – регулируемые величины.

Определив устойчивость, управляемость и наблюдаемость данной системы, получим сингулярные числа при помощи команд Matlab  $\text{svd}=\text{sqrt}(\text{eig}(W_c*W_o))$  (см. формулу (3)):

$$\text{svd}=34.9029, 15.9508, 0.1318, 0.1267, 0.0666, 0.0630.$$

По распределению этих сингулярных чисел выбираем количество порядка упрощённой системы – 2 ( $k=2$ ), в это время первые два сингулярного числа составляют

$$\sum_{i=1}^2 \sigma_i / \sum_{j=1}^6 \sigma_j \approx 99.24\%.$$

С помощью программы MATLAB получим графики разностей переходных функций между моделями систем  $S_1$  и  $S_5$  ( $k=2$ , см. рис. 1).

Из графиков видно, что полученная модель  $S_5$  после применения вышеуказанного метода, хорошо приблизилась к исходной системе  $S_1$ .

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Используя данный метод упрощения математических моделей систем, повышена точность приближения упрощённой модели к исходной модели по переходным и устанавливающимся значениям. Вышеуказанный теоретический анализ и имитация примера доказывают применимость и эффективность этого метода упрощения.

## Литература

1. Moore B. C. Principal Component analysis in linear system: Controllability, observability and model reduction // IEEE Trans. Automatic Contr. AC-26, 1981(1). P. 17–31.

2. *Enns D. F.* Model reduction with balanced realizations: An error bound and a frequency weighted generalization // Proc. 23rd Conf. Decision Contr., Las Vegas, 1984. P. 127–132.
3. *Pernebo L., Silverman L. M.* Model reduction via Balanced State space Representation // IEEE. Transactions on Automatic Control, AC-27, 1982(2). P. 382–387.

## УЛУЧШЕНИЕ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ СТАНДАРТА 802.11 В VOIP ТЕЛЕФОНИИ

**А. Г. Семенов**

### ВВЕДЕНИЕ

Развитие беспроводных сетей привело к тому, что VoIP (IP телефония) развивается стремительными темпами. Однако качество сервиса во многих случаях оставляет желать лучшего. Одной из причин тому является низкая емкость VoIP в WLAN. Теоретически, возможно одновременное выполнение более 500 VoIP сессий в Wi-Fi сетях (802.11b) при скорости VoIP потока менее чем 20 Кбайт/с (по 10 в обе стороны). В действительности, эта цифра гораздо скромнее и составляет от 10 до 20 в зависимости от используемого кодека.

Целью работы является разработка схемы мультиплексного сжатия пакетов для улучшения емкостных показателей беспроводной сети стандарта IEEE 802.11 без изменения на MAC-уровне.

Для достижения этой цели решались следующие задачи: исследование механизмов работы стандарта IEEE 802.11b/g; сравнение существующих кодеков сжатия голоса, применяемых в IP телефонии; построение модели рассматриваемой сети.

### 1. МУЛЬТИПЛЕКСНАЯ СХЕМА

Главная идея предлагаемой схемы состоит в том, чтобы объединить данные от несколько нисходящих потоков в один. Таким образом, издержки многократных VoIP пакетов могут быть уменьшены до издержек одного многоадресного пакета.

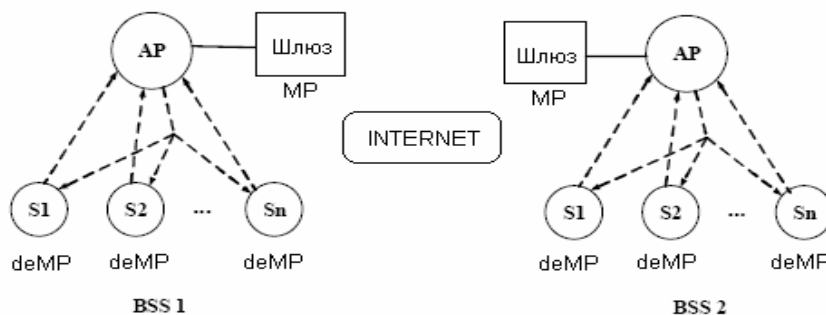


Рис. 1. VoIP схема с мультиплексированием

Нисходящий VoIP трафик сначала проходит мультиплексор (MP) в голосовом шлюзе. MP заменяет RTP, UDP и IP заголовки каждого голосового пакета в сжатый мини-заголовок, объединяет пакеты в единственный мультипакет, затем передает его через точку доступа. Полезной загрузке каждого VoIP пакета предшествует мини заголовок, в котором находится ID для идентификации текущего VoIP пакета. Приемник, на который следует VoIP пакет, использует этот ID, чтобы извлечь конкретный пакет из мультиплексного пакета. Извлечение выполняется демultipлексором (deMP). После получения полезной информации, deMP восстанавливает оригинальный RTP заголовок и собирает данные в первоначальную форму перед передачей к VoIP приложению. В восходящем потоке все станции используют стандартную одноадресную схему [1]. На рис. 1 мы видим, что эта схема может уменьшать число VoIP потоков на одном BSS от  $2n$  до  $n+1$ , где  $n$  – номер VoIP сессии. MP отправляет мульти пакет каждые  $T$  мс, где  $T$  – интервал между кадрами. Для кодека G.729,  $T$  – 10 мс. Большие значения  $T$  могут улучшить эффективность полосы пропускания, так как большее количество пакетов может быть мультиплексировано, однако задержки тоже увеличатся.

## 2. АНАЛИЗ ЕМКОСТИ

Существует два способа задания полосы пропускания: с постоянной полосой пропускания (continuous-bit-rate – CBR) и с переменной полосой пропускания (variable-bit-rate – VBR). Для CBR скорость голосовых пакетов равна показателю скорости кодека (например, в G.729 – 50 пакетов в секунду). VBR источники используют модель, представленную в [2].

Пусть  $n$  – максимальное число поддерживаемых одновременно сессий. Время передачи нисходящих и восходящих пакетов соответственно  $T_{down}$  и  $T_{up}$  соответственно. Пусть  $T_{average}$  – среднее время между передачами двух последовательных пакетов в WLAN. То есть в одной секунде, всего  $1/T_{average}$  пакетов, переданных точкой доступа и всеми станциями. (1)

Рассмотрим сначала емкость VoIP в стандартном режиме работы. Для VoIP пакета заголовок  $P_H$  состоит из заголовков RTP, UDP, IP и 802.11 MAC уровня:

$$P_H = P_{RTP} + P_{UDP} + P_{IP} + P_{MAC}. \quad (2)$$

Кроме того, на MAC уровне, издержки источника составляют

$$H_{out} = DIFS + CW_{average} + PHY. \quad (3)$$

В случае с одноадресным пакетом, затраты в приемнике

$$H_{in} = SIFS + ACK \quad (4),$$

где  $CW_{average} = T_s * \frac{(CW_{min} - 1)}{2}$  – среднее время ожидания до начала передачи следующего пакета,  $T_s$  – время передачи пакета. Итак, мы имеем

$$T_{down} = T_{up} = \frac{(P + P_H)}{V_{data}} + H_{out} + H_{in}. \quad (5)$$

В обычном VOIP случае мы имеем  $n$  восходящих и  $n$  нисходящих одноадресных потоков. В среднем, для каждого downlink пакета, имеется соответствующий uplink пакет

$$T_{average} = \frac{T_{down} + T_{up}}{2} \quad (6)$$

$$1/T_{average} = 2n * N, \quad (7)$$

где  $N$  – число пакетов, отправленных одним потоком в секунду. Значения  $DIFS$ ,  $PHY$ ,  $SIFS$ ,  $ACK$  для 802.11b (G.729) приведены в [3].  $P$  – 33 байта,  $N$  – 50,  $V_{data}$  – 11Мбит/с. Решая (7), получаем  $n=11.2$ . Итак, мы видим, что 802.11b WLAN может поддерживать только 11 VoIP сессий. Рассмотрим теперь емкость VoIP в нами предложенном режиме работы.

В схеме мультиплексного объединения пакетов, RTP, UDP и IP заголовков каждого обыкновенного пакета сжат до 2 байт,  $n$  пакетов соединены в один пакет, и они разделяют издержки того же кадра, который включает UDP, IP и MAC заголовки мультиплексного пакета. Стоит отметить, RTP заголовка в мультиплексном пакете уже не существует. Кроме того, так как мультиплексный пакет отправлен по многим адресам, то он также не имеет и  $H_{in}$ . Так,

$$T_{down} = \frac{((P + 2) * n + P_{UDP} + P_{IP} + P_{MAC})}{V_{data}} + H_{out}. \quad (8)$$

Здесь в среднем одному нисходящему пакету соответствуют  $n$  восходящих пакетов. Имеем

$$T_{average} = \frac{(T_{down} + n * T_{up})}{(n + 1)}, \quad (9)$$

где  $T_{up}$  то же самое, что в (5). Решая (8) и (9) с учетом

$$1/T_{average} = (n + 1) * N, \quad (10)$$

получаем  $n=21.2$ .

Емкость VoIP для разных кодеков

| Кодеки   | Обычная схема работы VoIP | Мультиплексная схема |
|----------|---------------------------|----------------------|
| GSM 6.10 | 11.2                      | 21.2                 |
| G.711    | 10.2                      | 17.7                 |
| G.723.1  | 17.2                      | 33.2                 |
| G.726-32 | 10.8                      | 19.8                 |
| G.729    | 11.4                      | 21.7                 |

Аналогично были получены значения  $n$  при использовании других кодеков.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Здесь представлены результаты моделирования сети при использовании симулятора сетей NS2 – Network Simulator 2 [4]. Модель состоит из точки доступа и числа мобильных станций пользователей. Тип используемой антенны – Omni. Это означает, что сигнал распространяется одинаково во всех направлениях. Тип беспроводного соединения – LL, протокол маршрутизации – DSDV, время эксперимента – 45 секунд.

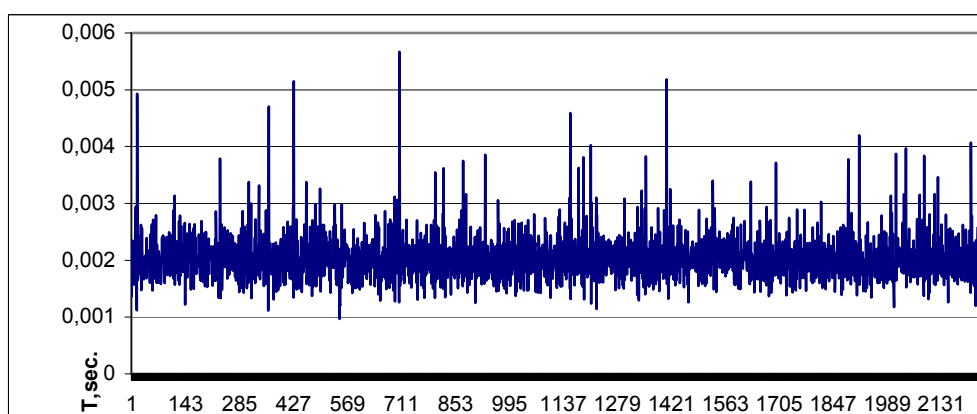


Рис. 2. Сдвиги во временной области (Джиттер)

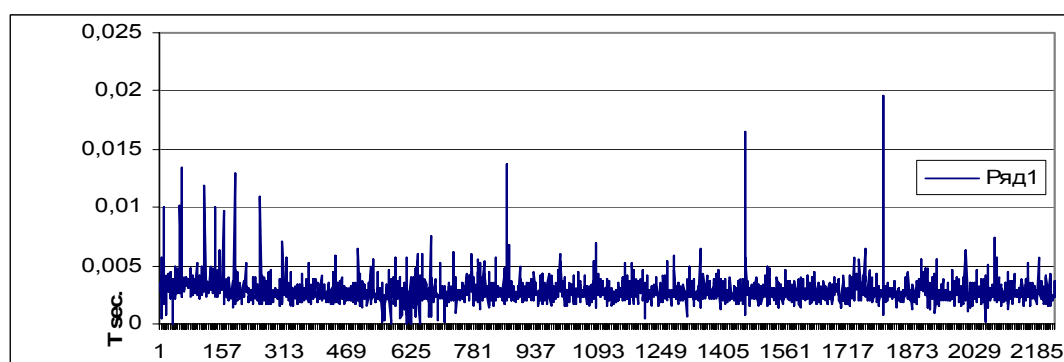


Рис. 3. Сдвиги во временной области при наличии TCP соединения

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В данной работе получены результаты, подтверждающие, что схема с мультиплексным объединением пакетов увеличивает емкость сети стандарта IEEE 802.11 в два раза в исследуемых кодах. Максимальное количество VoIP сессий в IEEE 802.11b в обычном случае составляет 14, и 38 при использовании модели с переменным битрейтом. Наличие TCP соединения в беспроводной сети способно уменьшить максимальное количество VoIP соединений на 25-30%, также ведет к возрастанию задержек. Показано, что данное улучшение достигается без вмешательства в MAC протокол. Теоретические расчеты были подтверждены результатами моделирования в среде симулятора NS-2.

## **Литература**

1. *Frank O.* Voice over 802.11. British Library. ISDN: 1-58053-677-8. 2004.
2. *Brady P.* A Model for Generating On-Off Speech Patterns in Two-Way Conversation // Bell Syst. Tech. Journal. Sept. 1969. V. 48. No. 7. P. 2245–2272.
3. *Bai Y., Ito M. R.* A study for providing better quality of Services to VoIP Users // IEEE AINA06.
4. The Network Simulator – NS-2. Интернет-адрес: [www.isi.edu/nsnam/ns/](http://www.isi.edu/nsnam/ns/)

## **РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ СПЕКТРОСКОПИИ**

**А. В. Сиволобов**

## **ВВЕДЕНИЕ**

Исследование кинетики спектров флуоресценции позволяет изучать множество структурных и динамических свойств молекулярных систем, таких как микровязкость, вращательная диффузия, концентрация, размер молекул и др. Анализируя спектр испускания, можно получить информацию о ближайшем окружении флуорофора.

Причиной растущей популярности флуоресцентных исследований является сочетание высокой чувствительности данных методов с подходящим временным диапазоном между поглощением и переиспусканием кванта энергии ( $\approx 10$  нс). За этот промежуток времени может произойти множество различных молекулярных процессов, которые способны повлиять на спектральные характеристики флуорофоров. Достоинством флуоресцентной спектроскопии является также очень низкая инвазивность по отношению к образцу. В отличие от неоптических методов, например электронной микроскопии, флуоресцентно-спектроскопические методы позволяют работать с живыми клетками. Это один из основных факторов, предопределивших их развитие. Метод ICS (Image Correlation

Spectroscopy), о котором пойдет речь далее, изначально разрабатывался для исследования клеточных мембран [1]. Данный метод позволяет исследовать вещество на молекулярном уровне.

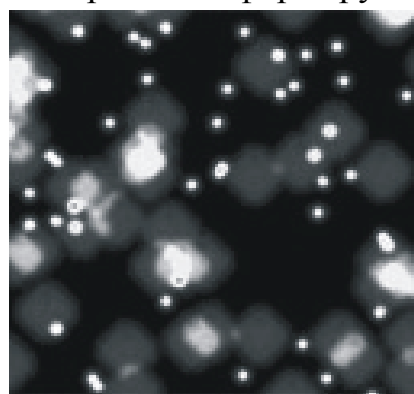
Для нахождения оценок свойств вещества требуется разработка модели, соединяющей параметры вещества с регистрируемой экспериментальной характеристикой. Таким образом, целью работы является разработка теоретической модели пространственной корреляционной спектроскопии для анализа данных, полученных по методу пространственного сканирования неподвижной пробы [2] и разработка алгоритма вычисления пространственной автокорреляционной функции.

### **ПРОСТРАНСТВЕННАЯ КОРРЕЛЯЦИОННАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ**

Метод ICS был разработан для изучения распределения молекул в мембранах и расчета их концентрации. Прежде необходимо очертить границы области применимости данного метода. Метод позволяет получать информацию о размере и количестве молекулярных агрегатов, причем этот размер должен быть не меньше чем характеристический радиуса точечной функции распределения для данного лазера. Исследуемый образец должен быть неподвижен, что справедливо только для однократного сканирования. ICS – это двумерный метод: мембрана должна быть плоской, и все ее частицы должны находиться в фокусе. ICS – это статический метод: скорость диффузии в веществе должна быть низкой.

Метод основан на пространственном корреляционном анализе флуктуаций интенсивности флуоресценции в исследуемом образце. Благодаря ЛСМ (лазерному сканирующему микроскопу) можно достаточно быстро просканировать плоскость в образце и попиксельно сформировать изображение, где каждый пиксель содержит информацию о происходящем процессе в объеме порядка 1 фемтолитра. По мере того, как лазер сканирует интересующую нас плоскость, конечное изображение формируется пиксель за пикселем. Пример представлен на рисунке 1.

В эксперименте используется конфокальный ЛСМ. Излучение лазера фокусируется объективом на исследуемом образце, и излучение флуоресценции собирается из него посредством того же объектива. Разделение возбуждающего и регистрируемого излучений достигается за счет использования полупрозрачного зеркала, которое избирательно отражает излучение с разными длинами волн. Излучение лазера,



*Рис. 1. Изображение, полученное с помощью лазерного сканирующего микроскопа*

характеризующееся меньшей длиной волны, пропускается зеркалом, в то время как излучение флуоресценции, сдвинутое в область больших длин волн, удерживается (стоксов сдвиг). Луч пробегает заданную горизонтальную плоскость благодаря одному или более осциллирующим зеркалам с сервоприводом. В качестве детектора может использоваться фотомножитель, лавинный фотодиод или ПЗС матрица [3].

В методе ICS рассчитывается двумерная автокорреляционная функция  $g(\xi, \eta)$  из экспериментально полученного изображения. Для повышения контрастности корреляционного изображения рассчитывается АКФ не самой интенсивности, а ее флуктуаций. Флуктуация интенсивности  $\delta I(x, y)$  определяется как отклонение ее значения в данном пикселе от среднего значения по изображению  $\delta I(x, y) = I(x, y) - \langle I(x, y) \rangle$ . Это позволяет более точно обрабатывать область, где  $g(\xi, \eta)$  принимает максимальное значение. Именно она и ее окрестность несет основной статистический смысл. Анализируя  $g(\xi, \eta)$ , можно получить концентрацию и размер молекул вещества. Особенность АКФ в том, что по определению:

$$g(\xi, \eta) = \frac{\langle \delta I(x, y) \delta I(x + \xi, y + \eta) \rangle}{\langle \delta I(x, y)^2 \rangle} \quad (1)$$

где  $I(x, y)$  - интенсивность флуоресценции молекул в фокальном объеме, соответствующем пикселю  $(x, y)$  на изображении. Из статистической механики известно, что для идеальной системы:

$$\text{var } \delta I(x, y) = \lim_{\xi \rightarrow 0, \eta \rightarrow 0} g(\xi, \eta), \quad (2)$$

где  $\langle N \rangle$  - среднее число флуоресцирующих частиц в исследуемом объеме. Формула (2) описывает так называемый эффект «количества частиц». Он заключается в том, что острота профиля  $g(\xi, \eta)$  увеличивается с уменьшением количества наблюдаемых частиц. Формула (2) может рассматриваться как простейшая модель пространственной корреляционной спектроскопии, так как она позволяет оценивать искомую концентрацию молекул из измеренной пространственной АКФ.

Математической основой для расчета пространственной АКФ является формула (3):

$$\lim_{\xi \rightarrow 0, \eta \rightarrow 0} g(\xi, \eta) = \frac{1}{\langle N \rangle}, \quad (3)$$

Аргументы АКФ  $\xi$  и  $\eta$  задают смещения копии изображения относительно оригинала. Получаемая в результате сумма произведений соответствующих пикселей оригинала и сдвинутой копии дает значение  $g(\xi, \eta)$ . Функция  $g(\xi, \eta)$  также характеризуется свойством симметрии, в том смысле, что для каждой координаты  $\xi, \eta$  важен модуль смещения, а



не его направление[4]. Значит, нет необходимости рассчитывать  $g(\xi, \eta)$  для отрицательных значений аргументов, а достаточно рассчитать только один квадрант (например, первый). Далее значения копируются путем отражения квадранта, относительно горизонтальной и вертикальной осей, пересекающихся в центре изображения.

Расчет  $g(\xi, \eta)$  «в лоб» очень ресурсоемок, так как в нем фигурирует 4-х кратный вложенный цикл. Это ограничивает исследователя в возможности повышать разрешение изображения. Расчет  $g(\xi, \eta)$  может быть ускорен путем использования алгоритма быстрого преобразования Фурье. Согласно следствию *теоремы* о свертке, Фурье-образ АКФ равен спектральной плотности мощности изображения:

$$g(\varepsilon, \eta) = F^{-1} \{ [F(\delta I(x, y))] * [F^*(\delta I(x, y))] \}, \quad (4)$$

где  $F(\delta I(x, y))$  - Фурье-образ функции флуктуации интенсивности.

После того, как получена функция  $g(\xi, \eta)$ , можно делать выводы о концентрации флуоресцентно помеченных молекул и их размере, при наличии соответствующей информации о масштабе изображения. Например, для изображения представленного на рисунке 1, средняя концентрация флуоресцирующих частиц, согласно формуле (2), равна 0,66 частиц в объеме конфокального профиля засветки.

Однако следует отметить, что полученное значение концентрации нуждается в корректировке: необходимо прибегнуть к вычислительным методам и исправить экстремальное значение  $g(\xi, \eta)$ , экстраполируя функцию к нулевым значениям аргументов. Дело в том, что значение  $g(0,0)$  не является статистически правильным, и его нельзя использовать для расчета концентрации. Если функция распределения точечного источника в поперечном сечении для лазерного пучка задает гауссово распределение, то регистрируемая флуоресценция, собранная конфокальным объективом, имеет кумулятивное гауссово распределение [2]. Это проявляется в спрямлении профиля в районе пика, т.е. увеличивается эксцесс распределения. В качестве критерия близости профиля поверхности и аппроксимирующей кривой можно рассмотреть критерий  $\chi^2$ .

### Литература

5. Векишин Н.Л. Флуоресцентная спектроскопия биополимеров. Пущино: Фотон-век, 2006.
6. Petersen N. O., Wiseman P. W. Quantitation of Membrane Receptor Distributions by ICS: Concept and Application // Biophysical Journal. Сентябрь 1993. Т. 65. С. 1135–1146.
7. Gratton Enrico. ICS2: Image Correlation Methods for Internal Dynamics in cells. ICS and STICS // Ирвин. Октябрь 2006.
8. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений, М.: Техносфера, 2005.

# **РАСЧЕТ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ГОРЯЧИХ ЭЛЕКТРОНОВ В *n*-КАНАЛЕ СУБМИКРОННОГО МОП-ТРАНЗИСТОРА**

**Д. С. Сперанский**

Известно, что проблема горячих электронов в современных полупроводниковых приборах на основе кремния является весьма актуальной, поскольку перенос носителей заряда в таких структурах происходит в условиях сильных электрических полей. Следствием этой проблемы является деградация параметров приборов. В этой связи чрезвычайно важным является исследование распределения по энергиям электронов при их дрейфе в кремниевом проводящем канале в условиях сильных полей. При этом вид этого распределения позволяет судить о характере процесса разогрева носителей в канале.

В данной работе рассмотрена проблема горячих электронов при моделировании процессов переноса носителей заряда в *n*-канале субмикронного МОП-транзистора. Вычисления методом Монте-Карло помогают справиться со многими математическими и физическими проблемами, относящимися к теории горячих электронов в твёрдых телах. Но этот метод имеет и свои недостатки. Так, например, при расчете частоты выпадения очень маловероятных событий, когда нас интересуют электроны с энергией превышающей среднюю энергию в несколько раз, достаточно сложно проводить вычисления с высокой точностью по методу Монте-Карло обычным способом, т.к. количество выпадения редких событий при моделировании оказывается достаточно мало. Другими словами, достоверность полученных результатов в этом случае оказывается недостаточной из-за малой выборки статистических данных. По этой причине, при моделировании эффектов горячих электронов возникает задача оценки хвоста функции распределения носителей заряда по энергиям, соответствующего высокоэнергетическим электронам. Для такой оценки требуется специальная процедура моделирования, которая бы увеличивала количество выпадения маловероятных событий, но при этом не ухудшала бы гибкость метода Монте-Карло при вычислениях.

Для того, чтобы избавиться от рассмотрения значительного количества траекторий, избыточных для накопления статистических сумм необходимо ввести понятие статистического веса частицы [1].

Чаще всего, траектории движения электронов в импульсном пространстве пересекают области, определяемые средней энергией, а начиная с некоторой энергии  $\epsilon$ , плотность распределения электронов по энергиям  $n(\epsilon)$  будет описываться убывающей экспоненциальной зависимо-

стью, поэтому вероятность попадания траекторий электрона в область больших энергий может стать чрезвычайно малой.

Разобьем рассматриваемое импульсное пространство на две области:  $R$  – область редких событий, где  $\varepsilon < \varepsilon_1$ , и  $C$  – область событий, где  $\varepsilon > \varepsilon_1$ . Энергия  $\varepsilon_1$  определяется из условия достаточной точности плотности распределения электронов  $n(\varepsilon_1)$  и условия, что  $\varepsilon_1 \gg \bar{\varepsilon}$ , где  $\bar{\varepsilon}$  – средняя энергия электронов. В силу того, что при больших энергиях функция распределения плотности электронов будет убывать по экспоненциальному закону, получаем [1]:

$$\int_0^{\varepsilon_1} n(\varepsilon) d\varepsilon \gg \int_0^{\varepsilon_{\max 1}} n(\varepsilon) d\varepsilon \quad (1)$$

таким образом, точность «хвоста» функции  $n(\varepsilon) |_{\varepsilon > \varepsilon_1}$  мала при хорошей точности  $n(\varepsilon) |_{\varepsilon < \varepsilon_1}$ .

Основная суть рассматриваемого метода, состоит в том, что для каждого электрона, перемещенного в результате процесса блуждания из области  $C$  в область  $R$ , запоминается точка входа  $S$ , из которой стартует  $M$ -электронов, вес каждого из которых равен  $1/M$ . В области редких событий  $R$  отслеживается поведение всех  $M$ -частиц. Из-за случайности времен свободного пробега и процессов рассеяния все эти частицы будут иметь различные траектории. При выходе из области  $R$  их траектории обрываются, кроме одной. Этот электрон возвращается в область  $C$ , где ему снова присваивается единичный вес [1].

На основе описанного выше метода была разработана блок-схема, с помощью которой был построен алгоритм моделирования процесса ударной ионизации в  $n$ -канале субмикронного МОП полевого транзистора как редкого события.

Начальная точка программы – это определение исследуемой нами физической системы, включающее температуру, напряженность электрического поля и значения физических величин.

Далее для экономии машинного времени мы производим табулирование сумм, требуемых для выбора процесса рассеяния.

Затем следует расчет времени свободного пробега. Мы его определяем точно так же, как и согласно обычному методу Монте-Карло. Затем мы входим в блок: «Изменение волнового вектора  $\vec{k}$  при движении в электрическом поле с напряженностью  $E$  за время  $\tau$ ».

Далее стохастически выбираем механизм рассеяния и исходя из выбранного механизма изменяем волновой вектор  $\vec{k}$ . Этот этап является важным, потому что если энергия электрона оказалась выше пороговой, то с этого момента необходимо подключать процедуру редких событий. Рассмотрим ее более подробно.

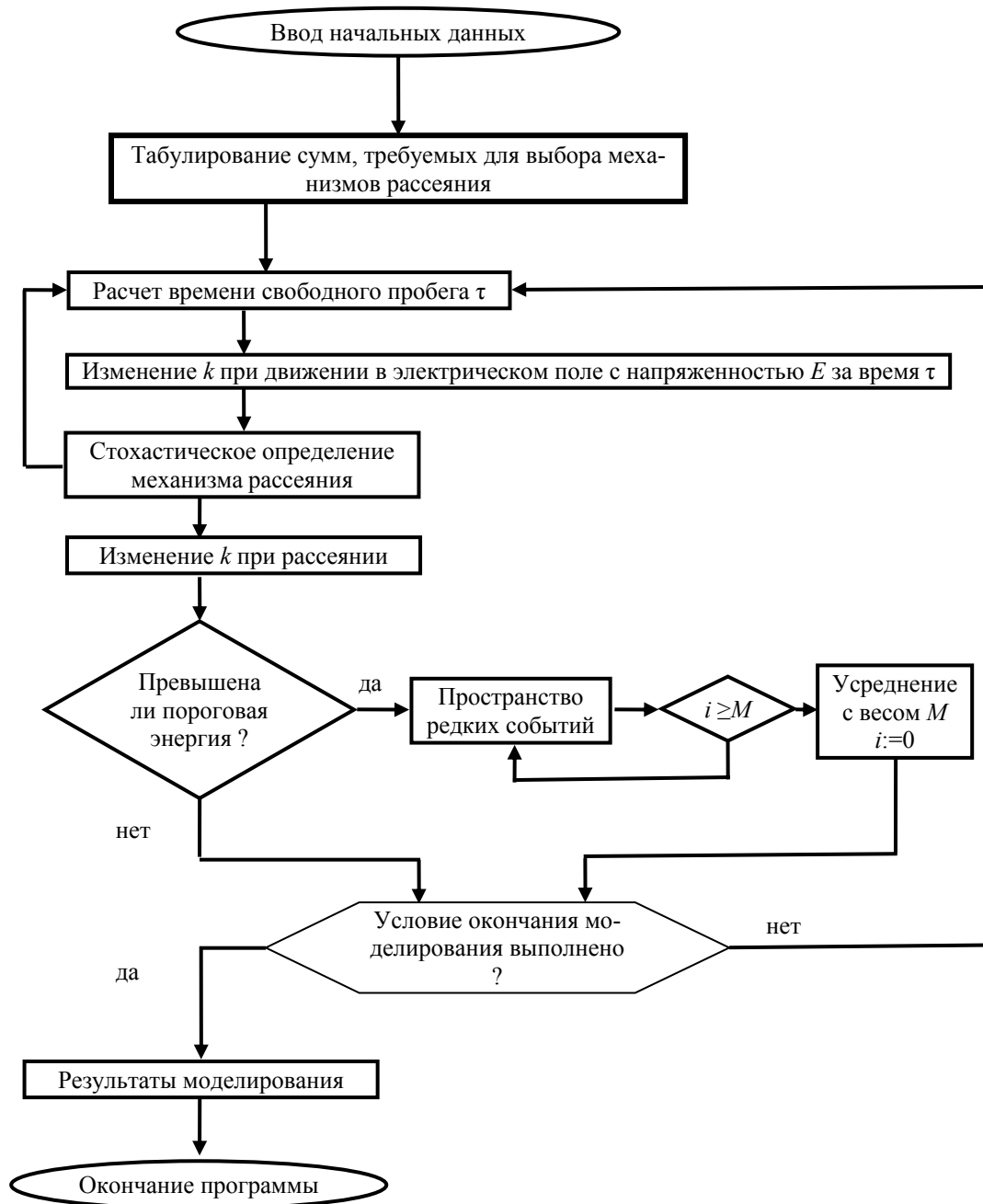


Рис. 1. Блок-схема разработанного алгоритма моделирования, содержащего процедуру редких событий

Итак, если энергия электрона превышает пороговую величину, то мы переходим к процедуре редких событий.

Начиная с этого момента, к акту рассеяния электрона применяется так называемая операция  $M$ -свертки, то есть одна траектория электрона разделяется на  $M$  различных траекторий. Все эти траектории рассчитываются в порядке следования от 1 до  $M$ .

Если проследить за одним из разделенных электронов, то мы видим, что он сначала попадает в блок «Пространство редких событий». При достижении им конца, мы заканчиваем моделировать полет этого электрона и переходим к блоку проверки, определяющему критерий выхода из нашей процедуры.

После блока усреднения возвращаемся в ядро общей программы.

Следует отметить, что коэффициент  $M$  выбирается из условия примерного равенства длин траекторий в области редких событий и в области обычных событий, т.е.

$$\int_0^{\varepsilon_1} n(\varepsilon) d\varepsilon = M \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_{\max}} n(\varepsilon) d\varepsilon . \quad (2)$$

Далее проверяются условия окончания моделирования, и, если они достигнуты, то мы переходим к завершению программы.

С использованием приведенного алгоритма и программного комплекса моделирования субмикронного МОП-транзистора, разработанного на кафедре физической электроники, были рассчитаны функции распределения электронов в  $n$ -канале полевого транзистора при температуре  $T=300$  К и различных эффективных значениях напряженности поля  $E$ . Результаты расчета показаны на рис. 2 и рис. 3.

Отн.ед

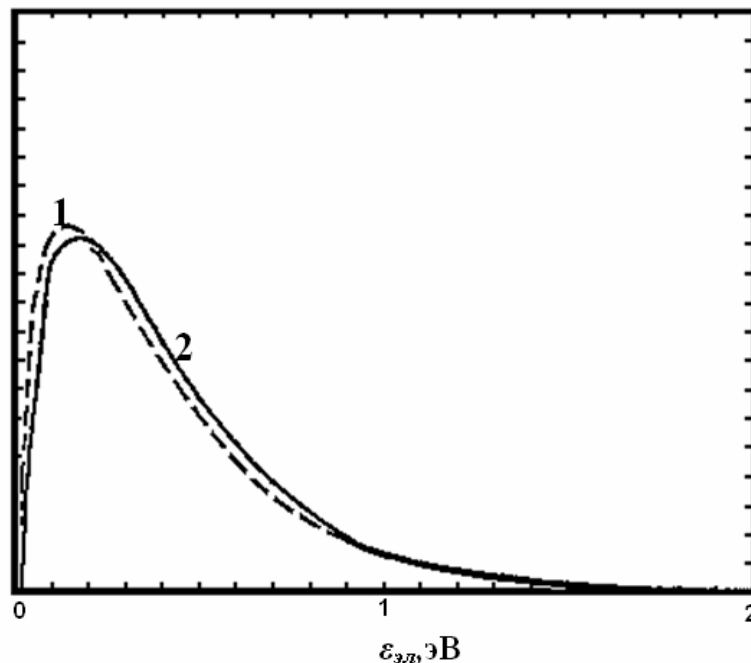


Рис.2. Функции распределения электронов в кремнии ,  $T=300$ К,  $E=2 \cdot 10^7$  В/м:  
кривая 1 – данные полученные с помощью разработанного алгоритма,  
кривая 2 – литературные данные [2]

Отн. ед

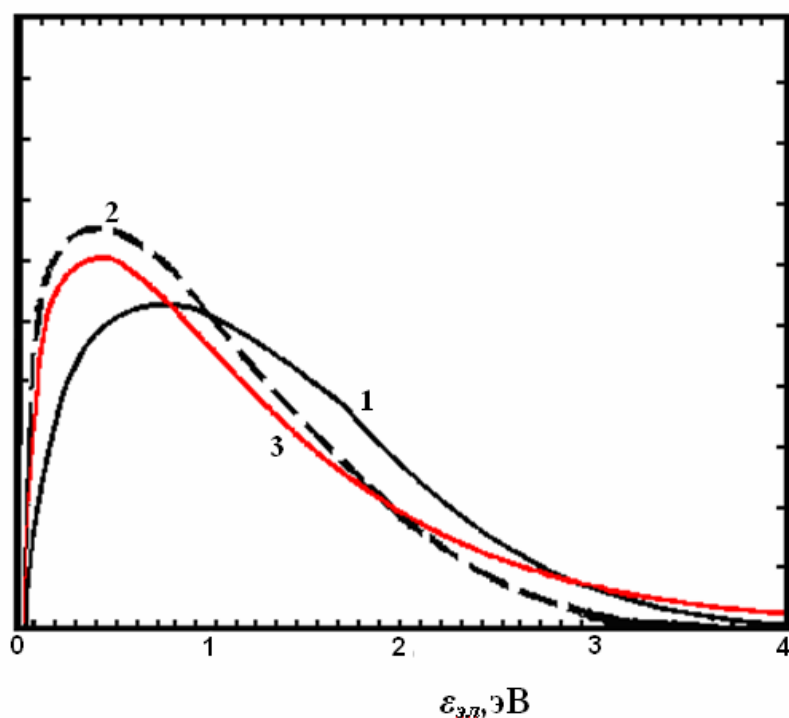


Рис.3. Функции распределения электронов в кремнии,  $T=300\text{K}$ ,  $E=5\cdot 10^7$  В/м: кривая 1 – функция построенная с помощью разработанного алгоритма без учета процедуры редких событий, кривая 2 – с включением процедуры редких событий, кривая 3 – литературные данные [2]

Из сравнения приведенных кривых на рисунках следует очевидность необходимости использования разработанной процедуры для расчета области высокоэнергетического хвоста распределения.

В заключении отметим, что проведенные нами в данной работе исследования позволили сделать вывод о том, что включение процедуры редких событий позволяет сократить время построения функции распределения горячих электронов в области хвоста этого распределения при одновременном выполнении условия необходимой точности расчета.

### Литература

1. Иващенко В.М., Митин В.В. Моделирование кинетических явлений в полупроводниках. Метод Монте-Карло. //Киев: Наукова думка. 1990.- 192с.
2. Chen Y.-Z., Tang T.W. Impact ionization coefficient and energy distribution function at high fields in semiconductors //J. Appl. Phys. – 1989.-65, N 11. - P.4279 – 4287.
3. Борздов В.М. Моделирование методом Монте-Карло приборных структур интегральной электроники / В.М. Борздов, О.Г. Жевняк, Ф.Ф. Комаров, В.О. Галенчик. -Минск: БГУ, 2007. —175с.
4. Хокни Р., Иствуд Д. Численное моделирование методом частиц. -М.: Мир, 1987. 640 с.
5. Зи С. Физика полупроводниковых приборов. В 2 т. – М.: Мир, 1984. Т.2 456с

# **РЕАЛИЗАЦИЯ GRID-СЕТИ ПОД УПРАВЛЕНИЕМ ОС WINDOWS**

**Р. М. Томашевский, Н. В. Серикова**

## **ВВЕДЕНИЕ**

По определению Ян Фостера «GRID – согласованная, открытая и стандартизованная среда, которая обеспечивает гибкое, безопасное, скоординированное разделение ресурсов в рамках виртуальной организации» [1].

Существует несколько причин, побуждающих ученых использовать GRID-технологии.

Во-первых, часто необходимо обработать огромное количество данных, хранящихся в разных организациях.

Во-вторых, необходимо при исследованиях выполнить огромное количество вычислений.

В-третьих, научная команда, члены которой работают в разных частях земного шара, хочет совместно использовать большие массивы данных, быстро и интерактивно осуществлять их комплексный анализ.

Существуют компании с большим количеством компьютеров, которые в основном используются для запуска офисных приложений и программ, не требующих значительных ресурсов для своего функционирования. На базе этих компьютеров можно создать GRID – сеть, которая будет использовать простаивающие ресурсы вычислительных систем для различного рода ресурсоемких задач.

## **LINUX – ОПЕРАЦИОННАЯ СИСТЕМА ДЛЯ СОЗДАНИЯ GRID-СЕТИ**

На данный момент большинство GRID-сетей реализовано под управлением ОС Linux [2–4]. Работы по созданию полноценной GRID-сети под управлением ОС Windows ведутся в Европейских странах в рамках проекта UNICORE под управлением Евросоюза. Однако большинство программного обеспечения для реализации GRID-сети написано под платформу Unix, что делает проект по созданию GRID-сети под ОС Windows наиболее актуальным [5, 6].

Для реализации GRID-сети используется программный пакет Globus Toolkit (GT). GT – набор программного обеспечения и служб, которые служат базисом для построения GRID и приложений для него. GT включает в себя протокол доступа и управления ресурсами GRAM (GRID Resource Allocation Management); расширенную версию протокола для передачи файлов GRIDFTP; службу безопасности GSI (GRID Security Infrastructure); распределенный доступ к информации на основе протокола LDAP; удаленный доступ к данным через интерфейс GASS (Globus Access to Secondary Storage).

В GT имеется три основных функции:

- управление заданиями (Execution Management) для управления, мониторинга и координации удаленного выполнения заданий;
- информационные службы (Information Services) для описания служб и ресурсов;
- управление данными (Data Management), позволяющее пользователям иметь доступ, передавать и управлять распределенными данными.

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ GRID-СЕТЬ

Для построения экспериментальной GRID-сети использовалась виртуализированная среда andLinux, построенная на CoLinux. CoLinux, в свою очередь, – это портированное на Windows ядро Linux. При этом появляется возможность запуска Linux-приложений в ОС Windows без перекомпиляции.

Linux-приложения открываются в привычном обрамлении Windows. Для простого пользователя это выглядит просто как еще один дополнительный набор программ, которые запускаются обычными иконками. andLinux предоставляет наиболее правильный и корректный путь для запуска Linux-приложений в Windows.

CoLinux – работает как один процесс в операционной системе Microsoft. Операционные системы работают совместно, передавая друг другу центральный процессор (CPU), как показано на рис. 1. При этом нет такой потери производительности, как если бы использовалась виртуальная машина VMware, которая для своей работы резервирует значительную часть ресурсов компьютера.

В качестве сервера использовался компьютер под управлением операционной системы Linux. Экспериментальная GRID-сеть представлена на рис. 2.



Рис. 1. Совместное использование CPU

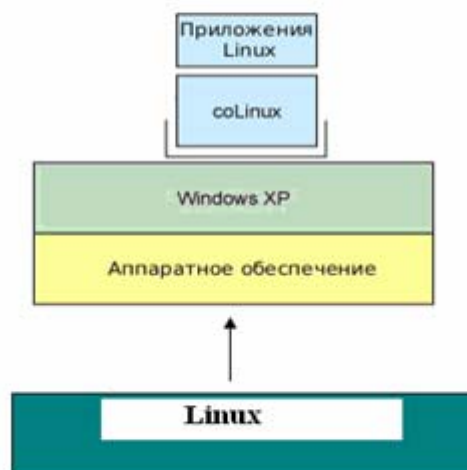


Рис. 2. Структура экспериментальной GRID-сети



## ПРОВЕРКА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ

Прежде, чем проводить тесты на экспериментальной сети, была проверена потеря производительности на виртуализированной среде andLinux. Был запущен тест Linpack – HPL 1.0a (библиотека подпрограмм для решения систем линейных алгебраических уравнений) под ОС

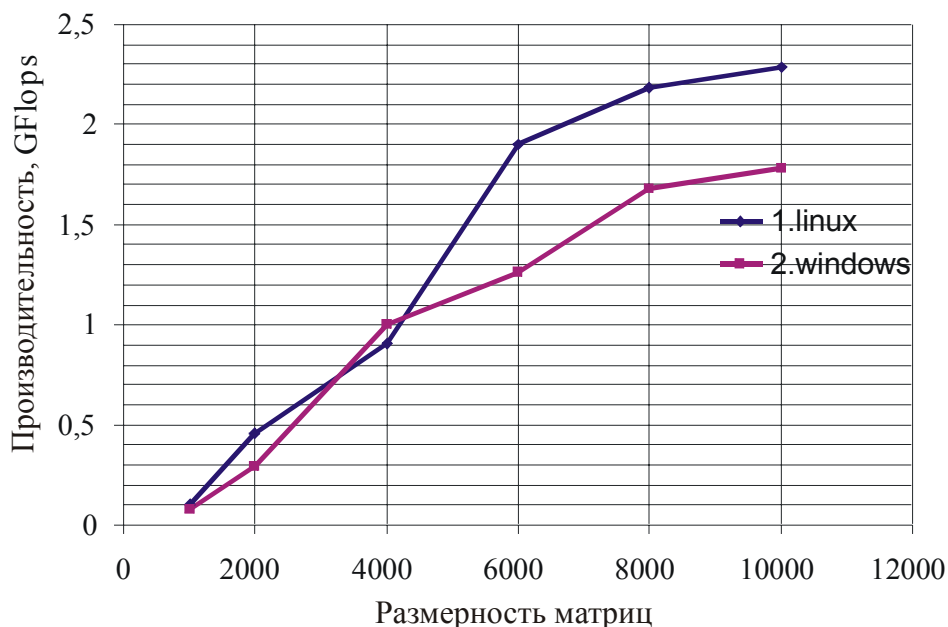


Рис. 3. Результаты теста Linpack на отдельных машинах

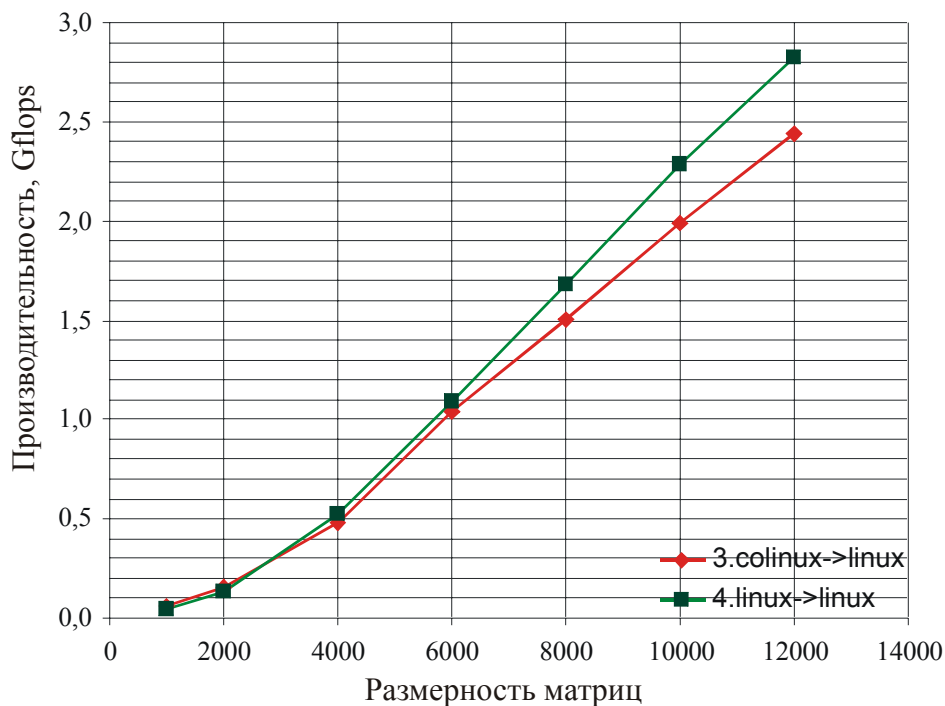


Рис. 4. Результаты теста Linpack на сети из 2-х машин

Linux и под ядром coLinux. Оказалось, что при малых размерностях матриц потери производительности нет, но при дальнейшем увеличении размерностей матриц наблюдается снижение эффективности на 20% (рис. 3).

Запуск теста Linpack на экспериментальной GRID-сети, для построения которой использовалось соединение вида coLinux->Linux, показал, что потеря производительности не превышает 12% по сравнению с соединением вида Linux->Linux (рис. 4).

Исходя из полученных данных, можно с уверенностью сказать, что GRID-сеть, построенная под управлением ОС Windows, будет иметь незначительные потери в производительности по сравнению с GRID-сетью, построенной под управлением ОС Linux, что делает проект по созданию GRID-сети под ОС Windows привлекательным для дальнейших исследований.

### **Литература**

Интернет-адреса:

1. <http://www.computerra.ru/xterra/33974/>
2. <http://www.andLinux.org>
3. <http://www.globus.org>
4. <http://www.linux.org>
5. <http://www.niu.edu/mpi>
6. <http://www.unicore.eu>

## **ОБНАРУЖЕНИЕ ПАТОЛОГИЙ ГОЛОСОВОГО ТРАКТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАШИНЫ НА ОПОРНЫХ ВЕКТОРАХ**

**У Ши, Янь Цзибинь, И. Э. Хейдоров**

### **ВВЕДЕНИЕ**

Применение автоматического анализа речи с использованием анализа признаков открывает широкие возможности для обнаружения патологий голоса [1].

Чтобы соответствовать данным требованиям медицинской практики, метод диагностики должен быть легким в использовании, быстрым, неинвазивным и доступным для врачей. В данной работе реализуется схема классификации речевых сигналов, специально разработанная для выявления патологий речевого тракта с использованием машины на опорных векторах (МОВ) [2]. Метод опорных векторов – это разделяющий классификатор, простой в своей основе, но чрезвычайно эффективный. Принципиальное отличие МОВ от общепринятых методов классификации, таких как скрытые марковские модели или смешанные гауссовские

модели, состоит в том, что МОВ прямо аппроксимирует межклассовые границы вместо моделирования распределения вероятностей по обучающему множеству.

В данной работе исследуются новые МОВ [3–5], а в качестве базиса для формирования вектора признаков используется непрерывное вейвлет-преобразование [6,7]. Базовые принципы такой схемы очень близки к тому, как специалист-медик анализирует речь больного.

### 1. МНОГОКЛАССОВЫЕ МАШИНЫ НА ОПОРНЫХ ВЕКТОРАХ

В качестве оптимального классификатора для решения поставленной задачи диагностики патологий голосового тракта использован метод МОВ. Для уменьшения вычислительной сложности предложен новый алгоритм классификации на основе многоклассовой МОВ, причем количество классов выбрано равным трем. Многоклассовая МОВ может быть построена на основе одноклассовой МОВ [2].

Пусть в  $R$ -мерном пространстве заданы разные наборы обучающих векторов:  $\{(x_1, y_1), \dots, (x_i, y_i)\} \subset R^n \times R$ . Входное пространство обучающих векторов разделено на  $M$  классов. Каждый класс представляется следующим образом:

$$\{(x_1^{(s)}, y_1^{(s)}), \dots, (x_i^{(s)}, y_i^{(s)}), s = 1, \dots, M\}, \quad (1)$$

где  $i = 1, \dots, m$  – номера обучающих векторов  $\{(x_i, y_i)\}$ .

Применение многоклассовой МОВ в общем случае сводится к проведению последовательных одно-классовых классификаций для наборов обучающих векторов каждого класса, и получению  $R_{(s)}^2$ ,  $R_{(s)}^2$  является

радиусом гипер-сферы в квадрате для  $s$  класса. Если находится 3 класса, то есть 3 гиперсферы (рис.1). Белым цветом отображены точки первого класса, черным – второго, звездочками – третьего класса.

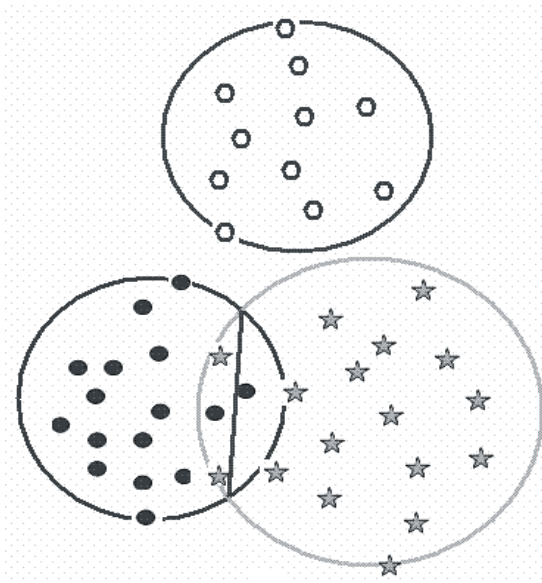


Рис.1. Гиперсферы для трех классов

### 2. Эксперимент

Речевой поток разбивался на отдельные слова. На вход МОВ подавались вектора признаков фиксированной длины, состоящие из 64 элементов, полученные следующим образом: непрерывное вейвлетное преобразование [6,7] каждого слова разбивается на 64 сегмента (16×8).

Это соответствует в частотно-временном диапазоне для случая  $16 \times 8$  разбиению на 16 поддиапазонов вдоль оси частоты и на 8 вдоль оси времени.

Для решения задачи определения патологий голоса построены две модели с помощью метода многоклассовой МОВ:

1. модель классификации дикторов с узелками голосовых складок и дикторов с функциональными патологиями;
2. модель классификации здоровых дикторов, дикторов с функциональными патологиями и дикторов с узелками голосовых складок.

Использованные в данной работе использованы записи 90 голосов мужчин и женщин. Голосовой материал был получен путем записи одного и того же фрагмента текста, который содержит цифры от «два» до «девять». Среди 90 голосов 30 являются нормальными, 30 патологических голосов с узелками голосовых складок, 30 голосов с функциональными патологиями. Диагнозы были установлены экспертами Республиканского Центра патологии слуха, голоса и речи на основании объективных медицинских показаний.

В таблице 1 представлены результаты, полученные при классификации голосов с узелками голосовых складок и голосов с функциональными патологиями с помощью двухклассовой МОВ. Для данной задачи достигнута общая точность классификации при векторах признаков НВП  $16 \times 8$  – 77.5%  $((133+115)/(160+160))$ .

В таблице 2 представлены результаты, полученные при классификации голосов с узелками голосовых складок и голосов с функциональными патологиями с помощью метода многоклассовой МОВ. Для данной задачи достигнута общая точность классификации при векторах признаков НВП  $16 \times 8$  – 79.7%  $((133+122)/(160+160))$ .

В таблице 3 представлены результаты, полученные при 3-классовой классификации здоровых голосов, голосов с узелками голосовых складок и голосов с функциональными патологиями. Для данной задачи достигнута общая точность классификации при векторах признаков НВП  $16 \times 88$  – 80.6%  $((112+115+160)/(160+160+160))$ .

*Таблица 1*

**Классификации голосов с узелками голосовых складок и голосов с функциональными патологиями с использованием обычной МОВ**

| СЛОВО | ВХОДНОЙ СИГНАЛ<br>(патология) | ВЫХОДНОЙ СИГНАЛ МОВ $16 \times 4$ |                         |
|-------|-------------------------------|-----------------------------------|-------------------------|
|       |                               | верная классификация              | ошибочная классификация |
| ВСЕГО | узелки(160)                   | 133(83.1%)                        | 27(16.9%)               |
|       | функция(160)                  | 115(71.8%)                        | 43(28.2%)               |

Таблица 2

**Классификации голосов с узелками голосовых складок и голосов с функциональными патологиями с использованием многоклассовой МОВ**

| СЛОВО | ВХОДНОЙ СИГНАЛ<br>(патология) | ВЫХОДНОЙ СИГНАЛ МЕТОДА МНОГОКЛАССОВОЙ МОВ 16×4 |                         |
|-------|-------------------------------|------------------------------------------------|-------------------------|
|       |                               | верная классификация                           | ошибочная классификация |
| ВСЕГО | узелки(160)                   | 133(83.1%)                                     | 27(16.9%)               |
|       | функция(160)                  | 122(76.2%)                                     | 38(23.8%)               |

Таблица 3

**Классификация на здоровые голоса, голоса с узелками голосовых складок и голоса с функциональными патологиями с использованием новой многоклассовой МОВ**

| СЛОВО | ВХОДНОЙ СИГНАЛ | ВЫХОДНОЙ СИГНАЛ МЕТОДА МНОГОКЛАССОВОЙ МОВ 16×4 |             |           |
|-------|----------------|------------------------------------------------|-------------|-----------|
|       |                | узелки                                         | функция     | здоровый  |
| ВСЕГО | узелки(160)    | 112(70.00%)                                    | 38(23.75%)  | 10(6.25%) |
|       | функция(160)   | 31(19.37%)                                     | 115(71.88%) | 14(8.75%) |
|       | здоровый (160) | 0                                              | 0           | 160(100%) |

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренный в работе многоклассовый метод эффективен с точки зрения снижения вычислительных затрат и возможности добавления новых классов, что делает его удобным для постоянного контроля развития патологий у пациентов. Результаты экспериментов с использованием выборки из 90 голосов продемонстрировали хорошую точность этого метода. Точность, достигнутая для рассмотренных задач, довольно высока (несмотря на небольшое число записей) и достаточно близка к точности, достигнутой при анализе объективно измеряемых параметров.

### Литература

1. Maguire C. Identification of voice pathology using automated speech analysis // Third International Workshop on Models and Analysis of Vocal Emission for Biomedical Applications, Florence, Italy. 2003.
2. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс. Изд. 2-е. М.- СПб. - Киев. Изд. Дом «Вильямс». 2006. 1103 с.
3. Friedhelm S , Günther P. Tree - structured support vector machines for multi - class pattern recognition. Multiple Classifier System , 2001. 409–417.
4. Tax D. M. J. et al. Support vector data description applied to machine vibration analysis. <http://citeseer.nj.nec.com/tax99support.html>
5. Tax D. M. J. et al. Data domain description by support vectors. In M. Verleysen, editor, Proceedings ESANN, Pages 251-256, Brussels, 1999.
6. Демин И. М. Иванов О. В. Нечитайло В. А. Вейвлеты и их использование //Успехи физических наук. 2001. Т. 171. № 5.
7. Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов. М.: Мир. 2005. 671 с.

# СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ХАОТИЧЕСКИХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Р. А. Федоров

## ВВЕДЕНИЕ

Под временным рядом понимается последовательность экспериментальных данных, полученных в результате наблюдений за некоторым процессом или характеристикой системы. Задача прогнозирования временных рядов встречается в различных областях науки и техники [1–4].

В связи с повышением цен на традиционные ископаемые источники энергии и понижением цен и увеличением эффективности нетрадиционных энергетических установок появляется возможность использовать энергию солнца и ветра в повседневной жизни. В частности, при проектировании и реализации энергетических установок, основанных на скорости ветра, очень важно оценить ожидаемый экономический эффект от их использования. Цель настоящей работы – изучение возможности прогнозирования скорости ветра по значениям скоростей, измеренным в предшествующие моменты времени.

## 1. ОПИСАНИЕ МЕТОДОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

### 1.1. РСС-модель

Случайный процесс «авторегрессии – скользящего среднего» [1] является одной из наиболее популярных конструкций при моделировании по наблюдаемым временным рядам. Процесс авторегрессии и скользящего среднего порядка  $(p, q)$  (обозначается  $APCC(p, q)$  или  $ARMA(p, q)$ ) задается выражением:

$$x_n = \xi_n + \sum_{i=1}^p \phi_i x_{n-i} - \sum_{i=1}^q \theta_i \xi_{n-i}$$

Этот процесс зависит от параметров, количество которых равно  $p + q + 1$ .

АРСС-модель более полувека была основным аппаратом для моделирования и прогноза сложных процессов на практике. Только в последние два десятилетия с развитием вычислительной техники и нелинейной динамики АРСС-модели все больше сдают свои позиции в результате конкуренции с нелинейными моделями.

### 1.2. Методы глобальной и локальной реконструкций

Пусть имеется скалярный временной ряд, содержащий  $N$  значений наблюдаемой величины  $v$ , измеренных в последовательные моменты

времени  $t_i$ :  $v_i = v(t_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$  Будем строить модель в виде  $v_{j+D} = G(v_j, v_{j+1}, \dots, v_{j+D-1})$ . Функцию  $G$  выберем в виде полинома порядка  $K$ :

$$G(x_1, x_2, \dots, x_D) = \sum_{l_1, l_2, \dots, l_D=0}^K c_{l_1, l_2, \dots, l_D} \prod_{j=1}^D x_j^{l_j}, \quad \sum_{j=1}^D l_j \leq K.$$

В отличие от глобальных моделей, направленных на описание динамики во всем фазовом пространстве, локальные модели описывают поведение системы «по кускам» (по-разному в различных небольших областях фазового пространства) [2,3].

### 1.3. Итерационный и прямой методы прогноза

Чтобы осуществить прогноз на несколько итераций вперед, можно использовать предсказанное значение  $v(t_{N_{train}+D+1})$  в качестве нового известного значения входной переменной. Далее нужно найти ближайших соседей для полученного вектора состояния  $\mathbf{x}(t_{N_{train}+2})$ , провести аппроксимацию функции  $G(x_1, x_2, \dots, x_D) = c_0 + \sum_{i=1}^D c_i x_i$  уже в окрестности этого нового вектора и сделать прогноз следующего значения величины  $v$ , и т.д. Такой метод прогноза называется итерационным.

Возможен и другой метод прогноза, который называется прямым. Он состоит в том, что для прогноза на  $T$  интервалов выборки вперед (с упреждением  $T$ ) непосредственно аппроксимируется зависимость  $v(t_{n_i+D-1+T})$  от  $\mathbf{x}(t_{n_i})$ . Таким образом, для прогноза с любым упреждением достаточно только один раз отыскать ближайших соседей вектора  $\mathbf{x}(t_{N_{train}+1})$ .

### 1.4. Использование нейронных сетей

Искусственные нейронные сети (ИНС) – вид математических моделей, которые строятся по принципу организации и функционирования их биологических прототипов – сетей нервных клеток (нейронов) мозга (рис. 1). Особенности и результаты их применения рассмотрены далее.

## 2. РЕАЛИЗАЦИЯ ИНС И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для реализации алгоритма прогнозирования со скользящим окном использована сеть Элмана [4] и с ее помощью получен достаточно хороший прогноз временного ряда (рис. 2).

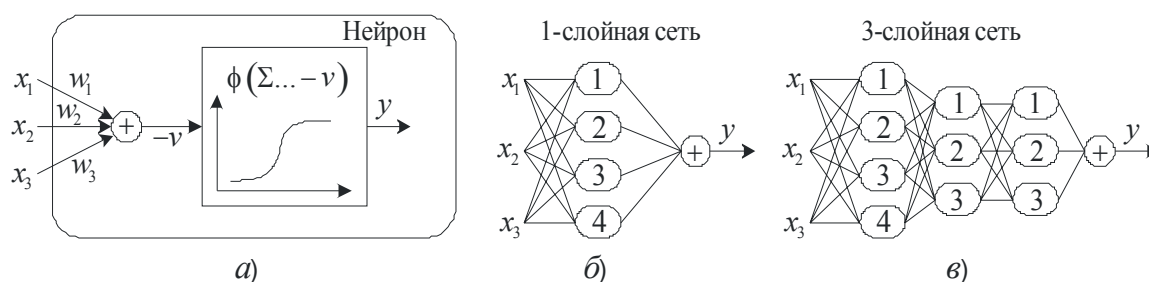


Рис. 1 Стандартный формальный нейрон (а),  
схема однослойной искусственной нейронной сети с одним выходом (б)  
и схема многослойной искусственной нейронной сети с одним выходом (в)

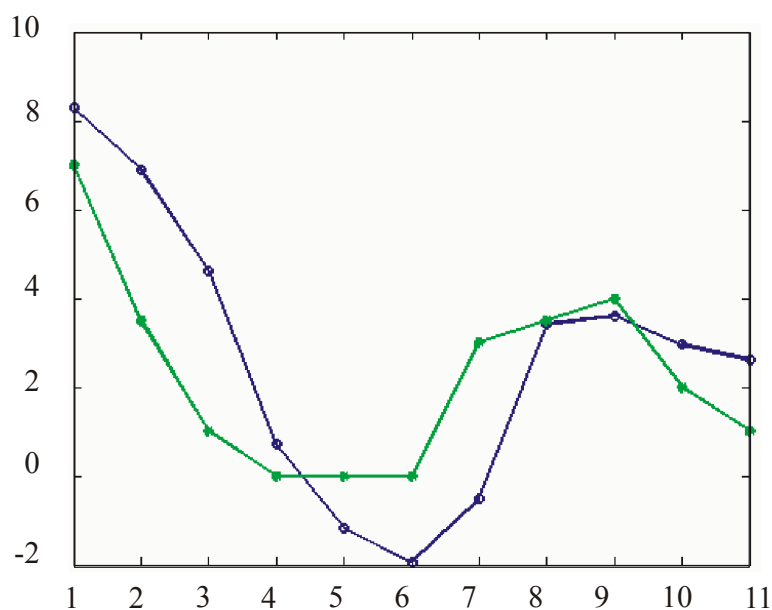


Рис. 2. Результат прогнозирования временного ряда  
(светлая зеленая линия – реальные значения, темная синяя – прогноз)

Увеличение количества нейронов в скрытом слое сети Элмана может вызвать явление переобучения, при меньшем ИНС будет недообучена.

Анализ разнообразных методы прогнозирования временных рядов, их достоинств и недостатков, показывает, что использование нейронных сетей для прогнозирования скорости ветра отвечает требованиям по точности прогноза. Огромным достоинством нейронных сетей является то, что они могут найти различные виды зависимостей, как линейных, так и нелинейных. При этом исключается необходимость рассматривать все факторы, влияющие на скорость ветра, по отдельности. Использованная сеть Элмана, имеет обратные связи с задержкой, что позволяет повысить точность долговременного прогноза.

### Литература

1. Бокс Дж., Дженкинс Т. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. М.: Мир. 1974. 242 с.



2. *Farmer J. D., Sidorowich J. J.* Predicting chaotic time series // *Phys.Rev.Lett.* 1987. V. 59. P. 845–848.
3. *Casdagli M.* Nonlinear prediction of chaotic time series // *Physica D.* 1989. V. 35. P. 335–356.
4. *Лутковский В.М.* Нейронные сети. Минск. БГУ. 2003. 99 с.

## **ПОСТРОЕНИЕ СИСТЕМЫ РАСПРЕДЕЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В МОЛЕКУЛЯРНЫХ СИСТЕМАХ**

**Е. И. Хацук**

### **ВВЕДЕНИЕ**

Прогресс в области компьютерного моделирования открыл новые возможности для проведения исследований систем высокой сложности. Эти системы характеризуются значительным числом взаимодействующих компонентов (в свою очередь являющихся подсистемами), многообразием связей между своими компонентами, нелинейностью поведения и, как следствие, сложностью прогнозирования. Моделирование таких систем требуют для исполнения все большее и большее количество вычислительных ресурсов, которые может предоставить только мультипроцессорная и распределенная вычислительная техника. Именно поэтому достаточно актуальным является построение системы распределенного моделирования.

Одним из примеров таких систем являются молекулярные системы, моделирование которых требует большой вычислительной мощности. В данной работе рассмотрен метод молекулярной динамики, в основе которого лежит численный расчет траекторий движения частиц. Этот подход позволяет рассчитать любое свойство системы, как термодинамическое, так и кинетическое, таким образом, предоставляя исчерпывающую информацию о системе.

Целью данной работы являлась разработка системы распределенного моделирования динамических процессов в молекулярных системах.

Одним из свойств моделирования молекулярной динамики является высокий параллелизм. Это позволяет успешно применять параллельные технологии для их обчёта. Являясь наиболее универсальным подходом, распределенное моделирование, в то же время предъявляет максимально высокие требования к скорости передачи данных между узлами кластера. Только в случае, когда обчёт модели занимает значительное время (от нескольких секунд) удастся получить выигрыш по скорости.

## 1. ПАРАДИГМА ПРЕДЛАГАЕМОЙ СИСТЕМЫ

Система создана для организации параллельного моделирования на компьютерах под операционными системами Windows NT/XP, соединенных в локальную сеть.

Контейнер модели представляется файловым архивом Java (jar-файл). Помимо самой модели, этот файл содержит также различную служебную информацию: версию файла, описание модели и её параметров, пределы допустимых значений параметров модели и их количество.

Система работает по следующему принципу (рис. 1): в локальной сети запускается определенное количество вычислительных серверов. На одном из компьютеров запускается клиент, который будет управлять моделированием.

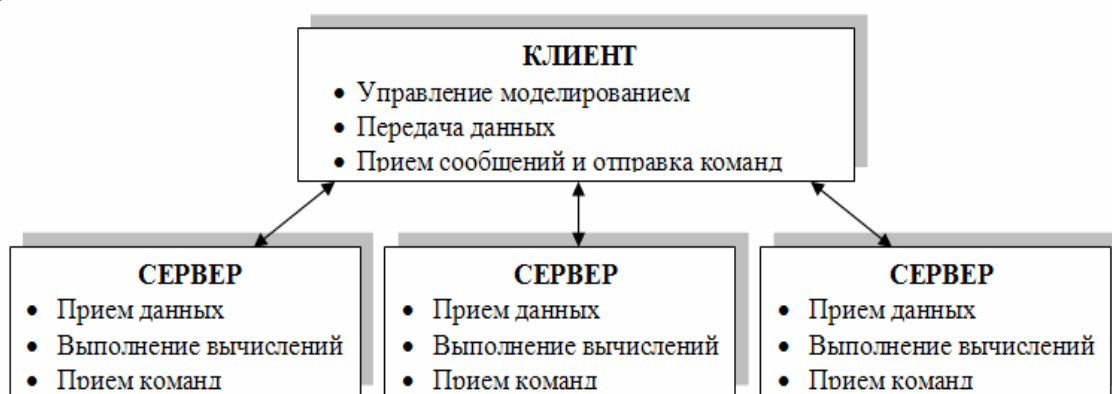


Рис. 1. Структурная схема системы

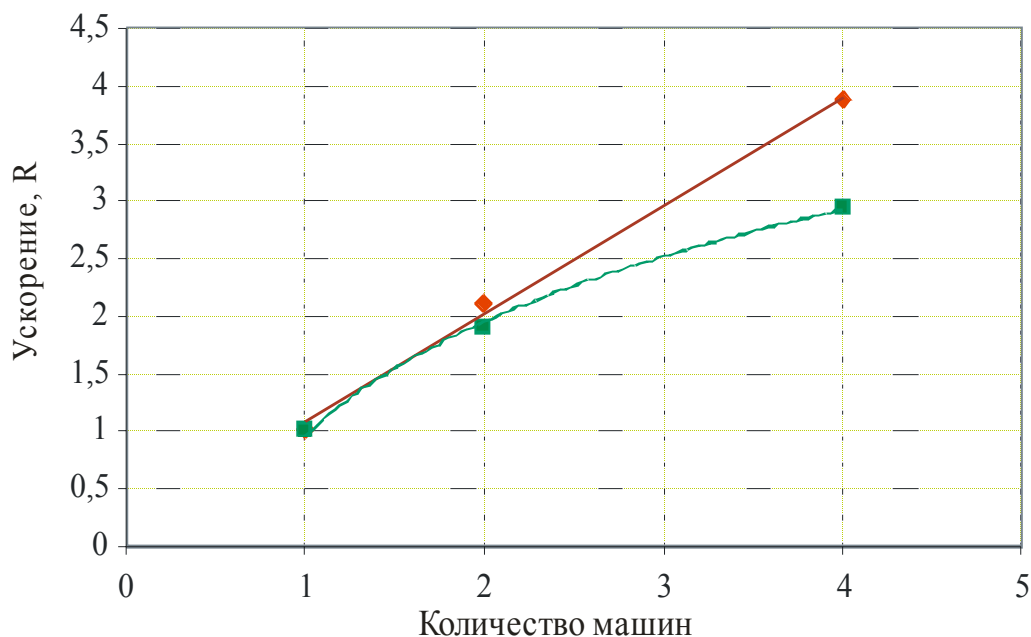
Для начала моделирования пользователю необходимо выполнить следующие операции: сканирование сети в поисках работающих серверов; загрузка динамически компонуемой библиотеки, реализующей модель; задание параметров для каждого сервера.

Как клиентская, так и серверная часть приложения являются многопоточными. При обмене данными клиент работает с каждым сервером в отдельном потоке.

Файл модели должен реализовывать набор строго определенных функций, предоставляющий пользователю информацию о системе, о количестве входных и выходных данных, а также функции для проверки корректности входных параметров.

## 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ДИНАМИКИ

Сущность метода молекулярной динамики заключается в расчете на компьютере траекторий движения частиц, моделирующих конкретный физический объект – обычно отдельную крупную молекулу, жидкость или твердое тело. Специфика любой системы выражается в форме по-



*Рис. 3. Ускорение обчета модели в ЛВС*

Точками отображены значения, полученные на практике, линиями – гладкая аппроксимация экспериментальных точек

тенциалов и сил межчастичного взаимодействия. Знание траекторий каждой частицы в модели объекта – это исчерпывающая информация, которую невозможно получить ни в каком эксперименте с реальным веществом.

Поэтому метод молекулярной динамики в принципе позволяет рассчитать любое свойство системы – как термодинамическое (например, энергию, давление, энтропию), так и кинетическое (коэффициенты диффузии, частоты колебаний атомов).

Применение параллельных вычислений в первую очередь связано со сложностью обработки большого количества частиц и из-за наличия сложных взаимодействий между ними. В настоящее время моделируются системы от нескольких сотен до нескольких тысяч частиц, что требует применение вычислительной техники высокой мощности.

Необходимо отметить, что на основе использованного в работе алгоритма Верле в скоростной форме [1, 2] возможно создание параллельного алгоритма. Суть его сводится к передаче конфигурации системы в данный момент (координат, скоростей и ускорений частиц) на сервер. Сервер в свою очередь будет рассчитывать ускорения для выделенных ему частиц.

### **3. РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕСТИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ**

Для оценки эффективности системы был проведён следующий вычислительный эксперимент. В эксперименте использовались 5 ПК класса Pentium IV (4 сервера и клиент), объединённых в локально-вычислительную сеть (ЛВС) под управлением Windows XP. Скорость передачи данных в сети составляла 100 Мбит/с.

Итоговое тестирование системы проводилось на нагрузочной модели. В ходе эксперимента варьировался параметр нагрузки модели, в результате получены две характеристики соответствующие различным загруженностям серверов.

В качестве параметра оценки эффективности системы было выбрано ускорение, т.е. отношение времени необходимого для получения результата на одном компьютере к времени получения результата при вычислениях в сети. Полученное в результате эксперимента поведение ускорения удовлетворяет закону Амдала.

#### **Литература**

5. *Rapaport D. C.* The art of molecular dynamics simulation. Cambridge, 2004.
6. *Гулд Х., Табончик Я.* Компьютерное моделирование в физике. М., 1990.

## **РАЗРАБОТКА БАЗЫ ДАННЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ДОКУМЕНТОВ**

**А. С. Хилько**

### **ВВЕДЕНИЕ**

Электронная библиотека – особый вид информационных систем, снабженных программным интерфейсом поиска и дистанционного доступа к информации, в которых документы хранятся в электронной, «оцифрованной» форме, и могут быть прочитаны с помощью современных средств коммуникации. Характерной чертой электронных библиотек является наличие единого механизма доступа к разнородной информации, хранящейся в базе данных: текстовой, графической, звуковой и видео.

Главная цель любой электронной библиотеки: собрать, сохранить и предоставить к использованию данную информацию.

Эта система должна быть быстрым решением возникающих проблем и предусматривать как индивидуальные вопросы, так и групповые. Эти решения позволяют организовать управление жизненным циклом информации организации так, чтобы получить максимальную отдачу от использования информации и одновременно минимизировать совокупную стоимость владения в любой момент ее жизненного цикла. Представить общую рабочую базу, содержащую отчеты, документацию, полез-

ную информацию в свободном доступе и легком поиске. Система, кроме того, должна обеспечить единое информационное пространство.

Использование системы должно быть легким для пользователей с разным уровнем подготовки. Так как с самого начала проектирования мы обращаем свое внимание на соблюдение стандартов по таким параметрам как: минимальное время на изучение приложения (consistency), удобство пользования (usability), оптимизированность кода.

Таким образом, в работе поставлены следующие задачи:

- повысить надежность, целостность и сохранность данных;
- сохранить затраты интеллектуального труда;
- обеспечить простоту и легкость использования данных;
- обеспечить достоверность данных;
- обеспечить требуемую скорость доступа к данным;
- стандартизовать данные в пределах одной предметной области;
- обеспечить защиту от искажения и уничтожения данных;
- сократить дублирование информации за счет структурирования данных;
- обеспечить обработку незапланированных запросов к хранимой информации;
- создать предпосылки для создания распределенной обработки данных.

В основу создания таких приложений положена концепция, предусматривающая построение системы, обеспечивающей накопление необходимых информационных ресурсов параллельно со структуризацией и формализацией отдельных аспектов прикладной области. Важной особенностью является возможность постепенного наращивания информационных возможностей без принципиального изменения архитектуры системы и её инструментальных средств.

Одним из важных моментов является накопление собственных информационных ресурсов или авторских коллекций данных и их организация в ЭБ. При этом предусмотрено, что особое внимание при программной реализации должно быть уделено удобной структуризации, классификации и организации информации в авторских наборах.

## **1. ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ**

Мы решили представить нашу систему в виде веб-сайта, с возможностью постепенно накапливать различные тексты (чаще литературные, но также и любые другие, вплоть до компьютерных программ), каждый из которых самодостаточен и в любой момент может быть востребован пользователем. Наша электронная библиотека является более специали-

зированной, нацеленная на собирание материала, полезного для рабочих и студентов факультета.

Программный комплекс созданной информационной системы спроектирован и реализован по трехзвенной архитектуре. Такая архитектура обеспечивает наибольшие возможности для поддержки и развития информационного пространства. Выбор данной архитектуры предусматривает разделение узлов распределенной системы на три уровня: пользователи-клиенты; связывающий брокер; информационные сервера данных. На уровне серверов данных могут быть представлены и как отдельные машины, хранящие в пространстве своей файловой системы некий набор неструктурированной информации, так и, например, серверные группы машин, работающие в общей системе и обеспечивающие набор сервисов, среди которых существуют и сервисы удаленного предоставления доступа к различным базам данных. Эти сервисы, получая один из стандартных запросов на взаимодействие с данными, преобразуют его в запрос, специфичный для формата СУБД данного сервера, и далее, после получения результата, преобразуют полученные данные в один из определенных стандартных форматов. На следующем уровне находится программа-брокер, на котором лежат в основном организационные и связующие функции. На уровне клиента расположены пользователи ресурсов информационного пространства. Каждому из них предоставлен определённый репертуар методов доступа к данным, в соответствии с его потребностями и предпочтениями.

HTML-страницу на веб-сервере будем создавать с помощью скриптового языка программирования – PHP. Используемая база данных – MySQL. Приложение разобьем на две основные части. В одной будем представлять полную коллекцию сохраненных документов (структурированное дерево), а в другой организуем часть внесения изменений в нашу файловую структуру (страница редактирования). Для пользовательского удобства в первой части при разработке используем компонент – AJAX tree. AJAX (от англ. Asynchronous JavaScript and XML – «асинхронный JavaScript и XML») – это подход к построению интерактивных пользовательских интерфейсов веб-приложений, заключающийся в «фоновом» обмене данными браузера с веб-сервером. В результате при обновлении данных веб-страница не перезагружается полностью, и веб-приложения могут быть сделаны более быстрыми и удобными. AJAX – один из компонентов концепции DHTML. Следует отметить, что AJAX – это не самостоятельная технология, а скорее концепция использования нескольких смежных технологий. AJAX базируется на двух основных принципах: использование технологии динамического обращения к

серверу «на лету», без перезагрузки всей страницы полностью и использование DHTML для динамического изменения содержания страницы. Использование этих двух подходов позволяет создавать намного более удобные WEB-интерфейсы пользователя на тех страницах сайтов, где необходимо активное взаимодействие с пользователем.

## **2. ВОЗМОЖНОСТИ СИСТЕМЫ**

Наша система состоит из 2-х основных частей. Слева расположена часть приложения, разработанная с помощью технологии Ajax tree. В этой части расположена библиотека сохраненных файлов. С правой стороны расположены ссылки для скачивания документов, комментарии к сохраненным данным, а также кнопка перехода в режим редактирования, доступная только для пользователей, обладающих ролью администратора.

В случае ввода верных данных в поля для регистрации система переходит в режим редактирования – открывается окно редактирования. Администратор имеет возможность добавлять подраздел и присваивать ему имя, также можно ввести некоторое его описание, удалять раздел, добавлять новые или удалять сохраненные файлы, сохранять все сделанные изменения или вернуться к просмотру библиотеки. В случае нажатия на кнопку «Вернуться к просмотру» система не сохраняет внесенные изменения.

Что касается форматов выкладываемых документов, то здесь пользователь может чувствовать себя достаточно свободным. Система поддерживает все форматы, предназначенные для скачивания на компьютер и для чтения он-лайн. Тестирование дало положительные результаты следующих текстовых форматов: PDF, RAR, DOC, DOCX, TXT, RTF, DjVu, GIF, JPG. Размер выкладываемых документов не должен превышать 2 Мб, т.е. максимальный размер загружаемого файла = 2 097 152 байт

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В результате работы создана система хранения электронных документов, представленная в виде веб-сайта: libra.890m.com. Дальнейшим развитием системы планируется организация индексированной системы поиска.

Мы надеемся, что наша работа на этом шаге своего развития не остановится и получит широкое распространение в использовании. И уже в скором времени станет уникальным хранилищем подлинников научных работ.

## **Литература**

Интернет-адреса:

1. <http://ru.wikipedia.org/wiki/AJAX>
2. <http://php.su/mysql/?fields>

3. <http://www.ord.com.ru/files/book2/p12.html>
4. [http://www.citforum.ru/hardware/data/data\\_storage/](http://www.citforum.ru/hardware/data/data_storage/)
5. [www.cnews.ru/.../free/national2006/articles/lib/](http://www.cnews.ru/.../free/national2006/articles/lib/)

## **ПОСТРОЕНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ УМНЫМ ДОМОМ**

**А. С. Чернухо, А. А Романенко, А. С. Злобич**

Задача комплексного управления, мониторинга и автоматизации для помещений может оказаться довольно сложной в силу большого количества контролируемых параметров. Передача управления электронике позволит точно и своевременно снимать информацию о параметрах объектов, обрабатывать полученные данные и осуществлять необходимые воздействия, поддерживая, таким образом, оптимальное состояние объектов.

Решением таких задач и занимаются системы электронного либо умного дома. Использование систем управления умным домом позволяет осуществлять мониторинг климатических параметров (температуры, влажности, давления), централизованное автоматизированное управление в соответствии с полученными данными, контроль и управление доступом, удаленный контроль и управление. Кроме того, использование систем умного дома позволяет снизить затраты энергоресурсов.

Данная статья посвящена комплексной разработке архитектуры электронного дома, проблемам выбора компонентов, способам объединения различных приборов с интерфейсом 1-Wire в единую сеть, подключения к сети устройств, не имеющих интерфейс 1-Wire [6].

Система электронного дома представляет собой распределенную сеть электронных устройств с древовидной топологией, что позволяет увеличить протяженность и общее количество устройств на шине, за счет отключения не используемых в данный момент ветвей [1]. Структура умного дома изображена на рис 1.

В составе умного дома можно выделить следующие блоки: контроль микроклимата, управление освещением, охранная система, система контроля и управления доступом (СКУД).

При построении системы умного дома использовалась широкая номенклатура устройств: датчик температуры (DS1921, DS1820), датчик влажности (DS1923), адресуемый ключ (DS2405), метка (DS2401), аналогово-цифровой преобразователь (DS2450), интеллектуальный хаб (DS2409).

При этом система имеет модульную структуру и состоит из отдельных блоков, объединенных сетью 1-Wire. Такая структура позволяет легко менять конфигурацию сети, подключать новые, заменять и удалять



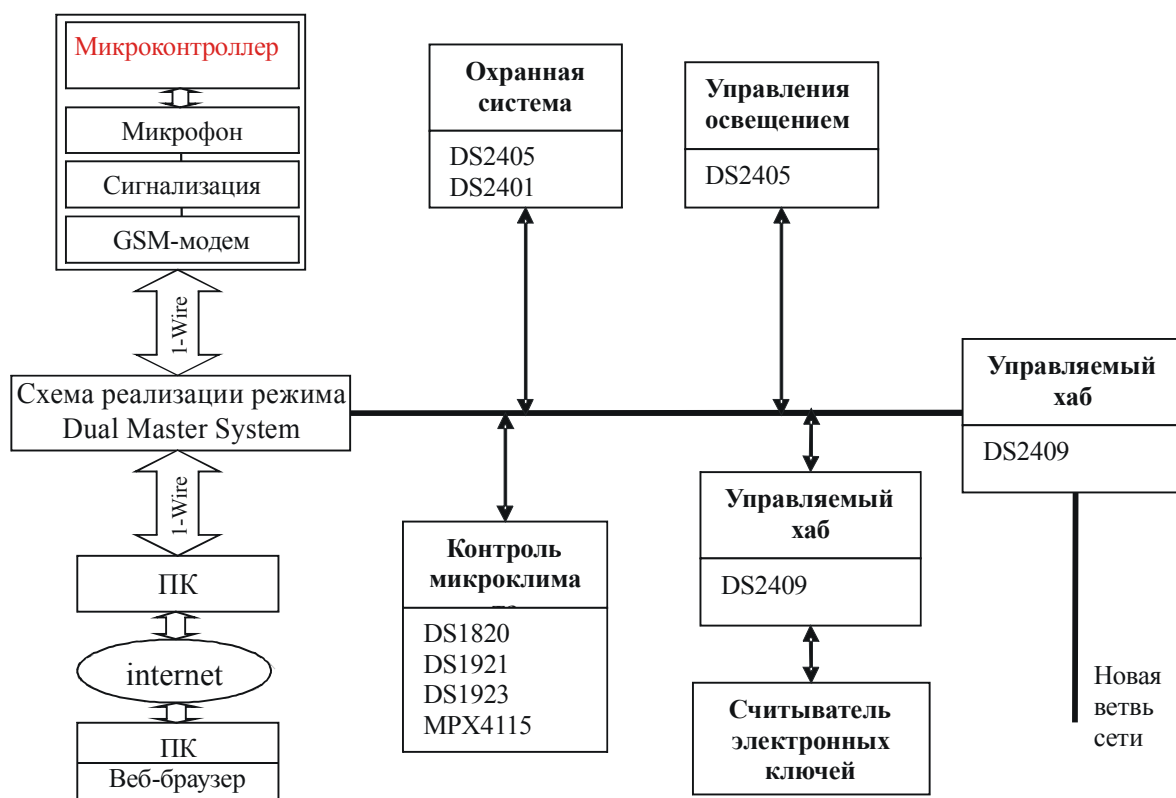


Рис . 1. Структура электронного дома

уже подключенные блоки. Предлагаемая архитектура предоставляет также возможность доступа к системе электронного дома посредством web-интерфейса.

Для построения сети 1-Wire необходимо три составляющие: ведущий шины (компьютер либо микроконтроллер), среда передачи (двух- либо трехпроводной кабель) и устройства, соответствующие протоколу.

Возможно два варианта управления электронным домом.

Во-первых, использование персонального компьютера в качестве ведущего шины.

Во-вторых, использование микроконтроллера в качестве основы резервной системы управления электронным домом, обеспечивающей работу сети при отключении персонального компьютера. Данная система управляет работой СКУД и охранной системы в автономном режиме. Частью охранной системы и СКУД являются звуковая и визуальная сигнализация, микрофон и GSM-модем.

Резервная система управления умным домом выполнена на базе универсального микроконтроллера (МК) Cygnal C8051F320 [5]. Устройство содержит клавиатуру и дисплей и позволяет: просматривать список уст-

роЙств подключенных к сети, считывать значения температуры, управлять адресуемыми ключами

Разработанное ПО состоит из драйвера сети 1-Wire, драйвера дисплея и клавиатуры с унифицированными программными интерфейсами, прикладных программ, которые и управляют работой сети и диспетчера задач, разделяющего процессорное время между отдельными прикладными программами. По сути разработанное ПО является операционной системой реального времени (ОСРВ) [3].

Драйвер сети 1-Wire состоит из двух частей: генератора шинных циклов, служащего для передачи данных в сеть и измерителя длительности импульсов. Способ чтения информации из сети немного не обычен и заключается не в выборке значения с шины в заданный момент времени, а в измерении длительности отдельных импульсов. Компаратор, выделяющий фронты имеет высокий гистерезис, что в совокупности с данным способом измерения и анализом временных интервалов позволяет увеличить надежность работы.

Так как все подключаемые блоки должны иметь интерфейс 1-Wire, то при добавлении новых блоков не требуется изменения аппаратной части мастера шины.

Включение поддержки новых устройств и добавление новых функций производится добавлением соответствующих прикладных программ. При написании программ программист может пользоваться готовым набором системных функций, предоставляемых ОСРВ, для работы с дисплеем, клавиатурой и драйвером сети. Распределение процессорного времени происходит средствами ОС на основе заданных приоритетов.

Анализируя данные о временных параметрах и их разброс можно диагностировать состояние самой сети.

Несмотря на то, что номенклатура устройств, соответствующих интерфейсу 1-Wire достаточно широка, существует ряд приборов не способных работать напрямую с сетью.

Промышленностью производится ряд датчиков давления как с аналоговым (токовым, вольтовым) так и с цифровым интерфейсом. В данной системе умного дома используется датчик давления с аналоговым вольтовым интерфейсом компании Motorola MPX4115. Для подключения его к сети 1-Wire будем использовать четырехканальный 1-Wire аналого-цифровой преобразователь с максимальным разрешением в 16 бит. Схема подключения приведена на рис. 2. Аналогичным способом возможно подключение любых других аналоговых датчиков, например датчиков освещенности.

Наличие таких устройств как электронные ключи (DS2406, DS2405), порты ввода-вывода (DS2408) и цифровой потенциометр (DS2890) позволяет строить управляющие устройства. В данной системе таким управляющим прибором является устройство управления освещением. В качестве базового устройства используется выключатель «Сапфир», доработанный в соответствии со схемой на рис. 3. Дополнительные компоненты обведены штриховкой на схеме и размещаются на дополнительной печатной плате.

В таком случае выключатель становится прибором с интерфейсом 1-Wire и получает возможность удаленного либо централизованного управления. Подобным способом может осуществляться управление другими устройствами, например системами обогрева, кондиционирования либо просто электрочайником. Для устройств, требующих большего числа управляющих сигналов предпочтительнее использовать цифровые порты.

Система контроля и управления доступом разрешает (запрещает) доступ пользователю если номер его электронного ключа совпадает (не сов-

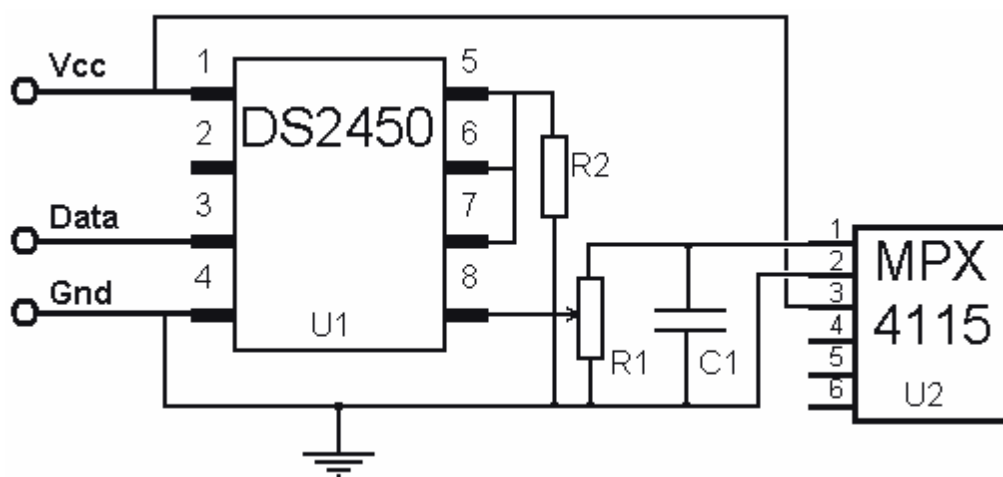


Рис. 1. Подключение датчика давления

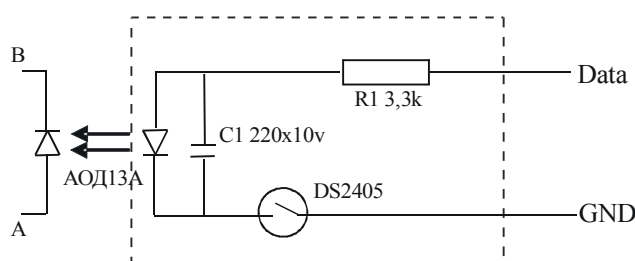


Рис. 2. Схема регулятора освещения

падает) с номерами ключей в базе данных. В качестве электронных ключей используются простейшие приборы DS1990, содержащие лишь серийный номер устройства. В качестве ключа может использоваться какой-либо прибор со встроенной энергонезависимой памятью. Использование ключей со встроенной памятью позволит усилить защиту, используя дополнительные пароли.

Так как считыватель электронного ключа должен находиться снаружи, где к нему могут иметь доступ посторонние, то необходимо отделить часть 1-Wire сети, работающей со считывателем, от остальной. Иначе имеется возможность силового воздействия на сеть, с выведением ее из строя; возможность «прослушивания» информации, передающейся по сети; возможность нелегального управления сетью при подключении дополнительного ведущего к считывателю электронного ключа.

Для разграничения частей сети используется интеллектуальный хаб DS2409, позволяющий подключать дополнительную ветку сети при подключении ключей. Хаб защищен от короткого замыкания и перенапряжения во внешней сети 1-Wire [4].

Использование хаба исключает возможности силового воздействия и нелегального прослушивания/управления.

Приведенные аппаратно-программные решения довольно универсальны. При создании сделан упор на современные технологии, поэтому возможно управление через мобильный телефон и интернет, используются современный интерфейс USB персонального компьютера. Модульная структура практически полностью снимает ограничения на масштабируемость. Приведенные способы подключения дополнительных устройств, не имеющих интерфейса 1-Wire, позволяет включать в состав умного дома практически любые устройства.

### Литература

1. Злобич А. С., Родцевич Е. Д., Чернухо А. С. Мониторинг параметров удаленных объектов // Сборник работ 64-й научной конференции студентов и аспирантов БГУ. Минск, 2007. С. 41–45.
2. Гук М. Аппаратные интерфейсы ПК. Энциклопедия. СПб.: Питер, 2002. 528 с.: ил.
3. Таненбаум Э. Современные операционные системы. 2-е. изд. СПб.: Питер, 2003. 992 с.
4. Руководство по применению AN155 «Ресурсы сети 1-Wire». Dallas Semiconductor.
5. Предко М. Руководство по микроконтроллерам. М., 2001.
6. Гололобов В. Н. «Умный дом» своими руками. НТ Пресс, 2007. 416 с.

# ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ ИМИТАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ ПОЛИМЕРИЗАЦИИ АКТИНА

О. В. Чухутин

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа посвящена построению и анализу моделей полимеризации актина – важного клеточного процесса. В рамках работы реализованы различные алгоритмы имитационного моделирования [1,2] и исследованы различные процессы полимеризации актина, включая: образование, рост, распад и блокировку филамент актина [3]. Все изученные алгоритмы и процессы реализованы в программе, написанной на языке Java. При выборе языка учтены несколько очевидных преимуществ, обеспечиваемых Java: независимость от архитектуры компьютера, переносимость, а главное, в дальнейшем планируется продолжить изучение возможности поддержки распределенных вычислений с помощью передачи данных на базе протоколов TCP/IP, HTTP, FTP.

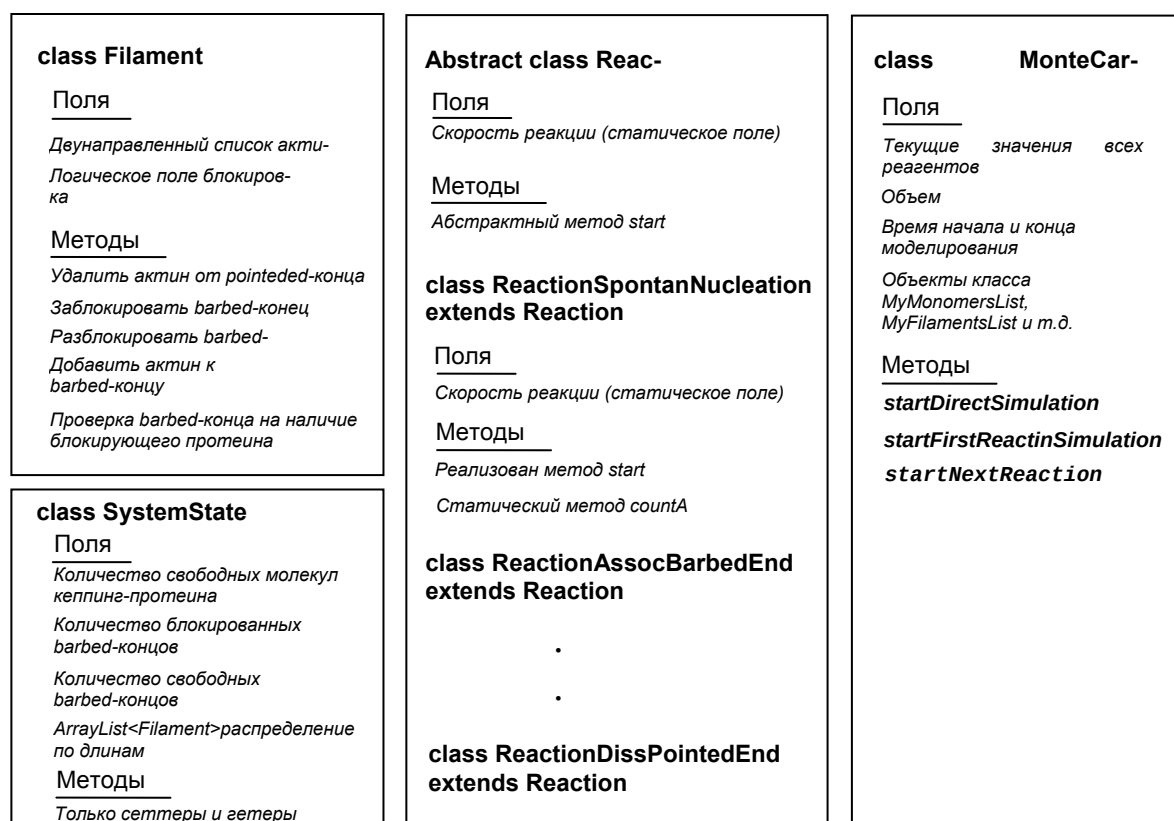


Рис. 1. Иерархия классов в объектной модели актин полимеризации

## 2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для проверки правильности построения имитационного алгоритма проведено сравнение результатов, полученных с использованием уже разработанной ранее программы ActinSimChem, написанной на C++, и имитационной модели MonteCarloSimpl, написанной при выполнении данной работы на языке Java. На схеме, представленной на рис. 1, отражены основные свойства классов, использованных при построении модели. Сравнение происходило по методу первой реакции. Для тестирования использованы начальные концентрации и скорости реакций, представленные в табл. 1.

Таблица 1

**Начальные параметры, использованные для сравнения моделей  
(рассмотрены реакции в кубе со стороной 4 мкм)**

| Обозначение | Описание                                         | Значение 1                          | Значение 2                          |
|-------------|--------------------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| $k_{FORM}$  | Скорость нуклеации                               | $1 \cdot 10^{-8} \mu M^{-2} s^{-1}$ | $1 \cdot 10^{-8} \mu M^{-2} s^{-1}$ |
| $k_{ASSB}$  | Скорость элонгации                               | $11,5 \mu M^{-1} s^{-1}$            | $11,5 \mu M^{-1} s^{-1}$            |
| $k_{DISP}$  | Скорость диссоциации                             | $0,19 s^{-1}$                       | $0,19 s^{-1}$                       |
| $k_{CAPB}$  | Скорость блокировки                              | $3 \mu M^{-1} s^{-1}$               | $3 \mu M^{-1} s^{-1}$               |
| $k_{ARPB}$  | Скорость разблокировки                           | $4 \cdot 10^{-4} \mu M^{-1} s^{-1}$ | $4 \cdot 10^{-4} \mu M^{-1} s^{-1}$ |
| $ATM$       | Концентрация актина в G-форме                    | $12 \mu M$                          | $12 \mu M$                          |
| $ATF$       | Концентрация актина в F-форме                    | $0 \mu M$                           | $0,0 \mu M$                         |
| $CAP$       | Концентрация протеина, блокирующего barbed-конец | $0 \mu M$                           | $0,2 \mu M$                         |

Точки достижения стационарного состояния и конечные концентрации совпали. Из полученных результатов следовало, что на 300-400 секундах система достигает стационарного состояния, которое приблизительно равно 0.001 мкМоль/литр. Также было изучено поведение системы после введения в нее блокирующего протеина в концентрации, равной 0.2 мкМоль/литр. Результаты, полученные с помощью двух моделей также показали хорошее соответствие (концентрация филамент  $\sim 0,00985-0,0095$  мкМоль/литр, свободного блок протеина  $\sim 0.190$  мкМоль/литр, заблокированных концов филамент  $\sim 0.009-0.0095$  мкМоль/литр). Для более детального изучения влияния блокирующего протеина на моделирование, были изучены зависимость конечные распределения филамент по длинам при разных концентрациях введенного блокирующего протеина. Концентрация менялась от 0.1 до 5 мкМоль/литр. Остальные параметры оставались постоянными (табл. 1, значение 2):

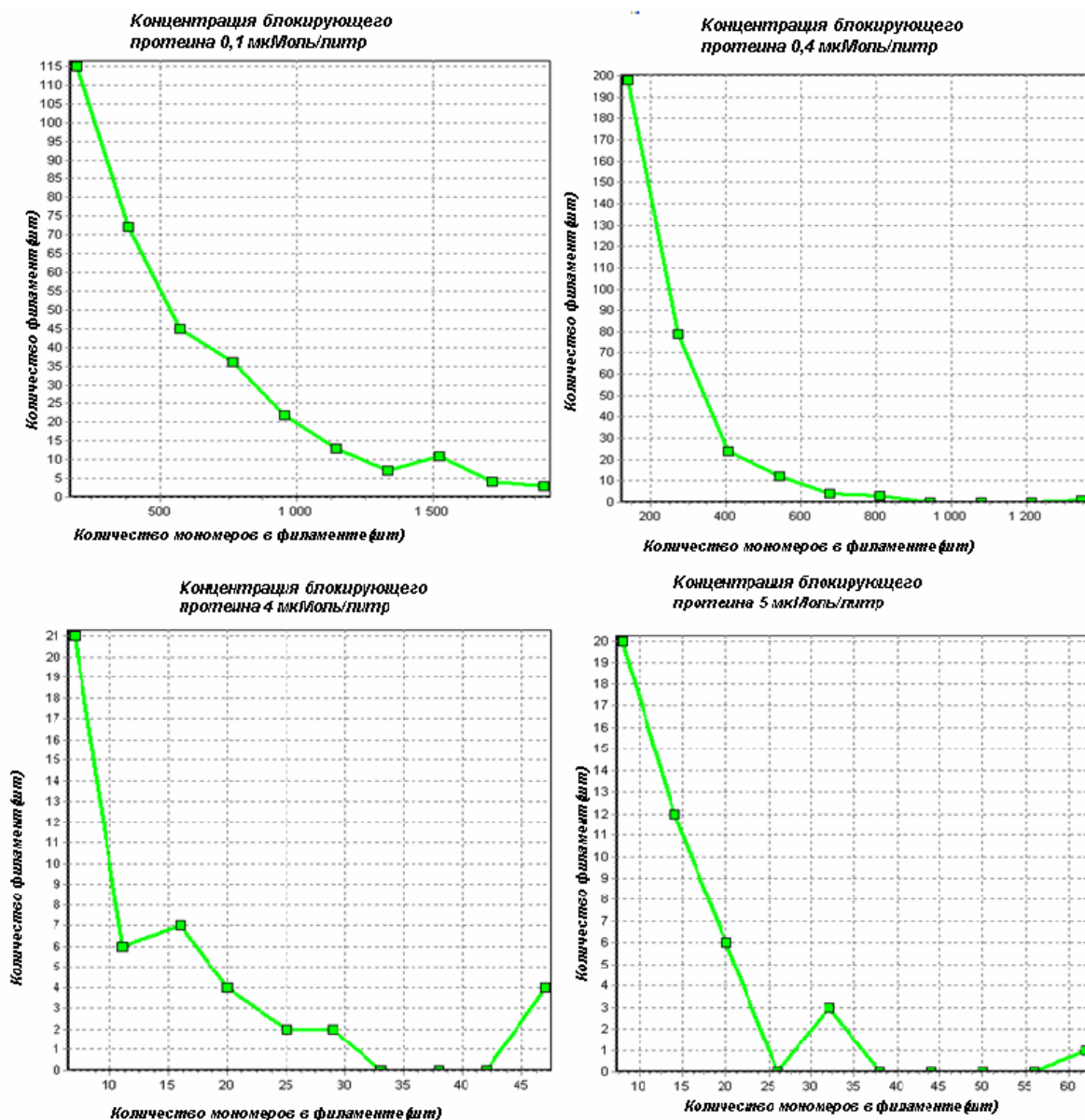


Рис.2. Результаты моделирования, полученные при разных концентрациях блокирующего актина (от 0.1 до 5 мкМоль/литр)

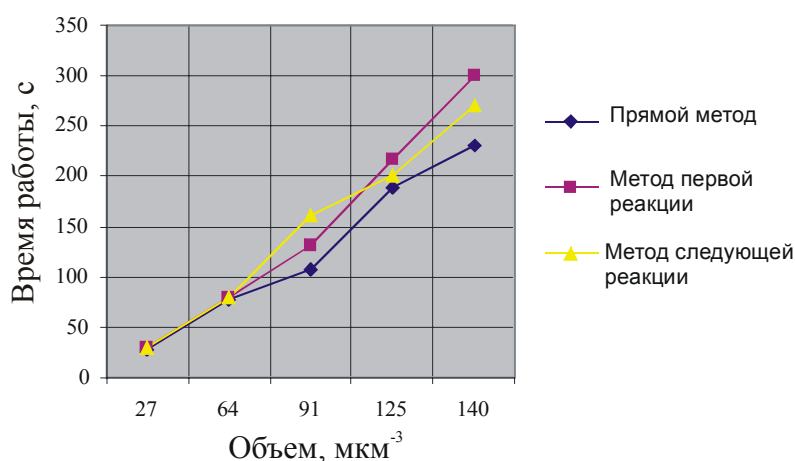
Из рис. 2 хорошо видно, что блокирующий протеин резко сдвигает распределение филаментов по длинам в сторону уменьшения. Скорость реакции разблокировки на четыре порядка выше, чем блокировки, но уже при концентрации блокирующего протеина в 0.7 мкМоль/литр, длина филамента практически не превышает 500 мономеров, а при 4 мкМоль/литр – тридцати штук.

Также модели анализировались на предмет быстрого действия различных имитационных методов. Исследована зависимость быстрого действия различных имитационных алгоритмов в зависимости от объема. Результаты подытожены в табл. 2 и на рис. 3:

Таблица 2

**Время работы различных алгоритмов моделирования в зависимости от объема**

| объем( мкм <sup>-3</sup> )<br>время<br>работы, с | 27 | 64 | 91  | 125 | 140 |
|--------------------------------------------------|----|----|-----|-----|-----|
| метод следующей р-ции, с                         | 29 | 80 | 161 | 200 | 270 |
| метод первой реакции, с                          | 29 | 79 | 130 | 217 | 300 |
| прямой метод, с                                  | 28 | 78 | 107 | 188 | 230 |



**Рис. 3.** Быстродействие различных алгоритмов  
в зависимости от объема

### Литература

7. Gillespie D. T. Exact stochastic simulation of coupled chemical reactions // J. Phys. Chem. 1977. V. 81(25). P. 2340–2361.
8. Gillespie D. T. Approximate accelerated stochastic simulation of chemically reacting systems // J. Chem. Phys. 2001. V. 115(4). P. 1716–1733.
9. Pollard T. D. Rate constants for the reactions of ATP- and ADP-actin with the ends of actin filaments // J. Cell Biol. 1986. V. 103. P. 2747–2754.

## ПРЕДОБРАБОТКА И РАСПОЗНАВАНИЕ РУКОПИСНЫХ АЛФА- ВИТНО-ЦИФРОВЫХ СИМВОЛОВ

**И. И. Ярохович**

Рассматриваемая проблема представляет собой область исследований, которой посвящено большое количество публикаций и в рамках которой создано множество компьютерных систем автоматической обработки



документов. В то же время задача распознавания символов является основной в рамках общей проблемы автоматического анализа документов, так как от ее решения, т.е. от качества распознавания отдельных символов, напрямую зависит качество распознавания слов, строк и всего документа. В теоретическом плане распознавание цифр, букв и других символов является важным прикладным направлением распознавания образов [1].

Основная задача системы распознавания состоит в том, чтобы по имеющейся совокупности значений признаков, найти наиболее подходящий образец из базы и принять решение о распознавании введенного символа. Для более надежной работы система должна содержать несколько методов распознавания, использующих различные наборы признаков символов и эталоны. Помимо того система распознавания должна обеспечивать ввод символа, загрузку баз, обработку данных, выделение признаков, сравнение их с эталонами и вывод результатов пользователю.

Разработанный алгоритм (рис. 1) реализован в программе СРРС (система распознавания рукописных символов), которая распознает цифровые символы, но может быть легко модифицирована для распознавания расширенного набора. Программа была написана на языке *Java*, и совместима с *jdk 1.5* и более новыми версиями.

Перед началом работы программы необходимо создать базу символов или воспользоваться уже имеющейся. Для создания базы в программе реализован специальный метод, результатом работы которого является набор соответствующих значений символов (признаков, свойств) записанных в txt файле.

При запуске программы базы загружаются из файлов в массивы таким образом, что каждый символ занимает одну строку. Далее программа работает с массивами. Ввод символа для распознавания осуществляется на специальной панели размером 200×200 пикселей. Панель ассоциируется с двумерной матрицей такого же размера, где закрашенные пиксели обозначаются «1», а не закрашенные «0».

После ввода проводится обнаружение системой объекта-символа, и если он не был обнаружен, распознавание прекращается и система возвращается в начальное состояние, ожидая ввода символа. Если символ обнаружен, то происходит его дальнейшая обработка. Полученный массив обрабатывается различными методами, выделяющими специфические признаки, свойства символов, а также сжимающими исходные данные. Результаты работы этих методов передаются для сравнения с эталонами базы. Далее используется алгоритм на основе метода множества эталонов. На входе его имеется база содержащая эталоны и массив с об-

работанным символом. Проводится сравнение путем вычисления модуля разности значений признаков из базы и массива символов. Это реализовано в одном из методов программы, который возвращает массив коэффициентов совпадения символа и эталонов. Затем в этом массиве находится минимальный элемент, и символ относится к образу, который окажется ближе всех, о чем делается пометка в массиве результатов. Затем аналогичным способом проводятся сравнения полученных признаков символа с эталонами в соответствующих базах. Результаты этих сравнений заносятся в массив. Полученный массив результатов обрабатывается методом голосования, который и определяет, какой символ был введен [2].

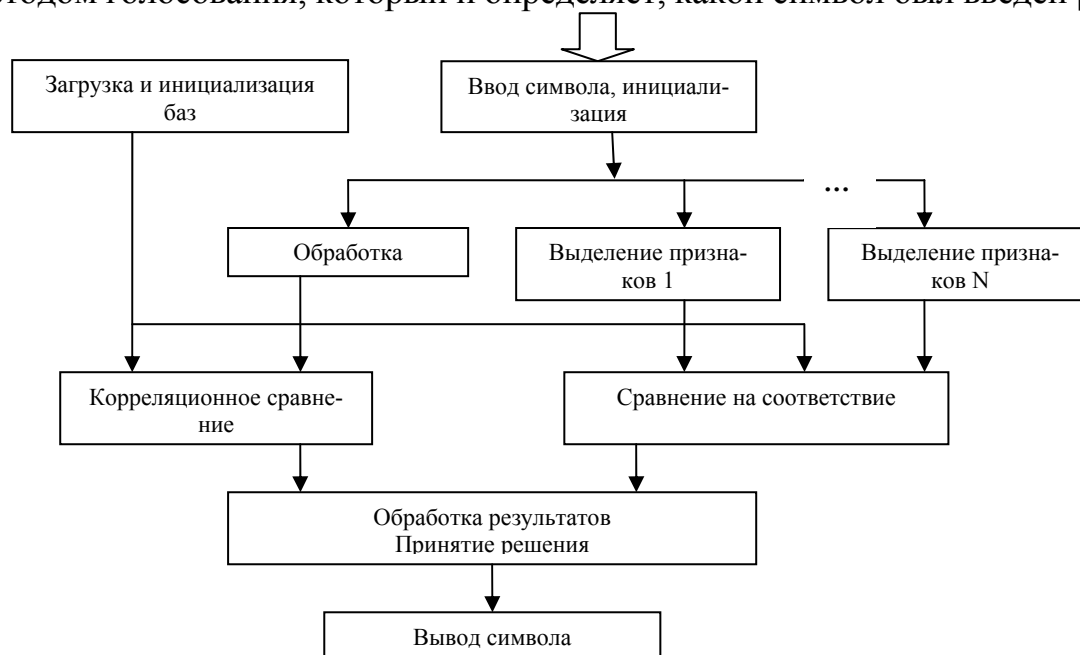


Рис. 1. Схема алгоритма

Для распознавания формируются несколько признаковых пространств. Признаки формы. При этом вокруг символа описывался минимальный прямоугольник, и вычисляются следующие признаки формы [1]:

$$P_1 = \frac{S}{L^2}, P_2 = \frac{L}{a}, P_3 = \frac{L}{b} \quad (1)$$

где  $S$  и  $L$  – площадь и периметр описанного вокруг объекта минимального прямоугольника;  $a$ ,  $b$  – длины сторон прямоугольника.

Таким образом, коэффициентами для сравнения служат отношение площади прямоугольника к квадрату его периметра и отношение периметра к каждой из сторон прямоугольника.

Второй метод использует дополнительные признаки формы:

$$r_{cp} = \sum_{l=1}^n \frac{r_l}{n} r'_l = \frac{r_l}{r_{cp}} \quad (l = 1, 2, \dots, n), \quad (2)$$

где  $r_l$  – длины базисов векторов, проведенных из центра тяжести проекции объекта до пересечения контуром самого объекта (рис. 2),  $r_{cp}$  – среднее значение радиуса-вектора по всем  $n$  направлениям.

Следующий метод, метод расстояний, считает расстояния от верхнего левого угла минимального прямоугольника описанного вокруг символа, до точек введенного символа. Коэффициентами для сравнения являются эти расстояния, нормированные на диагональ прямоугольника. Нормировка позволяет некоторым образом абстрагироваться от размеров введенного символа.

При методе проекций поле символа делится на четыре квадранта, определяются вертикальные и горизонтальные проекции контура символа в каждом квадранте на линии, разделяющие квадранты (рис. 3). В результате получается кривая представленная на рис. 4 для цифры «5». Исходными данными для этого метода могут быть как сам введенный символ, так и символ центрированный, растянутый, а затем сжатый.

В системе распознавания могут использоваться различные модификации вышеописанного метода. Например, поле символа делится не на четыре области, а на девять.

Метод «квадратов» основан на сегментации исходного изображения следующим образом: на поле символа выделяется 9 значащих областей как показано на рис. 5. Определяется заполненность каждого «квадрата». Если заполнение превысило порог, то, предполагается, что в этой области была нарисована линия. Если были заполнены области 1, 3, 5, то для цифровых символов считается, что были введены горизонтальные линии в этих местах, заполнение областей 6, 7, 8, 9, дает возможность предполагать присутствие вертикальных линий, а областей 2, 4 – наклонных ли-

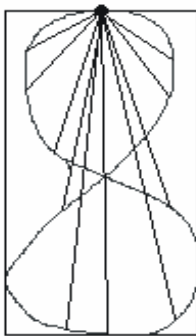


Рис. 2. Метод, использующий дополнительные признаки формы

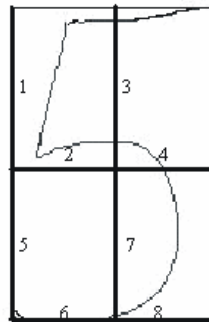


Рис. 3. Метод проекций

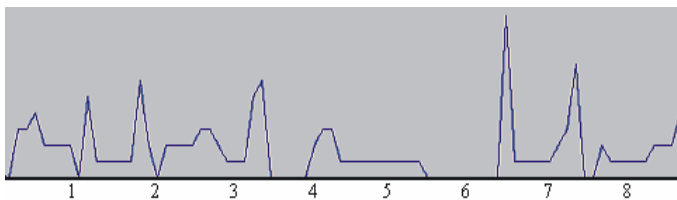


Рис. 4. Проекция символа «5» на оси квадрантов

линий. Если были заполнены области 1, 3, 5, то для цифровых символов считается, что были введены горизонтальные линии в этих местах, заполнение областей 6, 7, 8, 9, дает возможность предполагать присутствие вертикальных линий, а областей 2, 4 – наклонных ли-

ний. Например, если были заполнены области 1, 8, 4, 5 (рис. 5), то после обработки этим методом имеем символ (рис. 6):

Действие метода квадратов можно воспринимать как некоторую линейную аппроксимацию. Что упрощает процесс распознавания и принятия решения.

Из реализованных методов наилучший результат показал метод проекций – 94%. Неплохие результаты у корреляционного метода с предварительным центрирование и масштабированием символа и метода «квадратов» – 64% и 79% соответственно. Наиболее успешно распознавались цифры «0», «2», «3». Хуже всего распознавались цифры «5» и «6».

В результате тестирования программа показала результат распознавания около 90-95 %, а при аккуратном написании около 97%.

Наиболее быстрыми являются корреляционные методы и метод «квадратов». Время распознавания символа на ПК, имеющим процессор AMD Sempron 2600+ 1.6ГГц и память DDR 1024Мб PC3200, как правило, не превышает 0,3 секунды.

#### Литература

1. Писаревский А. Н., Чернявский А. Ф., Афанасьев Г. К. Системы технического зрения (принципиальные основы, аппаратное и математическое обеспечение). М.: Машиностроение, 1988. 424 с.
2. Шестаков К. М. Теория принятия решений и распознавание образов: курс лекций. Мн.: БГУ, 2005. 184 с.

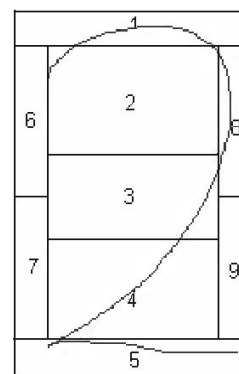


Рис. 5 Метод «квадратов»



Рис. 6 Представление данных после метода «квадратов».

**СИСТЕМЫ ФАЗОВОЙ АВТОПОДСТРОЙКИ ЧАСТОТЫ****Д. В. Абрамов**

Для начала следует определиться, что такое система фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ). ФАПЧ – это система, имеющая обратную связь, основной задачей которой является синхронизация частоты (фазы) имеющегося в составе самой системы осциллятора, с частотой (фазой) входного опорного сигнала. То есть система ФАПЧ является следящей системой, в которой частота внутреннего осциллятора изменяется вслед за изменением частоты опорного сигнала.

Хотя систему ФАПЧ считают относительно новой, первые упоминания о попытках создать осциллятор с саморегулирующейся частотой относятся ещё к 1919 г. Однако эти системы, разумеется, имели мало общего с современными решениями. На протяжении большого промежутка времени системы ФАПЧ использовались во множестве устройств, связанных с приёмом или передачей радиосигналов. Уже тогда они были практически незаменимыми, однако, за последние лет 10–15 произошёл громадный скачок в развитии систем коммуникаций от первых пейджеров до сотовых телефонов третьего поколения (3G), что естественно было бы невозможно без соответствующего скачка в развитии радиоэлектроники и в частности систем ФАПЧ [1].

Целью данной работы является освещение принципов работы современной системы ФАПЧ, способов построения её функциональных узлов, а также обозначение проблем, с которыми можно столкнуться при разработке системы и возможное решение одной из них.

Рассмотрим принцип работы системы ФАПЧ и её составные блоки. Обычная система ФАПЧ состоит из управляемого осциллятора, фазового детектора и петлевого фильтра. Задачей фазового детектора, является фиксирование ошибки между фазой входного опорного сигнала и сигнала, снятого с выхода управляемого осциллятора и генерирование некоторого сигнала, как правило, пропорционального фазовой ошибке или в некой другой простой форме описывающего эту ошибку. Далее сигнал с фазового детектора поступает на петлевой фильтр, где преобразуется в сигнал, способный управлять следующим за ним осциллятором и корректировать в зависимости от фазовой ошибки его частоту. Системы ФАПЧ часто классифицируют по типу обрабатываемого сигнала или ярко выраженным особенностям строения. Различают аналоговые, цифровые, полностью цифровые, системы с накачкой заряда. В аналоговых системах на всех этапах преобразования используется аналоговый сигнал. В качестве фазо-

вого детектора обычно используют аналоговый умножитель, в качестве петлевого фильтра – фильтр нижних частот, а в качестве осциллятора – генератор, управляемый напряжением. В цифровых системах используются цифровые фазовые детекторы, построенные на логических элементах или на триггерах, в полностью цифровых системах на всех этапах преобразования используется цифровой код, как для описания величины фазовой ошибки и для регулирования частоты осциллятора.

Отдельного рассмотрения требует система с накачкой заряда как наиболее перспективная и наиболее применимая в настоящее время вследствие возможности работать на высоких частотах, которые чаще всего востребованы в настоящее время. Система ФАПЧ с накачкой заряда отличается от всех остальных систем наличием особого функционального узла – самой системы накачки заряда и особенным функционированием фазового детектора. Фазовый детектор для такой системы имеет два цифровых выхода Up и Down, сигналы на которых изменяются в соответствии с фазами входных сигналов. Если фаза опорного сигнала опережает фазу внутреннего генератора, то на выходе Up формируется единичный импульс пропорциональный разности фаз сигналов, в случае если фаза генератора опережает фазу опорного сигнала, то единичный импульс, соответствующей длины, сформируется на выходе Down. Принципиальная схема фазового детектора, применяемого для данной системы, может представлять собой два D-триггера и подключённый к их выходам логический элемент «И», служащего для сброса триггеров в ждущее нулевое положение (*рис. 1*).

За фазовым детектором находится система накачки заряда, предназначенная для управления зарядом (а значит и напряжением) на конденсаторе фильтра. Условно систему накачки заряда можно изобразить в виде двух, включаемых в разное время по приходу соответствующих управляющих импульсов, источников тока (*рис 2*). Далее напряжение на конденсаторе петлевого фильтра управляет частотой генератора, управляемого напряжением. Сигнал с выхода управляемого генератора попадает на вход фазового детектора и цикл повторяется. В итоге получается система, которая действительно следит за частотой опорного сигнала и соответствующим образом подстраивает частоту внутреннего генератора [2].

Теперь немного подробнее рассмотрим один из узлов системы, а именно систему накачки заряда и несколько проблем, связанных с её реализацией. Один из простейших способов построения такой системы показан на *рис. 3*. Основной задачей системы накачки заряда является генерирование постоянного выходного тока не зависимо от таких дестабилизирующих факторов как выходное напряжение, температура и др. Все эти про-

блемы мешают стабилизации системы, а их решение позволяет создавать системы, обладающие гораздо лучшим быстродействием. На рисунке 4 показана схема, которая благодаря фиксированию напряжения на выходных транзисторах с помощью операционных усилителей, обеспечивает по сравнению с простейшей схемой накачки заряда расширенный диапазон выходного напряжения. Так при использовании питающего напряжения 1.8 В выходное напряжение должно находиться в пределах от 0.4 В до 1.4 В в то время как в простейшей схеме удаётся добиться стабильной работы схемы при выходных напряжениях от 0.7 В до 1.1 В [3].

Таким образом в работе были рассмотрены основные принципы по-

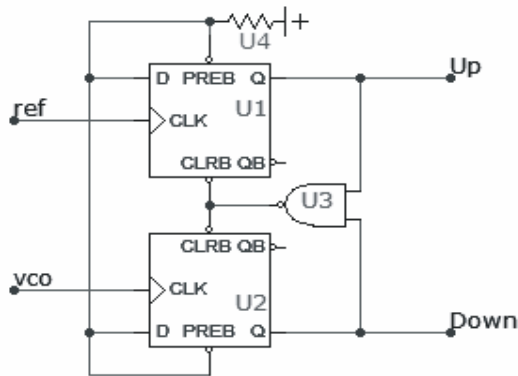


Рис. 1. Фазовый детектор для системы с накачкой заряда:  
ref – вход опорного сигнала,  
vco – вход сигнала, от управляемого генератора

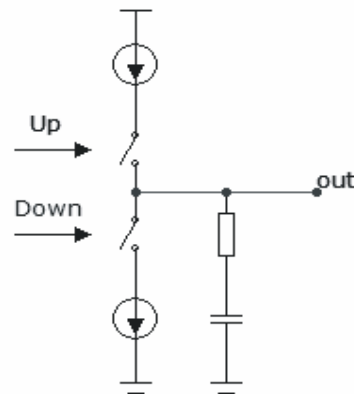


Рис. 2. Условная схема системы накачки заряда

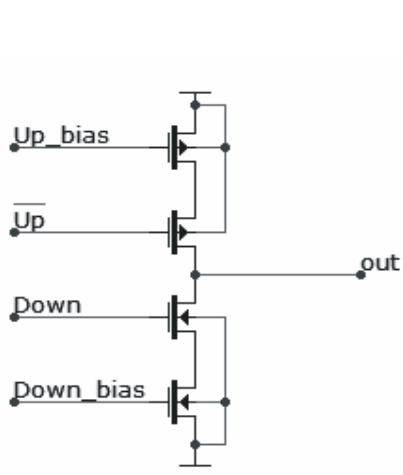


Рис. 3. Простейшая система накачки заряда

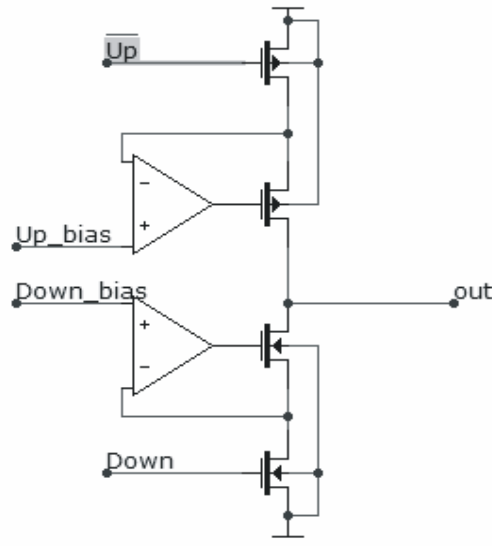


Рис. 4. Система накачки заряда с расширенным диапазоном выходного напряжения

строения систем ФАПЧ, а также несколько подробнее рассмотрено функционирование ФАПЧ с системой накачки заряда, а также приведено решение построения самой системы накачки заряда с расширенным диапазоном выходного напряжения.

### Литература

1. *Keliu Shu, Edgar Sanchez-Sinencio* CMOS PLL Synthesizers: Analysis and Design// Springer Science + Business Media, Inc. 2005.
2. *Bortecene Terlemez* Oscillation Control in CMOS Phase-Locked Loops// Georgia Institute of Technology, November 2004.
3. *Jae Hyung Noh, Hang Geun Jeong* Charge-Pump with a Regulated Cascode Circuit for Reducing Current Mismatch in PLLs// International Journal of Electronics, Circuits and Systems Volume 2 Number 1.

## ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В ПРОЦЕССАХ АННИГИЛЯЦИИ ЛЕПТОНОВ В РАСШИРЕННЫХ КАЛИБРОВОЧНЫХ МОДЕЛЯХ

**В. В. Андреев, Т. В. Шишкина**

В работе выполнен анализ возможных эффектов электрослабого взаимодействия за рамками Стандартной Модели для процесса аннигиляции двух лептонов ( $e^-e^+$ ) в два фермиона ( $f \bar{f}$ ). Был получен матричный элемент данного процесса, включая дополнительно диаграмму Фейнмана, обусловленную обменом нейтральным  $Z'$ -бозоном. Далее для проведения анализа были рассчитаны дифференциальные и полные сечения процесса, поляризационные асимметрии, а также предложены новые виды асимметрий. Был использован метод непосредственного аналитического вычисления матричных элементов – метод базисных спиноров, что позволило получить для исследуемых величин простые компактные выражения. Численный расчет величин производился с использованием системы *Mathematica 5.2*. Были построены графики исследуемых величин, на основе которых произведен анализ расширенных калибровочных моделей. Исследовался следующий набор моделей:

1. Модель, основанная на группе  $SU(2)_L \times U(1)_Y \times U'(1)_{Y'}$ .
2. Модель, основанная на группе  $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ . Рассмотрены следующие значения дополнительного параметра  $\alpha$ :

2а.  $\alpha = \sqrt{2/3}$ .

2б.  $\alpha = \sqrt{\frac{\cos^2 \theta_W}{\sin^2 \theta_W} - 1}$ .



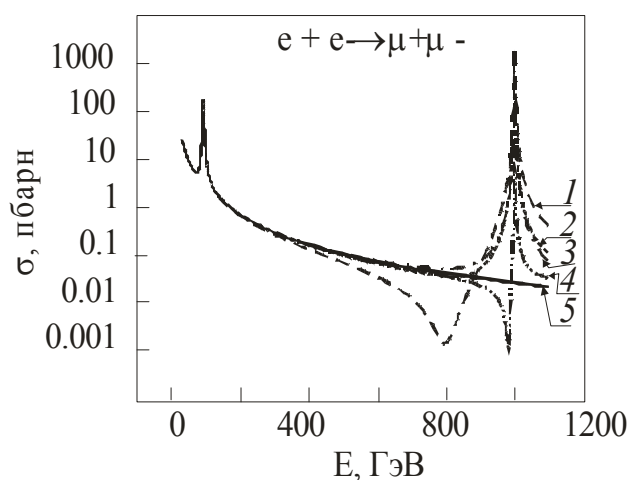


Рис.1 Полные сечения процесса для исследуемых моделей:

1– модель 2а, 2–модель 1, 3 – модель 2 б, 4– модель 4, 5 – СМ

для исследуемых моделей.

В итоге был проведен анализ эффектов, выходящих за рамки Стандартной Модели, были предложены кинематические области возможных отклонений. На основе введенных дополнительных видов асимметрий предложен способ и стратегия дифференциации обсуждаемых моделей.

## ОСОБЕННОСТИ ФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМЕТЫ 17/P ХОЛМСА

М. И. Астрейко

Кометы – самые протяженные тела Солнечной системы, несущие информацию о её реликтовых органических и неорганических веществах. Они состоят в основном из трёх частей: ядра, атмосферы (комы), окружающей ядро, и одного или нескольких хвостов. Атмосфера и хвост образуются вследствие истечения вещества из ядра кометы. Атмосферы комет состоят из нейтрального газа, плазмы и пыли.

Комета 17/P Холмса была открыта Эдвином Холмсом 6 ноября 1892 года в результате внезапной вспышки. При этом она увеличила свою звёздную величину до 3<sup>m</sup>. В октябре 2007 г. вспышка повторилась.

Были проанализированы гипотезы, версии и предположения о предполагаемых механизмах вспышек кометы 17/P Холмса. Исключены наиболее неправдоподобные версии и предположения. Рассмотрены наиболее вероятные версии и модели вспышек.

Предложена модель, наиболее правдоподобно описывающая механизм вспышки. Исходя из этой модели под действием УФ-излучения,

3. Модель, основанная на калибровочной группе  $E_6$ . Рассмотрены следующие значения дополнительного параметра  $\beta$ :

3а.  $\beta = 0$  ( $\lambda$  модель).

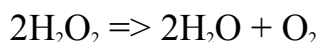
3б.  $\beta = \pi / 2$  ( $\psi$  модель).

3в.  $\beta = -\arctan \sqrt{5/3}$  ( $\eta$  модель).

4. Модель, основанная на калибровочной группе  $SU(3)_C \times U(1)_Y$ .

На рис. 1 приведены графики полных сечений процесса

солнечного ветра и космического излучения внутри некоторых полостей кометы происходит оксидация воды. Залежи перекиси водорода  $\text{H}_2\text{O}_2$  в связи с периодическим охлаждением и нагреванием начинают перемещаться в другие области ядра. В определенный момент времени перекись попадает на участок с переходным металлом, металлическим соединением либо минералом, в частности содержащим Fe, который является катализатором в реакции:



На месте образования  $\text{O}_2$  может также происходить взаимодействие кислорода с углеводородом и CO – реакция горения. Давление внутри пористой оболочки ядра быстро растёт и приводит к разрушению внешней оболочки кометы с выделением в космос огромного количества пыли вместе с кислородом, водой, угарным газом и углеводородом.

Ядра комет содержат до 40% протовещества, из которого образовалась Солнечная система. Поэтому их исследование позволит выявить состав этого протовещества, а также объяснить механизмы возникновения планет и Солнца. Кроме того, кометы можно использовать для зондирования состояний межпланетной среды и плазмы солнечного ветра на расстояниях до 10 а.е, а также – верхних слоев Солнца.

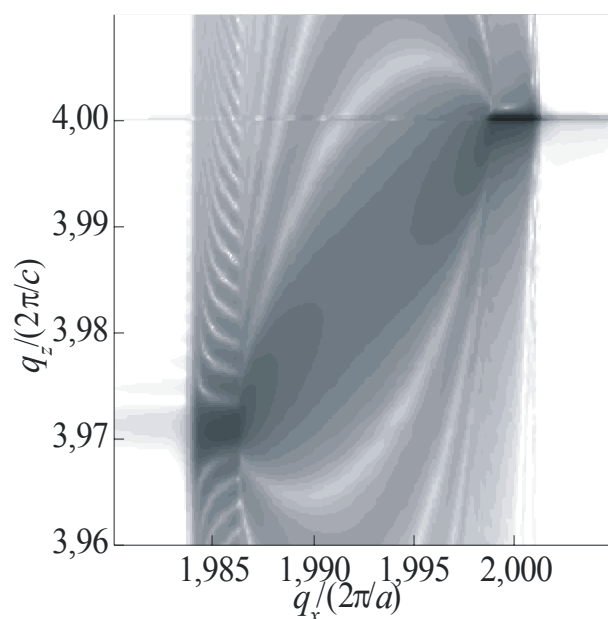


Рис.1. Карта интенсивности дифрагированного излучения: Степень потемнения пропорциональна интенсивности,  $q_x/a$  и  $q_z/c$  – компонента преданного волнового вектора и период решетки в направлении, параллельном и перпендикулярном границе раздела

## ДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ДИФРАКЦИИ РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ЧАСТИЧНО РЕЛАКСИРОВАННЫХ СТРУКТУРАХ

А. И. Бенедиктович,  
И. Д. Феранчук

Одним из основных методов неразрушающего исследования многослойных кристаллических структур является рентгеновская дифрактометрия высокого разрешения.

При применении динамической теории дифракции к структурам с переменными параметрами возникает трудность, связанная с тем, что излучение, диффра-

гированное на различных слоях кристалла, распространяется в различном для всех слоев направлении. В случае, когда с глубиной пленки изменяются концентрация одной из компонент твердого раствора и релаксация кристаллической решетки, распределение дифрагированного излучения было рассчитано с помощью метода искаженных волн, причем за нулевое приближение бралось решение динамической задачи о дифракции на субстрате, а дифракция на слое учитывалась в первом порядке теории возмущений. Рассчитанная зависимость интенсивности дифрагированного излучения от компонент переданного волнового вектора (карта интенсивности) при типичных параметрах приведена на *рис. 1*. Учет сферичности падающей волны приводит к интерференции волн, дифрагированных на близких слоях, что проявляется в появлении осцилляций в зависимости интенсивности дифрагированного излучения от  $q_z$  (см. *рис. 1*). Зная вид карты интенсивности по данным осцилляциям можно судить об изменении свойств пленки с глубиной, что представляет интерес для практических приложений.

## **РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАБИ-ВОЛН В НИЗКОРАЗМЕРНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ НАНОСТРУКТУРАХ**

**Г. Я. Слепян, Е. Д. Ерчак, С. А. Максименко**

В работе построена теоретическая модель, описывающая взаимодействие одночастичного возбуждения в одномерной периодической цепочке из квантовых точек (КТ) с электромагнитным полем в режиме сильной связи. Отдельные КТ в цепочке рассматриваются в двухуровневом приближении и связаны друг с другом парным взаимодействием. Взаимодействие может иметь различную физическую природу (диполь-дипольное взаимодействие, туннельный механизм и др.). Рассмотрены случаи классического и квантового внешнего электромагнитного поля.

Для вышеописанной модели получены уравнения движения и найдено их точное аналитическое решение. Анализ решения показал, что в системе имеет место распространение осцилляций Раби в пространстве в форме бегущих волн и волновых пакетов (Раби-волны). В случае бегущих волн, являющихся частным решением уравнений движения, имеются две различные собственные моды, каждая из которых есть суперпозиция основного и возбужденного состояний системы, парциальные амплитуды которых осциллируют как во времени, так и в пространстве. Связь основного и возбужденного состояний обусловлена взаимодействием света с цепочкой КТ и исчезает при его отсутствии. Т.к. каждая мода есть суперпозиция двух плоских волн с различными волновыми числами, то в системе имеет место дифракция: Раби-волны распространяют-

ся в некоторой эффективной периодически неоднородной среде, образованной осциллирующим в пространстве электромагнитным полем. Очевидно, что при произвольной пространственной структуре в такой среде будут иметь место отражения Раби-волн и их взаимные трансформации. Общее решение уравнений движения представляет собой суперпозицию Раби-волн с различными частотами Раби-осцилляций, т.е. волновой пакет. Движении волнового пакета в пространстве сопровождается затуханием Раби-осцилляций из-за коллективной дефазировки. При взаимодействии цепочки с квантовым электромагнитным полем имеют место явления коллапса Раби-волны и ее возрождения, причем возрождение происходит в другой области пространства.

Экспериментальное детектирование Раби-волн может быть выполнено, в частности, по спектру резонансной флуоресценции (дополнительные спектральные линии по сравнению с триплетом Моллоу, их доплеровское смещение и доплеровское уширение). Предсказанный эффект может быть использован в квантовой информатике, квантовом компьютеринге, нелинейной спектроскопии наноструктур.

## **ЭФФЕКТ ПРОЯВЛЕНИЯ ВРЕМЕННОЙ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ В СТАТИСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ СТОКСОВА ИЗЛУЧЕНИЯ ВКР**

**Д. Г. Зусин, А. С. Грабчиков**

### **НЕСТАЦИОНАРНЫЙ РЕЖИМ ВКР И ЕГО ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ**

С классической точки зрения комбинационное рассеяние – это модуляция падающего света молекулярными колебаниями частоты  $\Omega$ , в результате чего в рассеянном свете появляются компоненты, смещенные относительно частоты падающего излучения на частоту  $\Omega$  как в большую (антистоксово рассеяние), так и в меньшую стороны (стоксово рассеяние).

ВКР является вынужденным аналогом спонтанного комбинационного рассеяния.

Для отношения длительности импульса к времени дефазировки среды  $t_p/T_2 \leq 20$  режим рассеяния будет нестационарным [1]. В нестационарном режиме характеристики выходного излучения определяются, в основном, энергией лазерного импульса. При высокой эффективности преобразования в нестационарном режиме в выходном стоксовом и лазерном импульсах могут появиться пульсации интенсивности во времени.

Генерация стоксова излучения происходит из квантового шума, поэтому будет наблюдаться разброс значений параметров выходного излу-

чения, таких как энергия, интенсивность и т.д. Временная форма стоксова импульса сильно зависит от энергии накачки, и её флуктуации могут проявиться во флуктуациях энергии выходного импульса.

Систему уравнений для нестационарного режима без учета поглощения и дисперсии [1, с. 86], преобразуем, вводя стандартные замены переменных, пренебрегая изменением населенностей в процессе ВКР и осуществляя нормировку. В итоге, получим систему, в которой все величины безразмерны:

$$\frac{\partial q(\xi, \theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{\theta_2} q = ik_q e_L e_S^*, \quad (1)$$

$$\frac{\partial e_S(\xi, \theta)}{\partial \xi} = ik_S e_L q^*, \quad (2)$$

$$\frac{\partial e_L(\xi, \theta)}{\partial \xi} = ik_L e_S q, \quad (3)$$

где  $q$  – нормированная амплитуда колебаний осциллятора,  $e_L$  и  $e_S$  – нормированные поля лазерной и стоксовой волны,  $\theta_2$  – нормированное время дефазировки,  $k_q$ ,  $k_S$ ,  $k_L$  – нормированные коэффициенты, зависящие от параметров среды и падающего излучения.

Систему решаем методом Рунге – Кутты 4-го порядка с параметрами среды, характерными для кристалла KGW [2]. Длина кристалла 4мм.

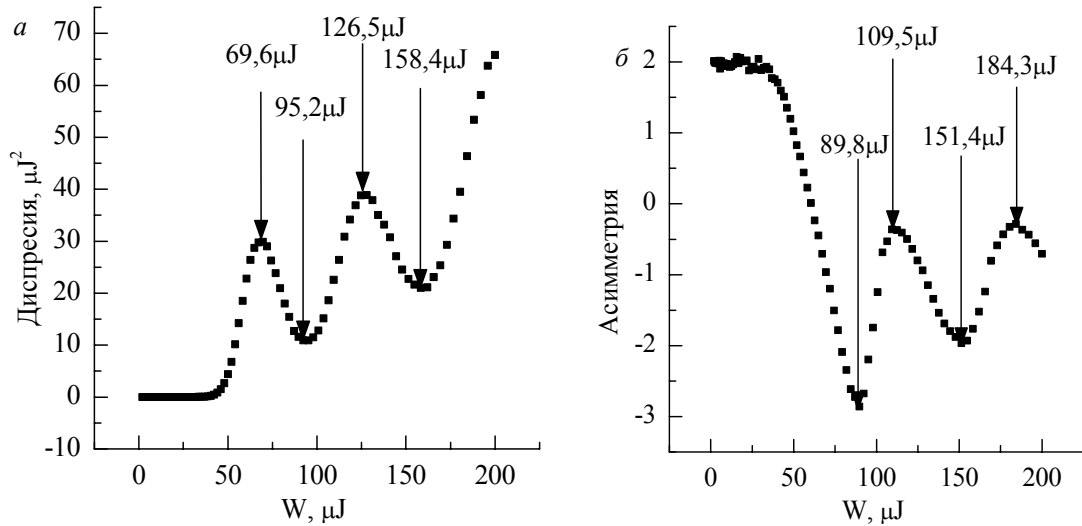


Рис. 1. Асимметрия и дисперсия распределения энергий стоксова импульса при разных энергиях накачки:

экстремумы отмечены стрелками;  $a$  – дисперсия,  $b$  – асимметрия

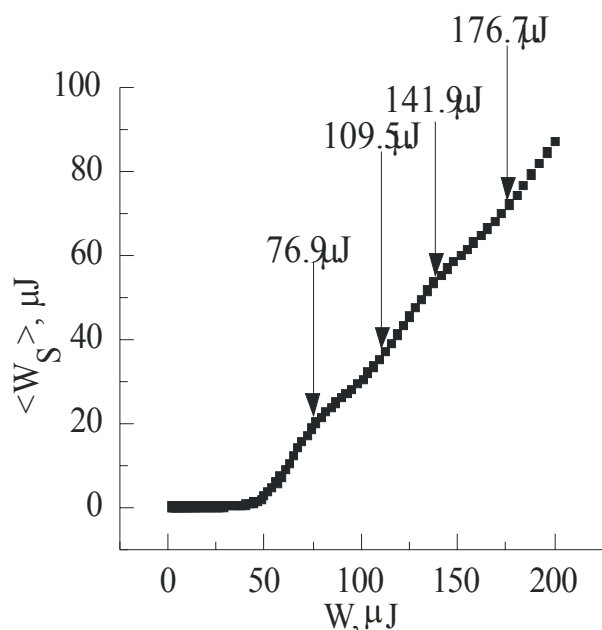


Рис. 2. Средняя стоксова энергия:  
точки перегиба отмечены стрелками

возбуждения. Такое поведение распределения энергий выходного стоксова импульса при различных энергиях накачки отличается от поведения, описанного в [3], и проявляется в пульсациях его статистических

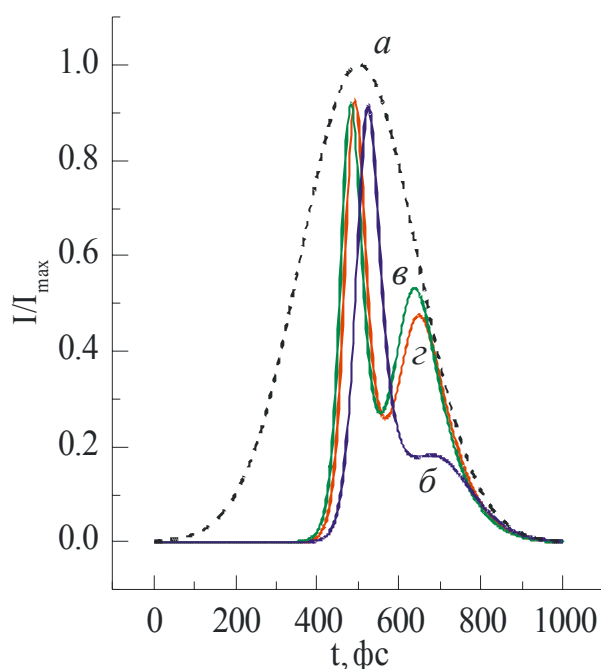


Рис. 3. Временные формы стоксова  
импульса:

а – накачка, б, в – стоксовы импульсы на полувысоте  
распределения, г – в максимуме

Для волны накачки  $\lambda = 800 \text{ нм}$ , диаметр пучка  $1 \text{ мм}$ , длительность  $200 \text{ фс}$ . В качестве начального условия для  $q$  используем гауссов шум.

Полученные в результате решения системы (1–3) распределения энергий стоксова импульса при разных энергиях накачки имеют одну особенность – с ростом энергии накачки изменяется ширина распределений и расстояние между наиболее вероятной и средней энергиями импульса стоксова излучения, причем имеет место схожесть форм распределений при определенных энергиях

характеристик: дисперсии, асимметрии.

### ОБСУЖДЕНИЕ

В точках максимума дисперсии (рис. 3 соответствует второму максимуму дисперсии) флуктуации временной формы стоксова импульса проявляются в движении последнего пика в импульсе как целого. В точках минимума дисперсии в целом наблюдается сохранение расчётного временного контура. Флуктуации в данном случае связаны с зарождением дополнительного пика в стоксовом импульсе.

В точках минимума асимметрии, согласно расчёту, зад-

ний фронт стоксова импульса резко падает, а затем затягивается, образуя платформу для появления нового пика. Резкое падение заднего фронта вызвано перекачкой энергии стоксова излучения в импульс накачки. Флуктуации временного стоксова контура, а значит и флуктуации энергии, проявляются в более или менее быстром истощении стоксова импульса на заднем фронте.

В точках максимума асимметрия наиболее близка к нулю, и в расчётных временных формах имеются сильные флуктуации развивающегося нового пика в стоксовом импульсе.

Появление дополнительных пиков в импульсах описано в [4].

### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Зависимость асимметрии и дисперсии распределения импульсной энергии стоксова излучения от энергии возбуждения имеют немонотонный характер, который обусловлен проявлением временной нестационарности. Это необходимо учитывать для получения энергетически стабильных стоксовых импульсов при ВКР преобразовании.

### **Литература**

1. *Penzkofer A., Lauberau A. and Kaiser W.* High Intensity Raman Interactions / New York, 1979.
2. *Kaminskii A. A., Gruber J. B., Bagaev S. N.* Optical spectroscopy and visible stimulated emission of  $Dy^{3+}$  ions in monoclinic  $\alpha-KY(WO_4)_2$  and  $\alpha-KGd(WO_4)_2$  crystals // Phys. Rev. B 13 Mar. 2002. Vol. 65. P. 1–29.
3. *Raymer M. G., Walmsley I. A., Mostowski J. and Sobolewska B.* Quantum theory of spatial and temporal coherence properties of stimulated Raman scattering // Phys. Rev. A Vol. 32 Jul. 1985. No. 1. P. 332–344.
4. *Carman R. I., Shimizu F., Wang C. S. and Bloembergen N.* Theory of Stokes pulse shapes in transient stimulated Raman scattering // Phys. Rev. A Vol. 2. 1970. P. 60–72.

## **СУПЕРПОЗИЦИЯ ВИХРЕВЫХ ОПТИЧЕСКИХ ПУЧКОВ**

**Л. А. Казак**

В настоящее время особое внимание при анализе процессов формирования и преобразования световых пучков различного амплитудно-фазового профиля уделяется пучкам с винтовыми возмущениями волнового фронта (сингулярным световым пучкам). Впервые на необычные свойства таких световых пучков было обращено внимание в 1974 году, но интенсивность исследований существенно возросла в последнее десятилетие. Вихревой характер распространения электромагнитного излучения позволяет говорить о так называемых оптических вихрях. Поля такого рода могут возникать при прохождении волны через случайно-неоднородные среды, через многомодовые оптические волокна, в лазер-

ных резонаторах, при дифракции на специально синтезированных голограммах.

Интерес к изучению сингулярных пучков связан как с их необычными свойствами, так и с возможными практическими приложениями, такими как, захват и манипуляция микрообъектами, оптическая передача информации, исследования турбулентных явлений в атмосфере и др.

Целью данной работы являлось исследование и адаптация к реальным экспериментальным условиям методов анализа вихревых оптических пучков, установление закономерностей преобразования структуры светового поля при суперпозиции двух сингулярных пучков с различными топологическими зарядами.

Особенностью сингулярных световых пучков, является наличие на волновом фронте особой точки – винтовой дислокации. Наличие такого рода особенности приводит к изменению структуры волновой поверхности. При появлении винтовой дислокации, в центре пучка амплитуда световых колебаний обращается в ноль, а фаза не определена. Основным свойством винтовой дислокации является то, что при обходе вокруг нее по поверхности волнового фронта, фаза изменяется на  $2\pi l$ , где  $l$  величина называемая топологическим зарядом сингулярного пучка и являющаяся характеристикой винтовой дислокации. В зависимости от знака  $l$  винтовые дислокации разделяются на положительные (правые) и отрицательные (левые). Появление такого рода особенности приводит к изменению формы волнового фронта. Эквифазная поверхность перестает быть многолистной, и становится единой поверхностью со специфической винтовой структурой. При этом направление распространения световой энергии задается вектором Умова-Пойнтинга, который перпендикулярен волновой поверхности в каждой точке. Таким образом, в окрестности винтовой дислокации будет происходить “завихрение” энергетического потока.

В окрестности винтовой дислокации комплексную амплитуду поля, в поперечном сечении пучка, можно представить в следующей форме:

$$U(r, \theta) = C \cdot r^l \cdot \exp[i l \theta],$$

где  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  – полярный радиус (расстояние от центра вихря),  $\theta = \arctg(y/x)$  – азимутальный угол,  $l$  – топологический заряд сингулярного пучка.

Образование винтовой дислокации на волновом фронте является чисто фазовым эффектом. Поэтому на основе анализа лишь изменения интенсивности в световом пучке, зарегистрировать особенности распределения фазы в окрестности винтовой дислокации не представляется воз-



можным. Для ее надежной идентификации, необходимо использовать методы связанные с фазой волны. При суперпозиции вихревого оптического пучка с когерентной плоской волной суммарная интенсивность будет иметь вид:

$$I(x, y) = A_1^2 + A_2^2(x^2 + y^2)^l + 2A_1A_2(x^2 + y^2)^{\frac{l}{2}} \cos\left[\frac{2\pi x}{\Lambda} - l \cdot \arctg\left(\frac{y}{x}\right)\right],$$

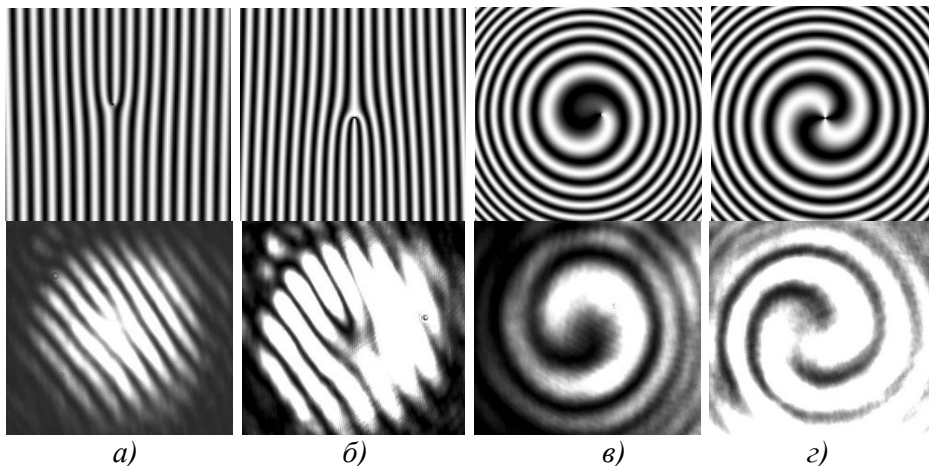
где  $x, y$  – координаты точки в поперечном сечении сингулярного пучка (центр системы координат находится в центре сингулярного пучка),  $A_1, A_2$  – амплитуды плоской волны и вихревого пучка соответственно,  $\Lambda$  – период интерференционной картины,  $l$  – топологический заряд.

При интерференции сингулярного пучка и сферической волны, распределение интенсивности примет вид:

$$I(x, y) = A_S^2 + A_2^2(x^2 + y^2)^l + 2A_SA_2(x^2 + y^2)^{\frac{l}{2}} \cos\left[\frac{2\pi x}{\Lambda} - l \cdot \arctg\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{k(x^2 + y^2)}{R}\right],$$

где  $R$  – радиус кривизны волнового фронта,  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число.

Типичные картины интерференции сингулярного светового пучка с плоской и сферической волнами представлены на *рис. 1*. При интерференции с плоской волной (*рис. 1, а, б*) образуется характерная вилка, причем по количеству разветвлений можно определить величину топологического заряда. В то же время, при использовании сферической волны (*рис. 1, в, г*) интерференционная картина представляют собой спирали, количество которых характеризует величину топологического заряда, а направление закручивания – его знак.



*Рис.1* Картины интерференции сингулярного пучка со сферической или плоской волной. *а, б* – плоская волна, *в, г* – сферическая волна, топологические заряды равны  $l=+1$  (*а, в*) и  $l=+2$  (*б, г*). Сверху приведены расчетные интерференционные картины, снизу полученные экспериментально

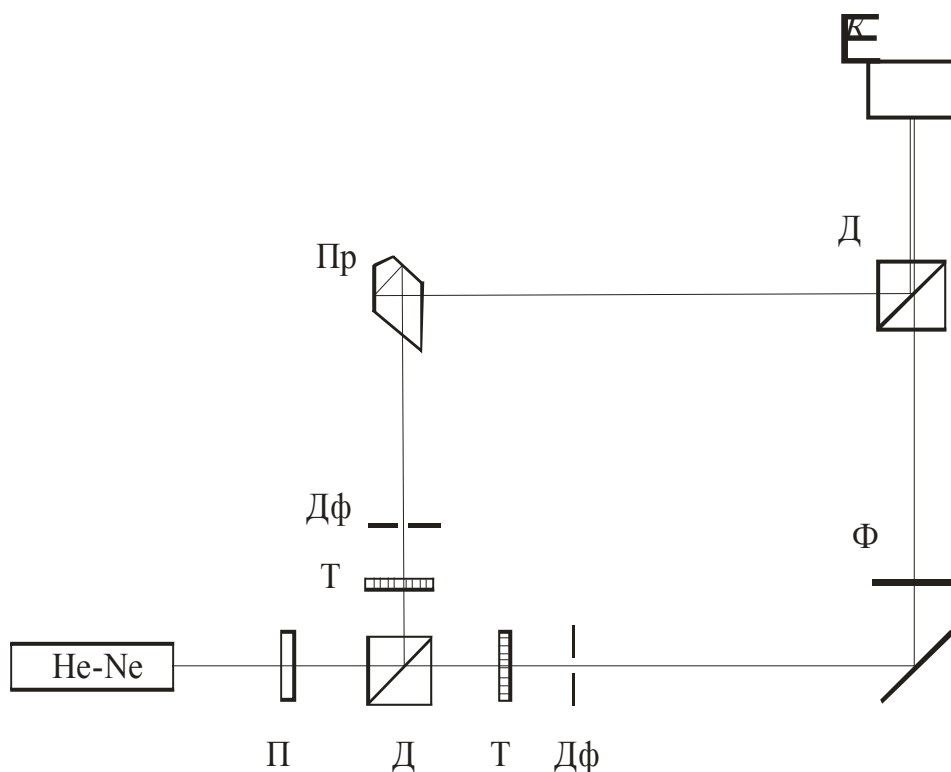


Рис.2. Экспериментальная схема наблюдения суперпозиции оптических вихрей;

П – поляризатор, Д – светоделитель, Т – оптический транспарант, Дф – диафрагма, Пр – призма, Ф – светофильтр, К – камера

Интересная ситуация имеет место при интерференции двух сингулярных пучков. При их суперпозиции распределение интенсивности примет вид:

$$I(x, y) = A_1^2 (x^2 + y^2)^{l_1} + A_2^2 (x^2 + y^2)^{l_2} + 2A_1 A_2 (x^2 + y^2)^{\frac{l_1 + l_2}{2}} \cos\left[\frac{2\pi x}{\Lambda} - (l_1 - l_2) \arctg\left(\frac{y}{x}\right)\right]$$

где  $l_1$  и  $l_2$  – топологические заряды обоих пучков.

Для экспериментального исследования суперпозиции вихревых пучков применялся интерферометр Маха-Цендера (рис. 2), в каждое плечо которого устанавливались специальные амплитудные транспаранты (типа представленных на рис. 1, а, б), дифракция на которых позволяла формировать световые пучки с винтовой дислокацией.

Рассчитанные и экспериментально полученные интерференционные картины при использовании двух оптических вихрей представлены на рис. 3. Расчетные картины (рис. 3, а, г), получены без учета радиальной

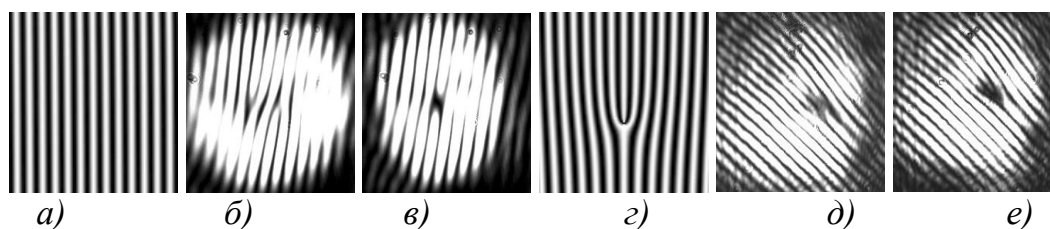


Рис.3 Картины интерференции сингулярных пучков; *a, e* – рассчитанные, *б, в* – полученные экспериментально. Заряды равны по величине и знаку (*a – e*) и противоположены по знаку (*г - д*)

составляющей комплексной амплитуды. Так же видно, что при нескольких разведенных центрах вихрей (рис. 3, *б, д*) и равных по знаку топологических зарядах «вилки» направлены в различные стороны, и наоборот. При сведении винтовых дислокаций двух пучков, характерное разветвление полос указывает на величину заряда  $|l_1 - l_2|$ .

Таким образом, в ходе данной работы исследованы свойства полей с винтовыми дислокациями волнового фронта (оптические вихри). Проанализированы методы определения топологического заряда вихревых пучков с использованием их интерференции с плоской или сферической волнами. Методы адаптированы к реальным экспериментальным условиям. Теоретически и экспериментально изучены картины интерференции, возникающие при суперпозиции двух вихревых оптических пучков с различными топологическими зарядами. Показано, что при смещении центров пучков происходит изменение ориентации характерной вилки.

## ВЛИЯНИЕ ПЛОТНОСТИ ЭНЕРГИИ ВОЗДЕЙСТВИЯ МОЩНЫМИ ИОННЫМИ ПУЧКАМИ И КОМПРЕССИОННЫМИ ПЛАЗМЕННЫМИ ПОТОКАМИ НА СТРУКТУРНО-ФАЗОВЫЕ ИЗМЕНЕНИЯ В WC-Ti-Co ТВЁРДОМ СПЛАВЕ

**М. В. Карабовский, А. К. Кулешов**

Существует большое число методов получения покрытий на рабочих поверхностях режущих инструментов. Перспективными методами повышения износостойкости металлообрабатывающего инструмента из твердых сплавов является импульсное воздействие высококонцентрированными источниками энергии – мощными ионными, электронными пучками, компрессионными плазменными пучками, лазерным лучом.

Возросший в последние десятилетия интерес к физическим свойствам и методам получения износостойких покрытий обусловил интенсивное развитие этой области исследования. Спеченные твердые сплавы для режущего инструмента представляют собой композиции, состоящие из твердых тугоплавких соединений в сочетании с более легкоплавкими и

пластичными металлами. Поэтому структура спеченных твердых сплавов гетерогенна: она состоит из частиц твердых соединений и участков цементирующего вещества. В связи с тем, что системы WC-Ti-Co обладают высокой износостойкостью, термической и коррозионной стабильностью, они представляют большой интерес для получения износостойких покрытий. В качестве исходного образца был выбран твердый сплав марки T15K6, т.к., твердые карбидные сплавы зарекомендовали себя эффективным материалом для режущего инструмента и нашли широкое применение в производстве.

Целью данной работы было исследование изменения структурно-фазового состояния и трибологических характеристик поверхностных слоев WC-TiC-Co твердого сплава после воздействия мощными ионными (МИП) и компрессионными плазменными пучками (КПП) с близкими плотностями выделенной энергии падающих пучков в одном импульсе и при увеличении плотности энергии воздействия КПП в несколько раз [1].

Воздействие КПП в газоразрядном магнитоплазменном компрессоре – МПК – компактной геометрии при начальном напряжении на конденсаторной батарее 4,5 кВ. Обработка проходила в режиме «остаточного газа», при котором предварительно откачанную вакуумную камеру МПК заполняли рабочим газом – азотом до давления 0,4 кПа. Расстояние между мишенью и катодом составляло 8 и 14 см. Длительность разряда составляла ~ 100 мкс. Обработка образцов производилась пятью импульсами, для формирования однородного перемешанного слоя. Плотность поглощенной образцом энергии достигала ~ 13 и 30 Дж/см<sup>2</sup> за импульс. Введем обозначения для образцов обработанных КПП при расстоянии от мишени до катода 8 см – КПП 8, при расстоянии 14 см – КПП 14.

Воздействие МИП производилось при энергии 320 кВ, плотность тока 80-100 А/см<sup>2</sup>, длительность импульса составляла 80 нс, плотность энергии 7 Дж/см<sup>2</sup>. Обработка поверхности твердых сплавов осуществлялась на источнике мощных ионных пучков «Темп». Пучок ионов генерировался полосковым фокусирующим магнито-изолированным диодом из предварительно созданной плазмы [2].

Упрочнение металлов и сплавов воздействием концентрированных потоков энергии основано на локальном нагреве поверхностного слоя, в том числе и выше температуры плавления и последующем охлаждении этого поверхностного слоя со сверхкритическими скоростями охлаждения (до ~ 10<sup>7</sup> К/с). В результате таких воздействий на рабочей кромке инструмента может образовываться упрочненная зона с высокой плотностью дефектов, измененным фазовым составом, дисперсной структурой, что способствует повышению твердости и износостойкости модифицированного инструмента.

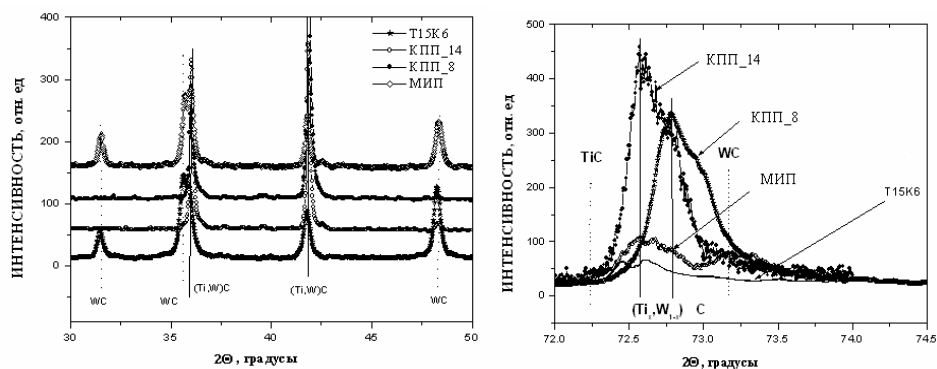


Рис.1 Рентгенограммы твердого сплава Т15К6

Таблица 1

**Параметр решетки твердого раствора  $(\text{Ti}_{1-x}\text{W}_x)\text{C}$  и относительная интенсивность  $W$  после МИП и КПП воздействия на твёрдый сплав Т15К6**

| Образец                      | Исходный | МИП<br>7Дж/см <sup>2</sup> | Кпп_14<br>12Дж/см <sup>2</sup> | КПП-8<br>30Дж/см <sup>2</sup> |
|------------------------------|----------|----------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| $a$ , Å                      | 4,3324   | 4,3186                     | 4,3107                         | 4,304                         |
| Интенсивность на поверхности | 0,56     | 0,66                       | 0,71                           | 0,75                          |
| Интенсивность по глубине     |          |                            | 0,62                           | 0,76                          |

Анализ полученных рентгенограмм образцов сплава Т15К6 после МИП и КПП воздействия с разной плотностью энергии (рис.1) и сопоставление их с базами данных дифракционных спектров, литературных источников свидетельствует о формировании твердого раствора  $(\text{Ti},\text{W})\text{C}$ .

По данным рентгеноструктурного анализа был рассчитан параметр решётки твёрдого раствора  $(\text{Ti},\text{W})\text{C}$ . Данные представлены в таблице 1.

С помощью сканирующей электронной микроскопии было произведено исследование структурно-фазового состава поверхностного слоя (рис. 2) твёрдого сплава до и после воздействий.

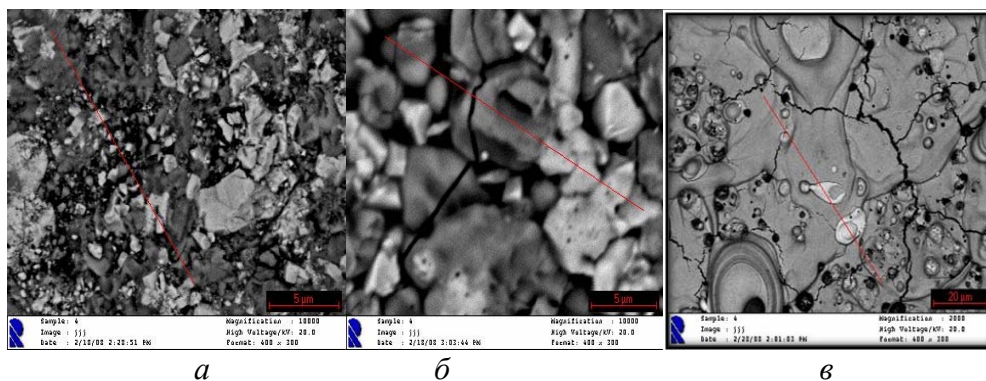


Рис. 2 Поверхность образца

а) исходного сплава Т15К6 б) после воздействия МИП в) после воздействия КПП

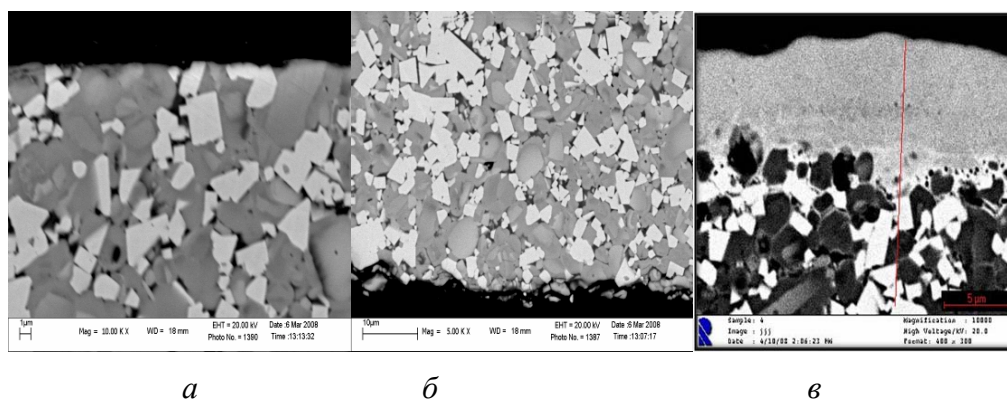


Рис. 3 Поперечный срез образца

а) исходного сплава Т15К6 б) после воздействия МИП в) после воздействия КПП

Из полученных с помощью электронной микроскопии данных следует, что МИП воздействие приводит к частичному сплавлению карбида вольфрама с твердым раствором на основе  $(\text{Ti}, \text{W})\text{C}$  в поверхностных слоях Т15К6. Образуются поры, и трещины микронных размеров КПП обработка практически полностью сплавляет карбид вольфрама с твердым раствором. Размер пор и трещин в поверхностном слое достигает десятков микрон.

Установлено, что с ростом плотности энергии воздействия МИП и КПП твердый сплав Т15К6:

1. Параметр решётки твердого сплава уменьшается от  $4,3186\text{\AA}$  до  $4,3040\text{\AA}$ , т.к. формируется пересыщенный вольфрамом твердый раствор  $(\text{WTi})\text{C}$ .

2. Толщина сплавленного слоя увеличивается от 1 до 10 мкм, а относительная атомная концентрация W в переплавленном твердом растворе увеличивается от 66% до 75%

3. Формируется слой объёмных дефектов: пор, трещин – при МИП воздействии толщиной 10 мкм. При КПП воздействии переходной слой толщиной 20 – 30 мкм. Характерной особенностью является увеличение относительной концентрации вольфрама на границах зёрен исходного твердого сплава.

### Литература

1. Асташинский В. М., Ананин С. И., Костюкевич Е. А. и др. Структура и механические свойства титана, обработанного компрессионными плазменными потоками // Proc. of the V symposium of Belarus, Serbia and Montenegro on physics and diagnostics of laboratory and astrophysical plasmas. Минск, 2004. С.171–174.
2. Ремнёв Г. Е. модифицирование твердых пластин на основе карбида вольфрама мощным импульсным ионным пучком, физика и химия обработки материалов 2004, №3, с. 11–17



# ИССЛЕДОВАНИЕ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПРОЦЕССАХ АННИГИЛЯЦИИ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ФЕРМИОНОВ

А. И. Ковалев, Т. В. Шишкина

В силу высокой точности измерений по регистрации вторичных продуктов распада  $W^+, W^-$  и хиггсовских бозонов –  $e^+e^-$ ,  $\mu^+\mu^-$  и  $\tau^+\tau^-$  лептонов — реконструкция каждого события возможна только при учете всех фоновых процессов. С этой целью используют классические процессы ( $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$  и  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ ).

В связи с актуальностью получения точных лоренц-инвариантных выражений для анализа экспериментальных данных при энергиях, достижимых на Международном Линейном Коллайдере (ILC), в работе [1] в рамках ковариантного подхода получены точные выражения дифференциального и полного сечений с учетом состояний поляризации как начальных, так и конечных фермионов:

$$e^+(p, \xi) + e^-(p', \xi') \rightarrow f(P, \Xi) + \bar{f}(P', \Xi'), \quad (1)$$

где  $p, p', P, P'$  – 4-импульсы взаимодействующих фермионов, а  $\xi, \xi', \Xi, \Xi'$  – 4-векторы поляризации соответствующих частиц.

Анализ сечений, а также ряда асимметрий показал, что их величина при энергии ILC настолько значительна, что требует учета радиационной поправки соответствующих величин, поскольку они могут иметь значения, значительно превосходящие планируемую точность измерений ( $\leq 1\%$ ).

В связи с этим было получено лоренц-инвариантное выражение и выполнен численный анализ основного радиационного эффекта в следующем за Борновским приближении – тормозного излучения заряженных фермионов:  $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^- + \gamma$ . При этом было учтено излучение фотонов не только начальными, но конечными частицами.

Обнаружено, что вклад в измеряемые поляризационные асимметрии процессов тормозного излучения при энергии 500–1000 ГэВ может составлять величину  $\approx 10\%$  в значительной части кинематической области.

Проанализированы зависимости сечений и асимметрий от изменения различных кинематических переменных и определены интервалы кинематического пространства, где прецизионный анализ данных без учета процессов тормозного излучения не может быть осуществлен.

## Литература

1. Ковалев А.И., Шишкина Т. В. // Двухфермионное рождение в процессах аннигиляции фермион-антифермионной пары. Вестник БГУ, 2008, сер.1, №1, с. 35–39.

# ОДНОКОМПОНЕНТНЫЕ СОЛИТОНЫ В ФОТОРЕФРАКТИВНЫХ КРИСТАЛЛАХ

С. М. Кочетков, Л. М. Барковский

Перспективными для нелинейно-оптических приложений представляются солитоны в фоторефрактивных средах [1, 2]. Известно три основных типа пространственных фоторефрактивных солитонов [3]: экранированные солитоны, фотогальванические солитоны, квазистационарные солитоны. Обычно при теоретическом изучении экранированных солитонов рассматривается внешнее поле, поляризация пучка и волновая нормаль направленные по главным осям тензора диэлектрической проницаемости [4–7].

Цель работы состоит в изучении однокомпонентных светлых экранированных солитонов в одноосных негиротропных нецентросимметричных фоторефрактивных кристаллах при произвольной ориентации фазовой нормали и внешнего электрического поля по отношению к кристаллу. Для этого случая с помощью метода связанных амплитуд [8] в пренебрежении диффузионным движением зарядов по сравнению с дрейфовым получена система связанных нелинейных уравнений Шредингера

$$\begin{aligned} 2ik_o \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{1}{1+|U|^2+|V|^2} \left\{ \sigma_o U + v_{oe} e^{i(k_e - k_o)z} V \right\} &= 0, \\ 2ik_e \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{1}{1+|U|^2+|V|^2} \left\{ \sigma_e V + v_{eo} e^{-i(k_e - k_o)z} U \right\} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

где коэффициенты заданы выражениями

$$\sigma_o = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \mathbf{e}_o (\boldsymbol{\rho} \mathbf{E}_0) \mathbf{e}_o, \quad v_{oe} = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \sqrt{\frac{n_o}{n_e}} \mathbf{e}_o (\boldsymbol{\rho} \mathbf{E}_0) \mathbf{e}_e, \quad (2)$$

$$\sigma_e = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \mathbf{e}_e (\boldsymbol{\rho} \mathbf{E}_0) \mathbf{e}_e, \quad v_{eo} = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \sqrt{\frac{n_e}{n_o}} \mathbf{e}_e (\boldsymbol{\rho} \mathbf{E}_0) \mathbf{e}_o, \quad (3)$$

и введены обозначения:  $U$  – медленная огибающая обыкновенной волны,  $V$  – необыкновенной,  $\mathbf{E}_0$  – внешнее электрическое поле,  $\mathbf{e}_e$  и  $\mathbf{e}_o$  единичные векторы поляризации собственных волн кристалла,  $k_e$ ,  $n_e$  и  $k_o$ ,  $n_o$  волновые числа и показатели преломления необыкновенной и обыкновенной волны соответственно, тензор  $\boldsymbol{\rho}$  связан с тензором диэлектрической проницаемости линейного кристалла  $\boldsymbol{\varepsilon}_0$  и тензором Поккельса  $\mathbf{r}$  соотношением  $\rho_{ijk} = -(\varepsilon_0)_{il} r_{lmk} (\varepsilon_0)_{mj}$ .



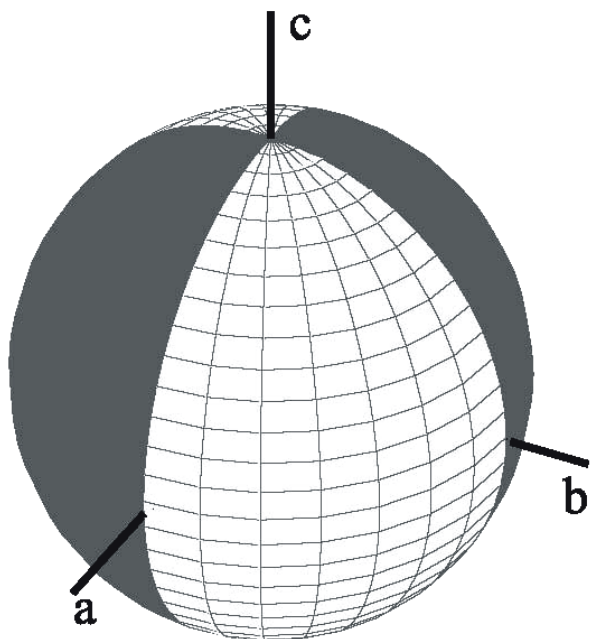


Рис. 1 Зависимость существования светлых обыкновенных солитонов от направления фазовой нормали в кристалле ниобата лития

Система (1) имеет тот же вид, что и уравнения, использовавшиеся в [4–7]. Отличие состоит в выражениях для коэффициентов (2) и (3). Эти выражения носят общий характер, так как внешнее поле и поляризация нормальных волн входит в них в виде произвольно ориентированных векторов. Присутствие  $\mathbf{e}_o$  и  $\mathbf{e}_e$  в выражениях для коэффициентов обуславливает зависимость динамики солитонов от направления фазовой нормали.

Далее рассмотрим светлые однокомпонентные солитоны. При  $V = 0$  ( $U = 0$ ) однокомпонентный солитон называется обыкновенным (необыкновенным). Как известно [9], однокомпонентные светлые солитоны существуют

только при самофокусирующей нелинейности. С другой стороны, при самодефокусирующей нелинейности существуют лишь темные солитоны. Тогда для обыкновенных (необыкновенных) светлых солитонов условие существования имеет вид  $\sigma_o < 0$  ( $\sigma_e < 0$ ).

С помощью прямого бескоординатного метода Федорова [10–12] удастся решить задачу о направлениях фазовой нормали, допускающих формирование однокомпонентных солитонов. Для наглядного представления решения этой задачи будем пользоваться следующим приемом. Все фазовые нормали составляют единичную сферу, точки этой сферы, соответствующие нормальям, допускающим (не допускающим) формирование солитонов, будем закрашивать белым (черным) цветом.

Пусть  $\mathbf{c}$  вектор оптической оси и  $\chi = \mathbf{c}^\times (r\mathbf{E}_0) \mathbf{c}^\times$ . Мы используем обозначения принятые в [10–12]. Тогда для обыкновенных солитонов возможны два случая. При  $\bar{\chi}_t \geq 0$  вся единичная сфера одного цвета: во всех направлениях возможно либо невозможно формирование солитонов. Второй случай реализуется при  $\bar{\chi}_t < 0$ . Тогда имеем пару окружностей, отделяющих те части единичной сферы, в которых возможно формиро-

вание светлых обыкновенных солитонов, от тех, в которых это невозможно. Упомянутые окружности описываются вектором

$$\mathbf{n} = \frac{g\mathbf{c} \pm \left( (\chi - f\mathbf{c}^\times)\boldsymbol{\tau} \right)^\times \mathbf{c}}{\sqrt{g^2 + \left( \left( (\chi - f\mathbf{c}^\times)\boldsymbol{\tau} \right)^\times \mathbf{c} \right)^2}}, \quad (4)$$

при изменении параметра  $g$  от  $-\infty$  до  $\infty$ . В (4) скаляр  $f$  определяется формулой  $f = \pm\sqrt{-\chi_t}$ ,  $\mathbf{n}$  фазовая нормаль, вектор  $\boldsymbol{\tau}$  выбирается из соображений простоты. Рис.1 демонстрирует второй случай на примере кристалла ниобата лития. На этом рисунке вектор  $\mathbf{c}$  направлен вдоль оптической оси (поворотная ось 3-го порядка), вектор  $\mathbf{a}$  является перпендикуляром к зеркальной плоскости группы симметрии кристалла, вектор  $\mathbf{b}$  образует с ними правую тройку  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$ . При расчете для определенности было принято  $\mathbf{E}_0 \parallel \mathbf{a}$ .

#### Литература

1. *Grosignani B., Salamo G.* Photorefractive solitons. OPN. 2002. p.38.
2. *Snyder A. W. and Kivshar Y. S.* Bright spatial solitons in non-Kerr media: stationary beams and dynamical evolution. J. Opt. Soc. Am. B. 1997. Vol.14, No. 11, 3025–3031.
3. *DelRe E., Crosignani B., Di Porto and P.* Photorefractive Spatial Solitons. in Spatial Solitons, S.Trillo and W.Torruellas, eds. Springer-Verlag, New York, 2001, Chap. 4, 61–86.
4. *Segev M., Valley G. C., Crosignani B., DiPorto P. and Yariv A.* Steady-State Spatial screening solitons in photorefractive materials with external applied field. Phys. Rev. Lett. (1994), vol.73, No. 24. 3211–3214.
5. *Cristodoulides D. N. and Carvalho M. I.* Bright, dark, and gray spatial soliton states in photorefractive media. J.Opt. Soc. am. B, (1995), Vol.12, No9 1628–1633.
6. *Segev M., Valley G. C., Singh S. R., Cavalho M. I., and Christodoulides D. N.* Vector photorefractive spatial solitons. Opt. Lett. (1995), Vol.20, No. 17, 1764–1766.
7. *Carvalho M. I., Singh S. R. and Christodoulides D. N., Joseph R. I.* Dark and bright vector spatial solitons in biased photorefractive media. Phys. Rev. E, (1996), vol. 53, Num.1, R53–R56.
8. *Солимар Л., Уоли Д.* Лекции по электрическим свойствам материалов: Пер. с англ. – М.:Мир, 1991.- с.102–109.
9. *Кившарь Ю. С., Агравал Г. П.* Оптические солитоны. От волоконных световодов до фотонных кристаллов, Пер. с англ., под. ред. Н. Н. Розанова, Москва, ФИЗМАТЛИТ (2005).
10. *Федоров Ф. И.*, Теория гиротропии. Минск, Наука и техника (1976).
11. *Федоров Ф. И.*, Оптика анизотропных сред. Изд. 2-е, испр. – Москва, Едиториал УРСС, 2004. 384 с. (Минск: Из-во АН БССР, 1958, 380 с.).
12. *Fedorov F. I.*, On the wave normal equation for bianisotropic media. Radiscientist 1994, vol.5, No 1, p.21–23.

## ТЕРМООПТИЧЕСКИЕ ИСКАЖЕНИЯ В ЛАЗЕРНОМ КРИСТАЛЛЕ $\text{Nd}^{3+}:\text{KGD}(\text{WO}_4)_2$

П. А. Лойко, К. В. Юмашев

Твердотельные лазеры являются в настоящее время одним из наиболее широко используемых типов лазера. Основная особенность твердотельного лазера состоит в том, что его резонатор в процессе работы испытывает значительные изменения своих свойств из-за появления термооптических неоднородностей в активном элементе при его неравномерном нагреве в процессе накачки. В подавляющем большинстве случаев термооптически возмущенный элемент можно с достаточно хорошей степенью приближения моделировать линзой, оптическая сила которой зависит от средней мощности накачки. В этом случае говорят, что в активном элементе наводится термическая линза (термолинза).

Кристалл  $\text{Nd}^{3+}:\text{КГВ}$  обладает рядом преимуществ по сравнению с кристаллом иттрий-алюминиевого граната, легированного ионами неодима ( $\text{Nd}^{3+}:\text{ИАГ}$ ), – широко используемого материала для активных элементов твердотельных лазеров. Он дает возможность получать более высокие концентрации примесных ионов  $\text{Nd}^{3+}$  (до 8 at.%), что приводит к увеличению эффективности и понижению порога генерации. Благодаря высокому значению эффективной кубической по полю нелинейности (до  $10^{-12}$  ед. СГСЕ) кристалл  $\text{Nd}^{3+}:\text{КГВ}$  может использоваться при ВКР-преобразовании частоты излучения лазера [1;2].

Термооптические искажения отрицательно сказывается на работе лазера – ухудшаются как пространственные, так и энергетические характеристики выходного излучения. Параметры термической линзы в активном элементе из кристалла КГВ – ее знак, оптическую силу, астигматизм – в настоящее время не представляется возможным определить теоретически, поскольку в литературе приводятся противоречивые данные о фундаментальных параметрах материала КГВ, определяющих характеристики термолинзы. Поэтому актуальным представляется экспериментальное исследование термической линзы и оценка на этой основе термооптических параметров кристалла  $\text{Nd}^{3+}:\text{КГВ}$ .

Излучение накачки (ламповой или диодной) создает в активном элементе твердотельного лазера неоднородное распределение температуры. Такое распределение приводит к изменению показателя преломления активной среды. Оно может быть разделено на вариацию  $\Delta n_T$ , зависящую от температуры, и часть, вызванную механическими деформациями в кристалле –  $\Delta n_{\text{деф}}$ . Кроме этих факторов, на оптическую силу ТЛ может незначительно влиять искривление торцов АЭ лазера. В дальнейшем под термооптическими параметрами мы будем понимать величины  $(dn/dT + C_{A,B})$  – сумму температурного коэффициента показателя прелом-

ления и коэффициента, определяющего изменение показателя преломления вследствие эффекта фотоупругости (А – направление, параллельное плоскости поляризации лазерного излучения, В – ортогональное к нему). Приведем теоретическую формулу для фокусного расстояния ТЛ для случая непрерывной диодной накачки и Гауссова профиля излучения накачки [3, с. 401]. Для случая квазинепрерывной накачки мощность накачки возможно заменить на среднюю  $P_{\text{сред}}$ , что связано со значительным временем тепловой релаксации в АЭ твердотельного лазера с диодной накачкой, достигающем нескольких секунд. Для учета сложного профиля пучка накачки диода накачки следует ввести эффективное сечение пучка накачки по уровню  $1/e^2 - S_{\text{eff}}$ . Тогда выражение примет вид:

$$f = \frac{K_c \cdot S_{\text{eff}}}{\eta \cdot P_p} \frac{1}{P_{\text{сред}} (dn/dT + C_{A,B})}, \quad (1)$$

здесь  $\eta$  – часть средней энергии накачки  $P_{\text{сред}}$ , преобразуемой в АЭ в тепло,  $K_c$  – теплопроводность вещества. Для определения фокусного расстояния ТЛ был собран измерительный стенд, включающий лазер на  $\text{Nd}^{3+}$ :КГВ с диодной накачкой и систему измерения пространственных и энергетических характеристик лазерного излучения в дальней зоне. Система квазинепрерывной накачки позволяла изменять частоту и длительность повторения импульсов накачки. Длина волны генерации лазера составляла 1.35 мкм, вектор поляризации лазерного излучения  $E//N_m$ , волновой вектор  $k//b$ .

Для определения параметров термолинзы использовались два метода. В первом, методе анализа пространственных характеристик лазерного излучения, зависимость диаметра моды излучения от расстояния от АЭ  $\omega=\omega(L)$  моделировалась теоретически с применением ABCD – метода расчета резонатора. Варьируемым параметром выступало фокусное расстояние ТЛ  $f_{TL}$ , которое определялось на основании наилучшего совпадения расчета с экспериментальными данными. Во втором методе, методе срыва генерации, оптическая сила ТЛ, соответствующая выведению лазерного резонатора за пределы области устойчивости, рассчитывалась из диаграммы стабильности. Важный параметр, учитывающий зависимость оптической силы ТЛ от мощности накачки, – коэффициент чувствительности активного элемента лазера к термооптическим искажениям  $M_{A,B}$ . Он показывает, насколько изменяется величина оптической силы  $D_{TL}$  термолинзы при увеличении мощности накачки на 1Вт:

$$M_{A,B} = \frac{dD_{A,B}}{dP_p^{\text{сред}}}. \quad (2)$$

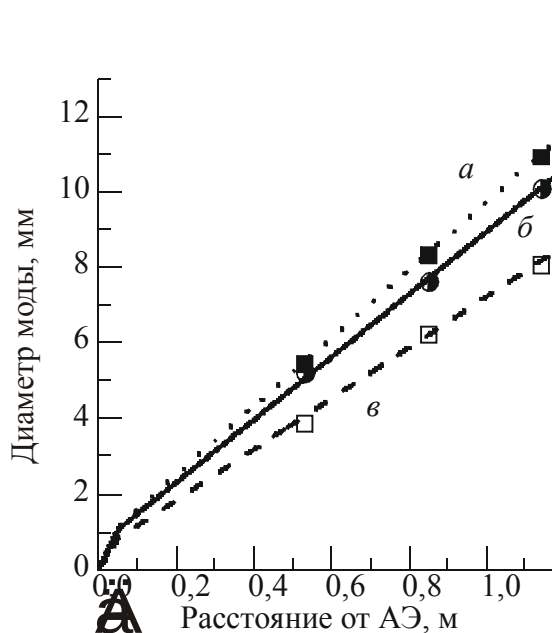


Рис. 1. Зависимость диаметра моды лазерного излучения от расстояния от АЭ:  
 $a - //N_g, D_{TL} = -8.13$  дптр,  $b - D_{TL} > 0$ ,  
 $c - //N_m, D_{TL} = 11.8$  дптр

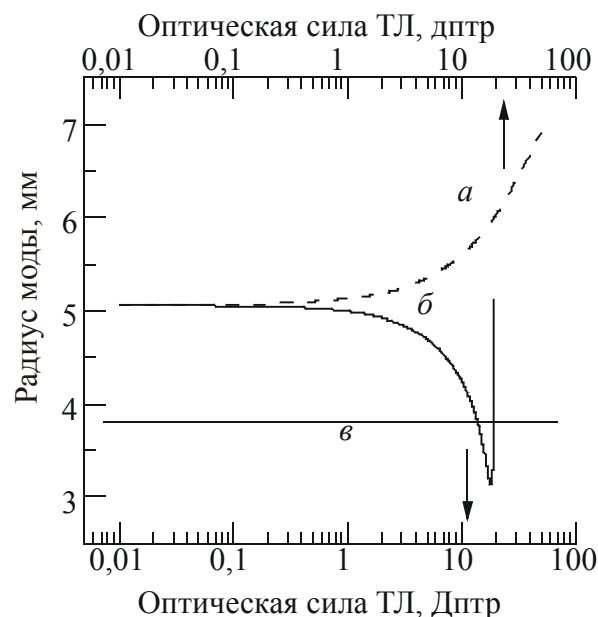


Рис. 2. Рассчитанная зависимость радиуса моды излучения от оптической силы ТЛ в АЭ лазера на  $Nd^{3+}$ :КГВ:  
 $a - D_{TL} < 0$ ,  $b - D_{TL} > 0$

На рис.1 показана зависимость диаметра моды выходного излучения лазера от расстояния от АЭ. При малых средних мощностях накачки пучок имеет круговое сечение (влияние термической линзы выражено слабо). Так, при  $P_{сред}$ , близкой к пороговой, ( $P_{сред} = 7.4$  мВт, б) экспериментальные точки хорошо согласуются с теоретическим расчетом  $\omega = \omega(L)$  для значения фокусного расстояния ТЛ  $f_{TL} \rightarrow \infty$ . При увеличении средней мощности накачки ( $P_{сред} = 54$  мВт) диаметр моды в различных направлениях изменяется по-разному. В направлении  $//N_g$  пучок вытягивается (а), а в  $//N_m$  – сжимается (в).

В направлении  $//N_m$  для некоторых средних мощностей накачки измеренные на одном расстоянии от АЭ диаметры пучка могут совпадать (рис.2, в). Это связано с тем, что при больших мощностях накачки резонатор переходит в область неустойчивости (б), и диаметр моды начинает резко возрастать. В то же время значение оптической силы термолинзы в этом случае другое. Видно, что для второго направления  $//N_g$  такой эффект не наблюдается (а). Это связано с очень большим абсолютным значением отрицательной  $D_{TL}$ , которое требуется для вывода резонатора из области стабильности. В наших экспериментах данное значение не достигалось даже при максимальной мощности накачки. Поэтому ясно, что причина падения мощности в экспериментах по срыву генерации – развитие сильной положительной ТЛ.

На рис.3 приведена зависимость оптической силы наводимой в АЭ лазера на  $Nd^{3+}$ :КГВ термической линзы от средней мощности накачки в

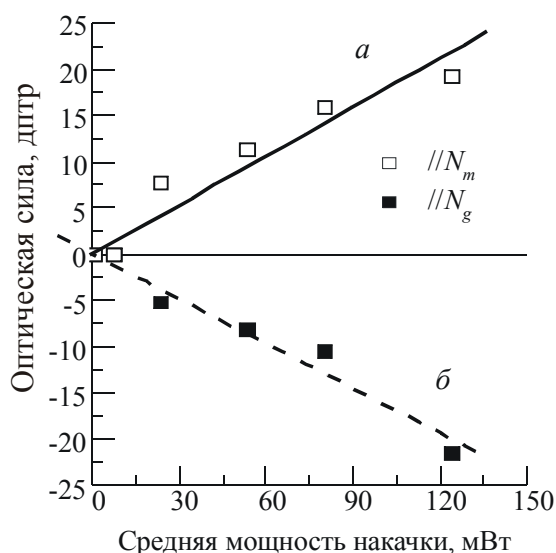


Рис. 3. Зависимость оптической силы ТЛ от мощности накачки: а –  $//N_m$ , б –  $//N_g$

лении, параллельном плоскости поляризации излучения лазера ( $//N_m$ ). Абсолютные значения оптической силы данной линзы в обоих направлениях растут с увеличением средней мощности накачки. Коэффициент чувствительности  $M_{A,B}$  активного элемента из  $Nd^{3+}$ :КГВ, равен  $M_A=177$  дптр/Вт для направления  $//N_m$  и  $M=-161$  дптр/Вт для направления  $//N_g$ . Величины  $(dn/dT+C_A)=2.1 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ,  $(dn/dT+C_B)=-2.3 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  (измеренные методом анализа пространственных характеристик лазера) и  $(dn/dT+C_A)=2.0 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  (по методу срыва генерации).

двух направлениях. Для определения коэффициента чувствительности резонатора к ТЛ данные аппроксимировались линейной зависимостью (а, б). Далее, при помощи выражения (1) рассчитывались сумма параметров  $(dn/dT+C_{A,B})$  и коэффициент чувствительности  $M_{A,B}$  лазерного кристалла  $Nd^{3+}$ :КГВ

Наведенная в кристалле  $Nd^{3+}$ :КГВ термическая линза является бифокальной с отрицательной оптической силой в направлении, перпендикулярном плоскости поляризации излучения лазера ( $//N_g$ ), и с положительной оптической силой в направ-

### Литература

1. Biswal S., O'Connor S. P., Bowman S. R. Thermo-optical parameters measured in ytterbium-doped potassium gadolinium tungstate // Appl. Opt. Vol. 44. 2005. №15. P. 3093–3097.
2. Filippov V. V., Kuleshov N. V., Bodnar I. T. Negative thermo-optical coefficients and athermal directions in monoclinic  $KGd(WO_4)_2$  and  $KY(WO_4)_2$  laser host crystals in the visible region // Appl. Phys. B. Vol. 87. 2007. P. 611–614.
3. Hodgson N., Weber H. Optical resonators. New York, 1997.

## ОСОБЕННОСТИ ПРОБОЯ ОПТИЧЕСКИ ПРОЗРАЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ НАНОСЕКУНДНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТИ

П. Н. Малевич, С. Я. Килин

В настоящее время ведутся активные исследования взаимодействия мощных лазерных импульсов с прозрачными твердыми телами. Интерес обусловлен возможными практическими применениями технологии: раз-

ка прозрачных материалов, а также повышение мощности лазерных систем. Целью данной работы явилось: исследование характеристик разрушения оптических стекол в зависимости от параметров и схем воздействия лазерного излучения, а также разработка основ технологии объемной лазерной резки оптических материалов.

Оптический пробой является сильно нелинейным эффектом, поэтому следует предъявлять повышенные требования к стабильности энергетических и временных характеристик лазерной генерации, а также весьма желательно использовать одномодовый лазер [1]. Критичным фактором является также однородность стекла: в [2] показано, что даже за счет незначительных неоднородностей показателя преломления областей микронного размера может возникать большое локальное усиление интенсивности излучения, что создает условия для инициирования оптического пробоя. Ведутся и теоретические исследования, например, в [3] делается вывод, что вне зависимости от времени воздействия лазерного импульса и характера поглощения энергии в прозрачном диэлектрике основной причиной образования трещины является стрикционный механизм.

Наши эксперименты проводились с моноимпульсным лазером на  $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$  и его гармониках. Благодаря большой длине резонатора, а также использованию внутрирезонаторного телескопа с увеличением  $2^x$  удалось получить мощную генерацию на  $\text{TEM}_{00}$  моде (до 95 мДж/имп). Также для дальнейшего уменьшения расходимости в ряде экспериментов использовался внerezонаторный телескоп с увеличением  $3^x$ .

В экспериментах с первой и второй гармониках удалось получить повреждения только на нижней поверхности и в объеме образца, разрушения верхней поверхности отсутствовали, причем наблюдалось некоторое влияние качества обработки (шлифованная, полированная) и ориентации этой поверхности на форму и размеры повреждений образца. Стандартно наблюдаемое повреждение поверхности имеет структуру: центральная точка с отходящей вглубь материала (навстречу падающему пучку) тонкой нитью и сколами материала в виде «крыльев» в поперечном направлении. Разрушения в объеме аналогичным образом имеют форму нитей с нанизанными на них «паучками» трещин (*рис. 1*).

Были выполнены эксперименты по изучению взаимосвязи размеров пробоя на поверхности и в объеме материала в зависимости от жесткости фокусировки (фокусное расстояние линзы и расходимость пучка) и длины волны лазерного излучения для нескольких типов оптических стекол. Из экспериментов, как с низкокачественным (оконным) стеклом, так и с оптическим стеклом К8 видно, что поперечный размер зоны разрушения слабо зависит от фокусного расстояния линзы и существенно больше,





Рис. 1. Микрофотография типичного разрушения в объеме оптического стекла в экспериментах вне резонатора (вторая гармоника  $\text{Nd}^{3+}$ :YAG лазера, стекло К8)

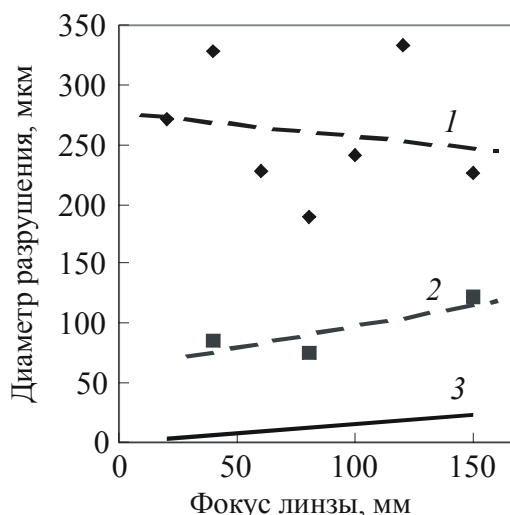


Рис. 2. Экспериментальные значения диаметра разрушения, производимые второй гармоникой в различных видах стекол  
 1 – Стекло типа «оконного», эксперимент  
 2 – Стекло К8, эксперимент  
 3 – Расчетные размеры перетяжки

чем диаметр зоны перетяжки пучка. Также практически не приводит к уменьшению размеров пробоя и уменьшению расходимости пучка, хотя стабильность процесса при этом возрастала. В экспериментах с основной гармоникой при переходе к качественному стеклу К8 наблюдался рост пороговой энергии пробоя, но, возрос также и диаметр производимых разрушений (с 250 мкм до 1 мм). С уменьшением длины волны картина менялась, и для второй гармоники, наблюдаемые разрушения в качественном стекле (порядка 150 мкм) были меньше чем в оконном (рис. 2). Применение третьей гармоники (355 нм) приводило к дальнейшему уменьшению размеров области пробоя (до 60 мкм), при этом размеры разрушения становятся сравнимы с размерами перетяжки, а порог пробоя сместился в область значительно более низких абсолютных значений энергии. Из сравнения параметров пробоя в стекле типа «оконного» и качественного стекла К8, можно предположить, что механизмы развития повреждения в них несколько различны. В оконном стекле затравочное повреждение образуется на неоднородностях и поглощающих включениях. В качественном же стекле намного меньшее количество дефектов и практически отсутствуют поглощающие включения. Поэтому начальное повреждение, вероятно, образуется за счет многофотонного поглощения. В таком случае, для гармоник требуется меньшая интенсивность для получения пробоя, и, как следствие, меньшая энергия вкачивается в образовавшийся дефект, что приводит к снижению размеров разрушения.





*Рис. 3.* Микрофотография нитей самофокусировки в объеме стеклянного образца  
(Справа видно разрушение аналогичное «обычному» пробую)



*Рис. 4.* Микрофотография поверхности разреза в экспериментах по резке стекла К8 излучением второй гармоники  $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$  лазера

Аналогичные выводы были сделаны в других исследованиях: в стеклах и плавном кварце в случае длин волн короче  $\sim 355$  нм резкое падение порога разрушения авторы связывали с двухфотонным поглощением [4, с. 686].

Также нами была рассмотрена схема для реализации пробоя внутри резонатора. Телескоп, находящийся внутри резонатора, заменялся на телескоп Кеплера с увеличением  $-1^{\times}$ , вблизи области фокальной перетяжки, которого перемещался исследуемый образец стекла.

При соответствующем подборе элементов резонатора был реализован оптический пробой ряда материалов. Разрушение удавалось получать лишь на поверхности образцов, причем повреждение было похоже больше на проплавление поверхности поглощающего образца в режиме свободной генерации лазера (стекло НС-12, первая гармоника).

Также, в отдельных экспериментах были получены разрушения стекла в виде тонких (диаметром в несколько мкм) длинных нитей самофокусировки, проходящих через всю толщу образца (*рис. 3*). Однако надежно выделить условия получения указанного режима и обеспечить высокую повторяемость процесса нам пока не удалось, и требуются дополнительные исследования.

Нити самофокусировки с применением лазерных импульсов меньшей длительности были получены в работах [1,5].

Для отдельных видов оптических стекол удалось реализовать лазерный пробой с хорошей повторяемостью, что можно использовать практически, для резки соответствующих материалов (рис. 4).

Были получены следующие результаты:

1. Рассмотрена связь характеристик разрушений стекла с параметрами импульсов излучения лазера на  $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$ . Показано, что в зависимости от условий эксперимента реализуются различные механизмы разрушения, а именно:

- тепловое проплавление поверхности стекла при внутрирезонаторной фокусировке излучения;
- стрикционное разрушение поверхности и в объеме стекла;
- самоканализационные нити, проходящие через весь образец.

2. Показано, что в условиях стрикционного механизма пробоя определяющим размер разрушения фактором является длина волны лазерного излучения при практической независимости от расходимости и эффективности фокусировки пучка.

#### Литература

1. Шен И. Р. Принципы нелинейной оптики/ М. 1989 (Наука). С. 290–317, 494–506.
2. Груздев В. Е., Либенсон М. Н. О некоторых электродинамических аспектах воздействия мощного лазерного излучения на прозрачные среды // Известия Академии Наук. Серия физическая. 2001. Том 65 №4. С. 571–574.
3. Колдунов М. Ф., Маненков А. А., Покотило И. Л. Механическое разрушение прозрачных твердых тел лазерными импульсами разной длительности// Квантовая электроника. 2002. 32. №4. С. 335–340.
4. Walter Koehner Solid state laser engineering Springer 2007. С. 680–701.
5. Стригин М. Б., Чудинов А. Н. Лазерная обработка стекла пикосекундными импульсами// Квантовая электроника. 1994. 21. №8. С. 787–790.

### СОЗДАНИЕ ПЕРЕПУТАННЫХ СОСТОЯНИЙ ОПТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СРЕД С МАЛОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ДЛЯ УСТОЙЧИВОЙ ПЕРЕДАЧИ КВАНТОВЫХ СОСТОЯНИЙ НА БОЛЬШИЕ РАССТОЯНИЯ ПО ОПТОВОЛОКОННЫМ КАНАЛАМ

А. Б. Михалычев, С. Я. Килин

Перепутанные состояния играют важную роль при решении многочисленных задач квантовой информатики, таких, как квантовая криптография, создание квантовых компьютеров, передача квантовых состояний на большие расстояния. Проблемы создания перепутанных состояний и их распределения между различными наблюдателями представляют собой важную задачу квантовой информатики и активно изучаются в

настоящее время. В данной работе предложен протокол создания перепутанных состояний оптических полей, основанный на использовании малой нелинейности Керра и передаче квантовых состояний на большие расстояния по каналу с шумом.

В предлагаемом методе кодирование информации осуществляется с помощью когерентных состояний мод электромагнитного поля с различными фазами. При решении задачи учитывается сложность различения когерентных состояний, обусловленная их неортогональностью, наличие поглощения и фазовых ошибок при использовании неидеального квантового канала, а также возможные погрешности создания нелинейности Керра.

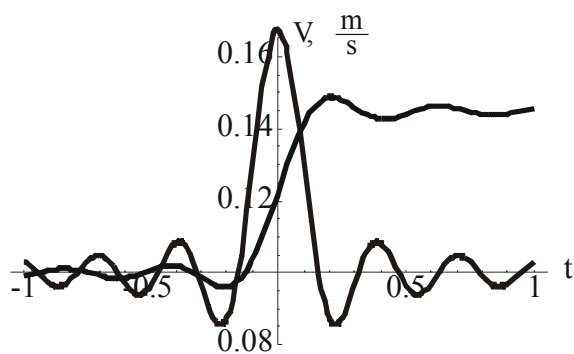
В соответствие с описываемым методом, перепутанность создается между двумя модами поля  $a$  и  $b$ , находящимися в удаленных друг от друга лабораториях, с применением вспомогательного поля  $c$ , используемого для генерации квантовых корреляций, и опорной моды поля  $d$ , предназначенной для уменьшения фазовых ошибок. Для создания перепутанных состояний необходимо осуществить следующие операции: нелинейное взаимодействие мод поля  $a$  и  $c$  в первой лаборатории; передачу полей  $c$  и  $d$  по неидеальному квантовому каналу во вторую лабораторию; нелинейное взаимодействие мод поля  $b$  и  $c$ ; определение фазы вспомогательного поля  $c$  относительно опорного поля  $d$ .

Описанный метод позволяет на расстоянии 100 км за  $3 \cdot 10^4$  актов передачи вспомогательного поля по оптоволоконному каналу создать перепутанность  $E=0,9$ . Минимальная нелинейность Керра, позволяющая применять предлагаемый протокол генерации перепутанности, составляет  $\chi_{\min}=0,01$  и может быть создана на современном этапе развития экспериментального оборудования.

## ПУЛЬСИРУЮЩИЕ ОПТИЧЕСКИЕ ПИНЦЕТЫ

**Г. Н. Борздов , М. Н. Сёмов**

Задачи управления положениями и скоростями микрочастиц с помощью оптических пинцетов весьма актуальны в настоящее время. Их решение востребовано в таких приложениях как ускорение (торможение) микроскопических биообъектов, прицельное осаждение частиц, управление комплексами частиц, а также создание микромашин. В работе [1] предложен метод конструирования двухмерно и трехмерно локализованных электромагнитных полей [1], позволяющий задавать симметрию, форму и размер областей локализации. В данной работе мы применяем этот подход для исследования воздействия квазимонохроматического оптического пинцета на диэлектрическую частицу. Для расчета оптических сил использован метод Т-матриц [2], который может эффективно



применяться как для сферических частиц, так и для частиц с осевой симметрией. Кроме того, он может применяться и для проводящих микрочастиц. Хорошо известные и активно обсуждаемые в литературе методы создания оптических пинцетов на основе монохроматических Бесселевых пучков позволяют соз-

давать лишь двумерные ловушки. Они не позволяют создавать трехмерные ловушки и управлять скоростями и ускорениями микрочастиц. Использование импульсного режима работы лазера, а также пульсирующих оптических пинцетов на основе квазимонохроматических полей, позволяет решить указанные задачи, а также облегчает решение проблем, связанных с перегревом микрочастиц в результате мощного непрерывного облучения. Рисунок иллюстрирует воздействие импульса, обладающего структурой Бесселева пучка 1-ого порядка, на скорость стеклянной частицы диаметром 1 мкм.

#### Литература:

1. Borzdov G. N. Phys. Rev. E, Vol. 61, p. 4462, 2000.
2. Mishchenko M. I., Travis L. D., Lacis A. A. Scattering, absorption and emission of light by small particles.

### ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНЫЙ МОНИТОРИНГ ЛАЗЕРНОИНДУЦИРОВАННОЙ ФЛУОРЕСЦЕНЦИИ ИНДОТРИКАРБОЦИАНИНОВЫХ КРАСИТЕЛЕЙ

Д. С. Тарасов

Перспективы развитие фототерапии и диагностики злокачественных новообразований связываются с созданием фотосенсибилизаторов нового поколения, имеющих полосу поглощения и испускания в ИК-области и способных эффективно накапливаться в опухолях. При этом оперативное определение локализации опухолей и фармакокинетики проникновения сенсibilизаторов в ткани невозможно без соответствующего спектрометрического оборудования.

Наиболее эффективным методом пространственно-спектрального анализа флуоресценции красителей является получение гиперспектральных изображений исследуемых объектов. В статье рассматривается практическая возможность использования гиперспектрального мониторинга лазерноиндуцированной флуоресценции индотрикарбоцианиновых красителей для медицинской диагностики опухолей.

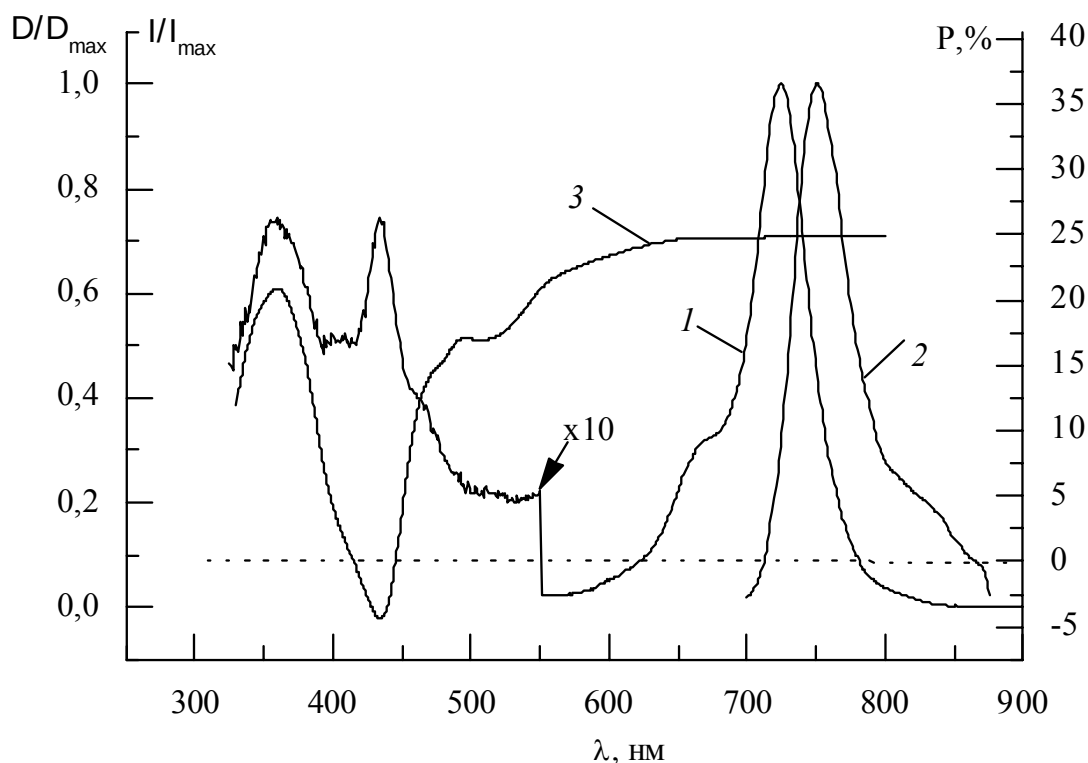


Рис.1. Спектры поглощения (1) и испускания (2) и поляризационный спектр

Индотрикарбоцианиновый краситель относится к классу полиметиновых красителей и содержит цепь из трех виниленовых групп ( $-\text{CH}=\text{CH}-$ ). На концах полиметиновая цепь соединяется с индolenиновыми концевыми группами. На рис.1 представлены спектры поглощения (1) и флуоресценции (2) и поляризационный спектр (3) в этаноле при концентрации  $10^{-5}$  моль/л.

Спектр поглощения в коротковолновой части спектра умножен на 10. Это позволяет обнаружить и в этой части спектра полосы поглощения. Полоса поглощения в длинноволновом диапазоне, максимум которой приходится на длину волны 724 нм, соответствует электронному переходу  $S_0 \rightarrow S_1$ . Ширина этой полосы поглощения составляет 50 нм, причем в коротковолновой части полоса имеет плечо, обусловленное колебательными уровнями в пределах электронных уровней  $S_0, S_1$ . Наиболее коротковолновые полосы поглощения обусловлены переходами в системе термов концевых групп. В спектральной области, расположенной ближе к длинноволновой области, находится ряд полос поглощения, соответствующих переходам между основным и высокими возбужденными состояниями полиметиновой цепи. Спектр флуоресценции индотрикарбоцианинового красителя смещен относительно полосы поглощения в длинноволновую область. Максимум спектра флуоресценции находится в 750 нм. Заметим, что с некоторой точностью выполняется правило зер-

кальной симметрии Левшина. Спектр флуоресценции практически полностью зеркально симметричен полосе поглощения, соответствующей электронному переходу  $S_1 \rightarrow S_0$ . Следует отметить, что отличительной чертой всех полиметиновых красителей является высокий коэффициент молярной экстинкции, а для индотрикарбоцианинового красителя в этаноле он составляет  $3.0 \times 10^5 M^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ . Как можно видеть на *рис.1*, при возбуждении в длинноволновой области спектра поглощения флуоресценция индотрикарбоцианинового красителя обладает высокой степенью поляризации. Это обусловлено малым временем жизни флуоресценции, которое для индотрикарбоцианинового красителя в этаноле составляет 1,4 нс. За это время молекула, которая перешла в первое синглетное состояние, не успевает повернуться на значительный угол и, следовательно, испускает свет, поляризованный в той же плоскости. При возбуждении флуоресценции в коротковолновой области поляризационный спектр имеет минимум, значение в котором меньше нуля. В этом спектральном диапазоне индотрикарбоцианиновый краситель имеет полосы поглощения, соответствующие переходам из основного электронного состояния в более высокие состояния ( $S_2$ ,  $S_3$  ...). Но вероятность излучательного перехода с высоких состояний мала, в результате чего молекула безизлучательно рекомбинирует в первое возбужденное синглетное состояние, а затем испустит квант света. При этом надо учитывать, что ориентация осцилляторов, соответствующих переходам в более высокие состояния, может не совпадать с направлением осциллятора перехода  $S_0 \rightarrow S_1$ .

Для оперативного мониторинга лазерноиндуцированной флуоресценции индотрикарбоцианинового красителя на кафедре лазерной физики и спектроскопии физического факультета БГУ разрабатывается дисперсионный гиперспектрометр с пространственным управлением световыми потоками при помощи микрозеркальной матрицы. Данный гиперспектрометр имеет малые линейные размеры благодаря использованию зеркальной оптики и регистрации на ПЗС-детекторах (в спектральном и наблюдательном каналах). Спектральный прибор рассчитан на анализ фотосенсибилизаторов, флуоресцирующих в спектральном диапазоне 700 – 850 нм, и имеет спектральное разрешение не хуже 0.8 нм.

Чтобы показать принципиальную возможность и преимущество проведения гиперспектрального мониторинга локализации индотрикарбоцианинового красителя была собрана упрощенная схема регистрации. На *рис.2* изображен прототип аппаратуры, с помощью которой удалось зарегистрировать изображение флуоресцирующего объекта (*I*), содержащего индотрикарбоцианиновые красители. При этом концентрация красителя была такой же, как и в опухолях спустя 2 часа после внутривенного вве-

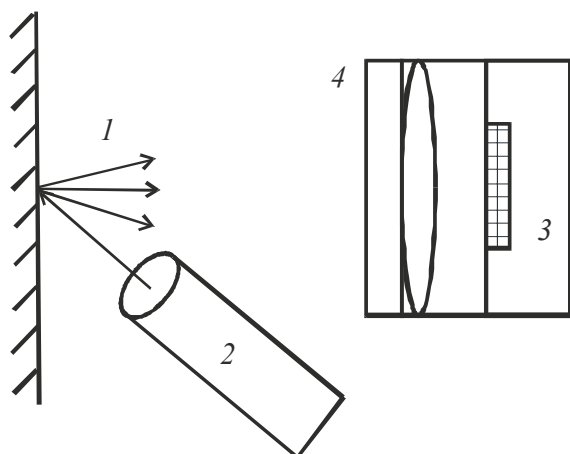


Рис.2. Схема экспериментальной установки

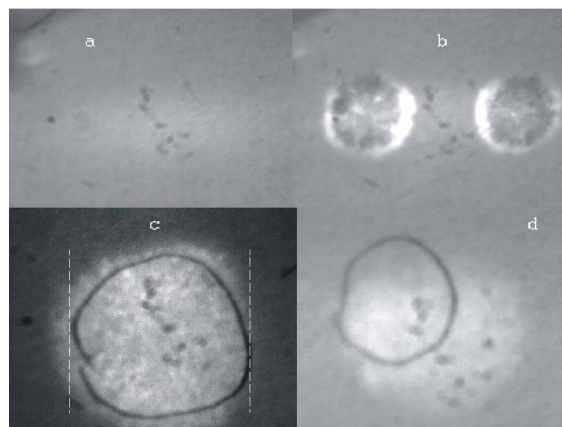


Рис.3. Результаты регистрации гиперспектральных изображений объектов с красителем (b,c,d) и без красителя (a)

дения. В качестве источника света для возбуждения флуоресценции красителя использовался полупроводниковый лазер с  $\lambda = 660$  нм (2). Изображение объекта регистрировалось с помощью цифровой камеры (3), время экспозиции составляло 200 мс. Перед объективом камеры был установлен абсорбционный светофильтр (4), прозрачный в области флуоресценции индотрикарбоцианинового красителя и задерживающий лазерное излучение. В качестве цифровой камеры использовался один из ПЗС-детекторов гиперспектрометра. Для управления цифровой камерой и обработки данных использовалась специально разработанная программа.

На рис.3 представлены результаты регистрации объекта с красителем. Изображений объекта, освещаемого лазером, без красителя на рис.3(а) демонстрирует, что светофильтр практически полностью поглощает излучение лазера, и только незначительная часть излучения рассеянного поверхностью объекта проходит фильтр и регистрируется камерой. Рис.3(с,d) показывает преимущество гиперспектральных методов для мониторинга индотрикарбоцианинового красителя. По данному снимку легко можно определить локализацию красителя, тогда как при концентрации  $10^{-5}$  моль/л в спиртовом растворе уже не было возможности визуально обнаружить краситель.

При концентрации  $10^{-3}$  моль/л, как можно видеть на рис.3(б), флуоресценция регистрируется только на краях области с нанесенным раствором. В центральной части поверхностная плотность красителя велика, в результате чего происходит тушение флуоресценции.

Таким образом, в данной работе на основании спектральных характеристик индотрикарбоцианинового красителя, перспективного фотосенсибилизатора, дано обоснование применению спектральных методов для



мониторинга локализации красителя в опухолях. Разработано программное обеспечение для управления гиперспектрометром с пространственным модулятором света на основе микрозеркального устройства и обработки гиперспектральных изображений. Показана принципиальная возможность проведения гиперспектрального мониторинга объекта с индотрикарбоцианиновым красителем, флуоресцирующим под воздействием полупроводникового лазера.

### **Литература**

1. *Левшин Л. В., Салецкий А. М.* Люминесценция и ее измерения. М., МГУ, 1989. — 279 с.
2. *Паркер С.* Фотолюминесценция растворов. — М.: Мир, 1972. — 512 с.
3. Спектрально-люминесцентные характеристики симметричного трикарбоцианинового красителя ТИКС в растворах / Е.С. Воропай, М.П. Самцов, К.Н. Каплевский и др. // Вестн. БГУ. Сер.1. Физ. Мат. Инф.— 2000.— №2.— С. 28–30.
4. *Воропай Е. С., Самцов М. П., Каплевский К. Н.* Особенности испускания и поглощения индотрикарбоцианиновых красителей при переходах в высокие возбуждённые электронные состояния // Журн. прикл. спектр.— 2003.— Т. 70, №5.— С. 635–641.
5. RITMOS: a micromirror-based multi-object spectrometer // SPIE.—2004.— Vol. 1616, №1.— P. 200–219.

## **РЕЛАКСАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЖЕЛЕЗЕ МОДИФИЦИРОВАННЫМ КОМПРЕССИОННЫМ ПЛАЗМЕННЫМ ПОТОКОМ**

**М. С. Чибирай, В. В. Углов**

Одним из перспективных направлений в науке является модификация поверхностных слоев металлов и сплавов. Как известно, долговечность и износостойкость деталей в большей степени зависит от поверхностных свойств образца. Поэтому их улучшение и является актуальной задачей современной науки [1].

Воздействие компрессионными плазменными потоками на поверхность образцов, приводящее к их существенной модификации, сопровождается протеканием совокупности сложных плазмодинамических и теплофизических процессов. Вследствие взаимодействия мощного потока с поверхностью материала происходит изменение механических свойств образца, структурного, элементного, фазового составов вещества, что ведет к проявлению неравновесности системы [2]. Поэтому целью данной работы был анализ релаксационных процессов и их влияние на микротвердость материала.

Индентирование является простым, оперативным и, в сущности, не разрушающим способом испытания материалов. Метод позволяет про-



водить измерения в весьма малых объемах, что делает его наиболее привлекательным для определения механических свойств слоев подвергшихся поверхностному воздействию. Динамические кривые снимались на динамическом ультромикротвердомере SHIMADZU DUH-2.

Объектами проведения исследований служили массивные образцы армко-железа, изготовленные в виде дисков диаметром 10 мм и толщиной 1,5 мм. Обрабатываемые поверхности подвергались полировке.

Обработка образцов железа осуществлялась в стандартном режиме с помощью газоразрядного МПК компактной геометрии, в котором ускорение плазмы в аксиально-симметричной системе двух электродов сопровождается её сжатием за счет взаимодействия продольной составляющей тока с собственным азимутальным магнитным полем [7].

Квазистационарный плазменный ускоритель работал в режиме «остаточного газа», при котором предварительно откачанная вакуумная камера заполнялась рабочим газом (плазмообразующим веществом) до заданного давления. В качестве плазмообразующего вещества использовались азот и водород. Начальное напряжение на конденсаторной батарее составляло 4,0 кВ. Длительность разряда 120 мкс. Образцы располагали на расстоянии 12 см за срезом внутреннего электрода перпендикулярно набегающему потоку, при этом значение плотности мощности потока составило  $1,5 \cdot 10^5$  Вт/см<sup>2</sup>.

При воздействии на образцы железа компрессионным плазменным по-

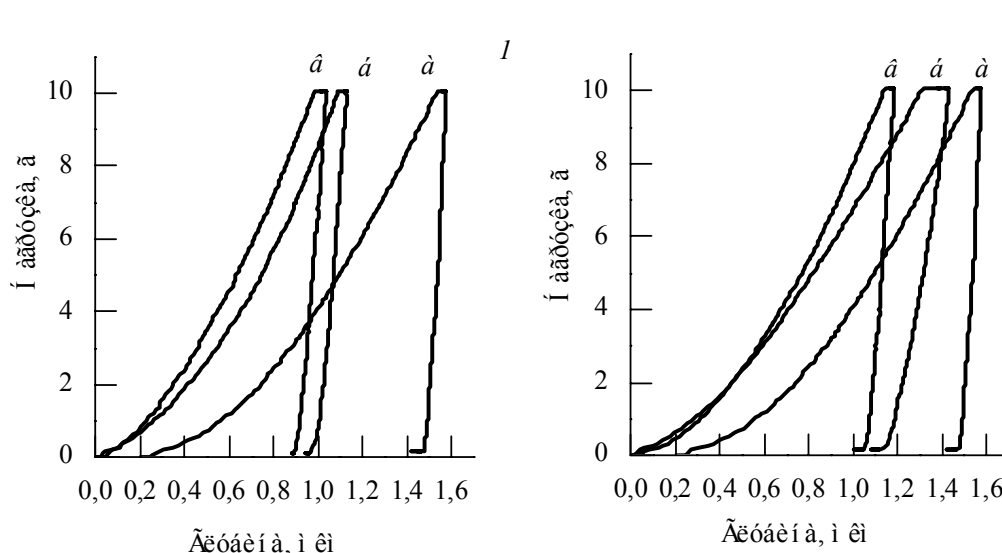


Рис. 1. Релаксация динамических кривых для армко-железа

1 – образец обработан азотосодержащей плазмой

2 – образец обработан водородосодержащей плазмой

a – вид динамической кривой до обработки; б – вид динамической кривой сразу после обработки;

в – вид динамической кривой через 5 суток;

током, генерируемым МПК, приводит к формированию глубоких модифицированных слоев, микроструктура которых формируется в результате скоростного нагрева с последующим охлаждением. В процессе воздействия на поверхность происходит насыщение легирующим элементом обрабатываемого материала. После воздействия азотосодержащей плазмы спектральный анализ показал, что в процессе воздействия компрессионного плазменного потока, генерируемого МПК, на железо происходит внедрение до 20 ат.% азота в  $\alpha$ -Fe решетку, определяющего фазовый состав модифицированного слоя. Глубина проникновения азота примерно 4 микрометра, для водорода эта величина не превышает 1 мкм.

Данные динамического твердомера представлены на рисунках.

В процессе плавления и кристаллизации на границе раздела кристалл-расплав будет возникать существенный градиент температур. Можно предположить, что в случае кристаллизации железа в поверхностных слоях будут возникать термоупругие напряжения как сжатия, так и растяжения. Подобные явления способствуют генерации дислокаций в поверхностном слое. Как следствие, эти области начинают притягивать атомы примесей, как внедренные, так и исходные, в результате чего движение дислокаций затрудняется. Таким образом внедренный в поверхностные слои водород препятствует движению дислокаций, что вызывает увеличение твердости.

В процессе внедрения азота имеет место формирование твердого раствора и при повышенных концентрациях прецетатов нитридных фаз.

С течением времени путем диффузии внутри зерен твердого раствора идет образование участков, обогащенных растворенным элементом (зон Гинье — Престона) и (или) дисперсных частиц избыточных фаз, чаще всего химических соединений. Упрочнение при старении — результат торможения дислокации теми выделениями, которые образовались при распаде пересыщенного твердого раствора.

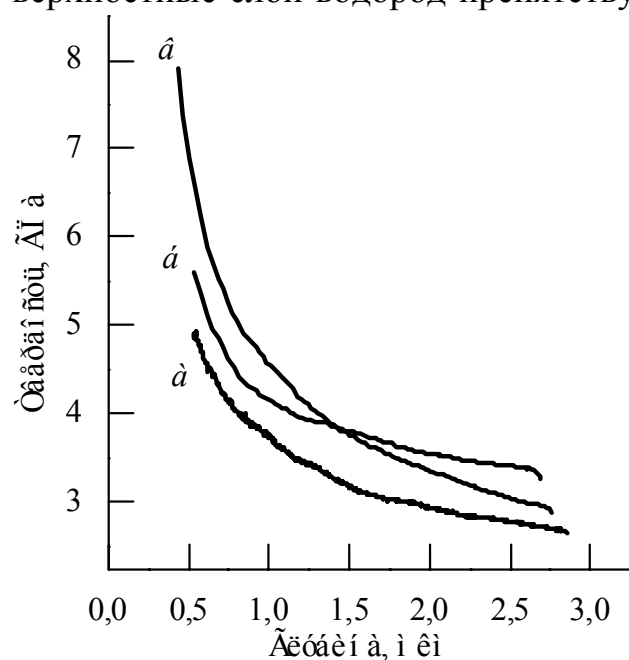


Рис. 2. Значения твердости для образцов армко-железа:

а — образец до обработки

б — образец обработан водородосодержащей плазмой

в — образец обработан азотосодержащей плазмой

Можно указать три главные причины упрочнения: 1) торможение дислокации полем упругих напряжений в матрице вокруг выделений; 2) «химическое» упрочнение при перерезании выделений дислокациями; 3) упрочнений при обходе частиц дислокациями.

Используя динамические кривые нагружения по методике С.Н. Дуба были построены зависимости твердости от глубины. На кривой для образца обработанного азотной плазмой видно увлечение твердости у поверхности с равномерным спадом с увеличением глубины. Значение 7 ГПа соответствует параметрам твердости азотистого мартенсита, для ферридно-нитридной смеси – 3,5-5,0 ГПа.

Что вполне соответствует литературным данным [6]. При обработке поверхности водородом таких высоких значений твердости не наблюдается. Можно говорить, что увеличение микротвердости связано в основном с деформационным упрочнением.

### Литература

1. *Асташинский В. В.* «Структурно-фазовое состояние приповерхностных слоев железа и углеродистых сталей, модифицированных компрессионными плазменными потоками»/Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук/ Мн. 2008 – 125с.
2. «Модификация материалов ионными и плазменными пучками»// В.В. Углов, В.М. Анищик/ Мн.:2003 – 190с.
3. *Федосов С. А., Пешек Л.* «Определение механических свойств материалов микроиндентированием»// М.:2004 – 97с.
4. *Бернштейн М. Л.* Термомеханическая обработка металлов и сплавов, т. 1–2, М., 1968.
5. *Дуб С. Н.* «Испытание тонких пленок на нанотвердость»// АН Украины – 2000
6. Thermal stability of laser-produced iron nitrides / M. Han [et al.] // Journal of Applied Physics. – 2001. – Vol. 89, N 8. – P. 4619-4624.
7. «Физика и применение плазменных ускорителей»// ред. А.И. Морозов/ Мн.:1974 – 398с.

## ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ЗАСОРЕНИЙ ОБУЧАЮЩЕЙ ВЫБОРКИ НА ТОЧНОСТЬ АЛГОРИТМОВ КРЕДИТНОГО СКОРИНГА

А. Е. Алексеев, В. С. Дежемесова

### ВВЕДЕНИЕ

Целью кредитного скоринга является управление кредитным риском, а именно автоматизация принятия решений по выдаче банковских кредитов, а также условиям кредитования. Кредитный скоринг осуществляется с помощью компьютерных систем, обеспечивающих автоматическую классификацию потенциальных заемщиков коммерческого банка на основе доступной информации по степени кредитоспособности. Основным компонентом систем кредитного скоринга являются реализованные в них статистические модели и методы классификации неоднородных многомерных данных. К числу наиболее часто используемых в системах кредитного скоринга методов классификации относятся дискриминантный анализ (в предположении о совместном нормальном распределении анализируемых признаков) и методы классификации на основе логит-модели и пробит-модели бинарного и множественного выбора [1].

Целью данной статьи является сравнительный анализ точности классификации с помощью алгоритма дискриминантного анализа и алгоритма классификации на основе логит-модели бинарного выбора. Кроме того, исследуется влияние засорений в выборке на процент точных классификаций. Для тестирования используются реальные данные по заемщикам белорусского коммерческого банка.

### 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ КРЕДИТНОГО СКОРИНГА

Пусть потенциальный заемщик банка характеризуется некоторым набором показателей, из которых образован  $N$ -мерный вектор признаков  $x = (x_1, \dots, x_N)^T \in \mathbb{R}^N$ . Предположим, что целью кредитного скоринга является классификация потенциальных заемщиков банка на  $L=2$  класса: класс  $\Omega_0$  надежных заемщиков, относительно которых ожидается выполнение кредитных обязательств, и класс  $\Omega_1$  ненадежных заемщиков, относительно которых ожидается невыполнение кредитных обя-

зательств. В выдаче кредита заемщикам из класса  $\Omega_1$  может быть отказано. Данную задачу можно сформулировать в терминах теории статистических решений следующим образом.

Пусть в пространстве  $\mathfrak{R}^N$  регистрируются случайные наблюдения  $x = x(\omega) \in \mathfrak{R}^N$  над объектами  $\omega \in \Omega$ , принадлежащими к  $L = 2$  классам  $\{\Omega_0, \Omega_1\}$ , удовлетворяющим условиям:

$$\Omega_0 \cap \Omega_1 = \emptyset, \Omega_0 \cup \Omega_1 = \Omega.$$

Истинный номер класса  $d^0 = d^0(\omega) \in S = \{0, 1\}$ , к которому принадлежит наблюдение  $x = x(\omega)$ , является дискретной случайной величиной с распределением вероятностей:

$$P\{d^0(\omega) = i\} = \pi_i > 0, i \in S; \pi_0 + \pi_1 = 1, \quad (1)$$

где  $\pi_0, \pi_1 = 1 - \pi_0$  – априорные вероятности классов.

Случайный вектор признаков  $x = x(\omega)$  для объектов из фиксированного класса  $\Omega_i \in S$  ( $d^0 = i$ ) описывается некоторой условной плотностью распределения  $p_i(x)$ , а безусловная плотность распределения случайного вектора  $x = x(\omega)$  (плотность смеси распределений) определяется выражением:

$$p(x) = \pi_0 p_0(x) + (1 - \pi_0) p_1(x). \quad (2)$$

Задача кредитного скоринга заключается в отнесении заемщика коммерческого банка  $\omega \in \Omega$  к одному из классов  $\{\Omega_i\}_{i \in S}$  по совокупности его признаков  $x = x(\omega)$ , то есть в оценивании неизвестного (ненаблюдаемого) номера класса  $d^0 = d^0(\omega) \in S$  для заемщика  $\omega$  по известному значению его показателей  $x = x(\omega) \in \mathfrak{R}^N$ .

На практике вероятностные характеристики  $\{\pi_i, p_i(x)\}_{i \in S}$  классов  $\{\Omega_i\}_{i \in S}$  частично или полностью не известны. Однако банк может располагать кредитной базой данных, включающей информацию о заемщиках, для которых ранее выдавались кредиты и классификация которых на классы  $\{\Omega_0, \Omega_1\}$  к текущему моменту точно известна. Обозначим через  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$  выборку векторов признаков, соответствующих таким заемщикам коммерческого банка и будем называть ее классифицированной обучающей выборкой объема  $n$ . Будем предпола-

гать, что выборка  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$  образована из  $n$  независимых в совокупности случайных векторов  $x_1, \dots, x_n$  с плотностью распределения  $p(x)$  вида (2). Поскольку обучающая выборка является классифицированной, то для каждого наблюдения  $x_t = x(\omega_t)$  из обучающей выборки  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$  точно известен номер класса  $d_t^0 = d^0(\omega_t) \in S (t = 1, \dots, n)$ .

Обучающая выборка  $X$  используется на «этапе обучения» для статистического оценивания вероятностных характеристик  $\{\pi_i, p_i(x)\}_{i \in S}$  и построения решающего правила классификации, которое затем применяется на «этапе экзамена» для классификации новых заемщиков по соответствующим наблюдениям  $x_{n+1}, x_{n+2}, \dots$ .

Методы построения и конкретный вид решающего правила классификации зависят от дополнительных модельных предположений относительно вероятностной модели наблюдений, которые в свою очередь, обусловлены особенностями реально наблюдаемых показателей. Рассмотрим случай, когда вектор признаков  $x = (x_1, \dots, x_N)^T \in \mathfrak{R}^N$  имеет нормальный закон распределения.

## 2. АЛГОРИТМ КРЕДИТНОГО СКОРИНГА НА ОСНОВЕ ДИСКРИМИНАНТНОГО АНАЛИЗА ГАУССОВСКИХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕКТОРОВ

Пусть условные плотности  $\{p_i(\cdot)\}_{i \in S}$ , описывающие классы  $\{\Omega_i\}_{i \in S}$  являются плотностями  $N$ -мерного нормального закона распределения и различаются для разных классов значениями параметров:

$$p_i(x) = n_N(x | \mu_i, \Sigma_i), \quad x \in \mathfrak{R}^N, \quad i \in S, \quad (3)$$

где для гауссовского случайного вектора наблюдений  $x \in \mathfrak{R}^N$  из класса  $\Omega_i (d^0 = i)$ :  $\mu_i = E\{x | d^0 = i\}$  – вектор условного математического ожидания,  $\Sigma_i = E\{(x - \mu_i)(x - \mu_i)' | d^0 = i\}$  – невырожденная условная ковариационная  $(N \times N)$ -матрица ( $|\Sigma_i| \neq 0$ ).

Сформулируем вначале оптимальное в смысле минимума вероятности ошибки решающее правило (известное как байесовское решающее правило) для двух классов  $L = 2, S = \{0, 1\}$ .

Оптимальное в смысле минимума вероятности ошибки решение о принадлежности заемщика с характеристиками  $x$  к классу с номером  $\hat{d} \in S = \{0, 1\}$  выносится с помощью квадратичного байесовского решающего правила (БРП) вида [4]:

$$\hat{d} \equiv \hat{d}(x) = \arg \min_{i \in S} ((x - \mu_i)' \Sigma_i^{-1} (x - \mu_i) + \ln |\Sigma_i| - 2 \ln \pi_i). \quad (4)$$

В случае, когда ковариационные матрицы случайных векторов признаков для всех классов равны ( $\Sigma_0 = \Sigma_1 = \Sigma$ ,  $|\Sigma| \neq 0$ ) модель (1)-(4) часто называется моделью Фишера. Для модели Фишера БРП (4) принимает вид:

$$\hat{d}(x) = \arg \min_{i \in S} ((x - \mu_i)' \Sigma^{-1} (x - \mu_i) - 2 \ln \pi_i). \quad (5)$$

БРП (5) допускает эквивалентное представление в виде:

$$\hat{d}(x) = U(G_0(x)) + 1, \quad x \in \mathfrak{R}^N, \quad (6)$$

где  $U(w) = \begin{cases} 0, & \text{если } w < 0, \\ 1, & \text{если } w \geq 0 \end{cases}$  – единичная функция Хевисайда,

$$G_0(x) = \beta^T x + \beta_0,$$

$$\beta = (\mu_1 - \mu_0)^T \Sigma^{-1} \in \mathfrak{R}^N, \quad \beta_0 = -\frac{1}{2}(\mu_1 + \mu_0)^T \Sigma^{-1}(\mu_1 - \mu_0) - \ln \frac{\pi_0}{1 - \pi_0}. \quad (7)$$

– линейная дискриминантная функция Фишера.

При равновероятных классах ( $\pi_0 = \pi_1 = 1/2$ ) вероятность ошибки  $\hat{P}$  для БРП (6), (7) вычисляется по формуле:

$$\hat{P} = \Phi\left(-\frac{\Delta}{2}\right), \quad \Delta = \sqrt{(\mu_1 - \mu_0)^T \Sigma^{-1} (\mu_1 - \mu_0)}, \quad (8)$$

где  $\Delta$  – межклассовое расстояние Махаланобиса, характеризующее степень разделимости классов,  $\Phi(\cdot)$  – функция распределения стандартного нормального закона.

В случае, когда вероятностные характеристики  $\{\pi_i, p_i(x)\}_{i \in S}$  классов  $\{\Omega_i\}_{i \in S}$  неизвестны и имеется классифицированная обучающая выборка  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ , используется подстановочное байесовское решающее правило (ПБРП), которое получается подстановкой в БРП (4) (или (5))

несмещенных статистических оценок неизвестных характеристик  $\{\pi_i, \mu_i, \Sigma_i\}_{i \in S}$  ( $i \in S$ ).

Для исследования прогностической способности модели вычисляются ожидаемые значения номера класса  $\hat{d}(x_t)$  и сравниваются с истинным номером  $d^0(x_t)$ , к которому принадлежит

$t$ -й заемщик ( $t = 1, \dots, n$ ). По результатам классификации выборки  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$  находятся оценки вероятностей ошибок первого и второго рода ( $\hat{P}_1$  и  $\hat{P}_2$ , соответственно):

$$\hat{P}_1 = P\{\hat{d}(x_t) \neq d^0(x_t) | d^0(x_t) = 1\}, \quad \hat{P}_2 = P\{\hat{d}(x_t) \neq d^0(x_t) | d^0(x_t) = 0\},$$

где  $\hat{P}_1$  – вероятность ошибочного признания «проблемного» заемщика «непроблемным» (потери типа «прямых убытков»),  $\hat{P}_2$  – вероятность ошибочного признания «непроблемного» заемщика «проблемным» (потери типа «упущенной выгоды»).

Очевидно, что чем меньше значения вероятностей ошибок, тем лучше прогностические способности модели.

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ КРЕДИТНОГО СКОРИНГА

В этом пункте описанный выше скоринговый алгоритм применяется для классификации 40 заемщиков белорусского коммерческого банка.

Для анализа финансового состояния заемщика банка используются следующие балансовые коэффициенты: коэффициент абсолютной (мгновенной) ликвидности юридического лица (К2), коэффициент обеспеченности собственными средствами (К5), коэффициент финансовой независимости (автономии) (К7), коэффициент финансовой напряженности (К9).

Обучающая выборка включает 40 наблюдений. Таким образом, имеем  $L = 2$ ,  $N = 4$ ,  $n = 40$ .

Для классификации заемщиков банка, кроме описанного выше алгоритма дискриминантного анализа, используется классификация на основе логит-модели бинарного выбора [2], в которой вектор объясняющих переменных также сформирован из коэффициентов К2, К5, К7, К9. Вероятности ошибочных классификаций (ошибки первого и второго рода, а также безусловная вероятность ошибки в процентах) для различных алгоритмов для исходной выборки, а также при удалении аномальных наблюдений представлены в табл. ниже.



Оценивание вероятности ошибочной классификации

| Метод                                  | До/после удаления аномальных наблюдений | $\hat{P}_1$ | $\hat{P}_2$ | $\hat{P}$ |
|----------------------------------------|-----------------------------------------|-------------|-------------|-----------|
| Алгоритм дискриминантного анализа      | Исходная выборка                        | 14.8        | 46.15       | 25        |
|                                        | Выборка без аномальных наблюдений       | 8.00        | 42.8        | 15.6      |
| Алгоритм логит-модели бинарного выбора | Исходная выборка                        | 11.00       | 42.86       | 18.3      |
|                                        | Выборка без аномальных наблюдений       | 4.00        | 30.77       | 12.5      |

Таким образом, алгоритм классификации на основе логит-модели бинарного выбора обладает лучшими прогностическими способностями по сравнению с методом дискриминантного анализа, о чем говорят меньшие значения вероятностей ошибок первого и второго рода до и после исключения аномальных наблюдений из выборки. Аномальные наблюдения были выявлены на этапе предварительного анализа данных с помощью методов визуализации данных и алгоритмов кластерного анализа. Рассматривалась также возможность исключения аномальных наблюдений с помощью двухэтапной процедуры, основанной на использовании теста Хампеля и межклассового расстояния Махаланобиса [3]. Исключение аномальных наблюдений из выборки уменьшает вероятности ошибочных классификаций, тем самым, увеличивая количество точных классификаций заемщиков. Во всех случаях вероятность ошибки первого рода намного меньше, чем вероятность ошибки второго рода, а это значит, что вероятность пропустить «проблемного» заемщика значительно ниже вероятности отнесения «непроблемного» заемщика к классу «проблемных».

### Литература

1. Гринь Н.В., Малюгин В.И. Исследование точности методов классификации многомерных данных в задачах кредитного скоринга // Вестник ГрГУ. Сер.2. – 2008. – №1. – С.77–85.
2. Малюгин В.И. Оценка устойчивости банков на основе эконометрических моделей. Банковский Вестник, 2007, Февраль.
3. Харин Ю. С. Робастность в статистическом распознавании образов. Минск, Университетское, 1992.

## КРИПТОГРАФИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГЕНЕРАТОРА МАКЛАРЕНА – МАРСАЛЬИ

И. Б. Бережной

Для быстрой и надежной защиты больших объемов данных используются поточные криптосистемы, основным элементом которых

является, как правило, генератор псевдослучайных последовательностей, от качества которого в значительной степени зависит криптостойкость алгоритма шифрования. Работа посвящена изучению некоторых криптографических свойств генератора псевдослучайных последовательностей Макларена – Марсальи [1,2].

Данный генератор состоит из таблицы  $T$  размера  $N$  и двух простейших генераторов псевдослучайных последовательностей:  $G_1$  и  $G_2$ . Генератор  $G_1$  порождает «заполняющую» («исходную») последовательность  $u$  над множеством  $\{0, \dots, p-1\}$ , генератор  $G_2$  – «управляющую» последовательность  $v$  над  $\{0, \dots, N-1\}$ , результирующая последовательность –  $z$  над  $\{0, \dots, p-1\}$ .

Если  $T_j(i)$  – заполнение  $j$ -ой ячейки памяти перед началом  $i$ -го такта, то преобразование информации на  $i$ -ом такте описывается следующим образом:

$$z(i) = T_{v(i)}(i),$$

$$T_j(i+1) = \begin{cases} T_j(i), & \text{если } j = v(i) \\ u(i), & \text{если } j \neq v(i) \end{cases}; \quad j \in \{0, \dots, N-1\}, \quad i = 1, 2, \dots$$

Таким образом, последовательность  $v$  определяет адреса, по которым считываются в  $z$  и записываются в память элементы последовательности  $u$ .

Пусть  $i_0$  – такое минимальное натуральное число, что через  $i_0 - 1$  шагов в таблице  $T$  не останется начальных значений.

**Лемма 1.** Если  $v$  – последовательность равномерно распределенных случайных величин и

$$B(k, n) = B(k, n-1) \cdot \frac{k}{N} + B(k-1, n-1) \cdot \frac{N-k+1}{N}$$

– рекурсивная функция со следующими ограничениями:

$$B(k, k) = \frac{N!}{N^k (N-k)!}, \quad B(1, n) = \frac{1}{N^{n-1}},$$

то распределение вероятностей для  $i_0$  следующее:

$$P\{i_0 = l+1\} = \frac{1}{N} B(N-1, l-1), \text{ где } l \geq N.$$

Для элементов  $z$  с индексом  $i \geq i_0$  введем специальную характеристику – расстояние сдвига  $L(i) = \min\{l \in N : v(i-l) = v(i)\}$ . Ее смысл – расстояние между местом элемента в последовательности  $z$  и в исходной последовательности  $u$ :  $z(i) = u(i - L(i))$ .

**Лемма 2.** Если  $v$  – последовательность равномерно распределенных случайных величин, то  $L(i)$  обладает следующими распределением вероятностей, математическим ожиданием и дисперсией:

$$P\{L(i) = j\} = \frac{\frac{1}{N} C^{j-1}}{1 - C^i}, \quad \text{где } C = 1 - \frac{1}{N};$$

$$E\{L(i)\} = N - \frac{iC^i}{1 - C^i} \xrightarrow{i \rightarrow \infty} N;$$

$$D\{L(i)\} = N^2 - N - \frac{i^2 C^i}{(1 - C^i)^2} \xrightarrow{i \rightarrow \infty} N^2 - N.$$

Данные формулы показывают, что начиная с определенного места разброс значений для  $L(i)$  не меняется и зависит от размера таблицы.

**Теорема 1.** Если в качестве  $G_2$  применяется LFSR генератор с примитивным характеристическим многочленом, то период последовательности расстояний сдвигов определяется формулой:

$$T(\{L(i)\}) = \frac{T(v)}{N - 1}.$$

**Лемма 3.** Если последовательности  $u$  и  $v$  – периодические, то период выходной последовательности  $T(z)$  удовлетворяет соотношениям:

$$\frac{HOK(T(u), T(\{L(i)\}))}{T(\{L(i)\})} \mid T(z) \text{ и } T(z) \mid HOK(T(u), T(\{L(i)\})).$$

Далее под равномерной случайной последовательностью (РСП) периода  $\tau$  будем понимать многократно повторенную фиксированную реализацию вектора длины  $\tau$  с равномерно распределенными на  $\{0, 1, \dots, N - 1\}$  элементами, которая не имеет меньшего периода.

**Теорема 2.** Пусть  $u$  – случайным образом (равномерно) выбранная последовательность над множеством  $\{0, \dots, p - 1\}$  периода  $\tau$ ,  $v$  – РСП некоторого периода и последовательность сдвигов  $\{L(i)\}$  имеет период  $t$ . Тогда вероятность того, что у результирующей последовательности будет период, меньший, чем  $HOK(\tau, t)$ , удовлетворяет следующему соотношению:

$$P\{T(z) = s \cdot r\} \leq \left( \frac{1}{p} + \frac{1 + C^\tau}{(2N - 1)(1 - C^\tau)} \right)^{HOK(t, \tau) - rs},$$

где  $s = \frac{HOK(t, \tau)}{t}$ ,  $r | t$ ,  $r < t$ .

*Следствие 1.* При выполнении условий теоремы 2  $T(z) \stackrel{n.n.}{=} HOK(\tau, t)$ .

*Следствие 2.* В случае применения в качестве  $G_2$  LFSR генератора с примитивным характеристическим многочленом период выходной последовательности определяется следующей формулой:

$$T(z) \stackrel{n.n.}{=} HOK\left(T(u), \frac{T(v)}{N-1}\right).$$

На основании результатов серии компьютерных экспериментов была выдвинута следующая гипотеза.

**Гипотеза.** При использовании в качестве  $G_1$  и  $G_2$  LFSR генераторов на различных примитивных характеристических многочленах линейная сложность выходной последовательности  $\Lambda(z)$  определяется формулой:

$$\Lambda(z) = \Lambda(u) \cdot \frac{N^{\Lambda(v)} - 1}{N - 1},$$

и для характеристических многочленов исходной и выходной последовательностей верно соотношение:  $f_u(x) | f_z(x)$ .

Также для малых значений был проведен анализ марковости выходной последовательности, который свидетельствует о высоком качестве «запутывания» исходной структуры генератора  $G_1$ .

### Литература

1. Алферов А.П., Зубов А.Ю., Кузьмин А.С., Черемушкин А.В. Основы криптографии. – М.: Гелиос АРВ, 2005.
2. Харин Ю.С., Берник В.И., Матвеев Г.В., Агиевич С.В. Математические и компьютерные основы криптологии. – Мн.: Новое знание, 2003.

## ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ РЕГИОНАЛЬНЫМИ СТРУКТУРАМИ

**Н. Ю. Костюкович**

В работе рассматривается трехуровневая система управления с распределенными источниками информации. Предлагается подход к автоматизации хранения, обработки и быстрой интеграции фрагментов информации в целевую предметную область [1].

Рассмотрим стандартную схему взаимодействия различного типа административных органов в рамках модели Район – Область – Республика (Рис. 1.).

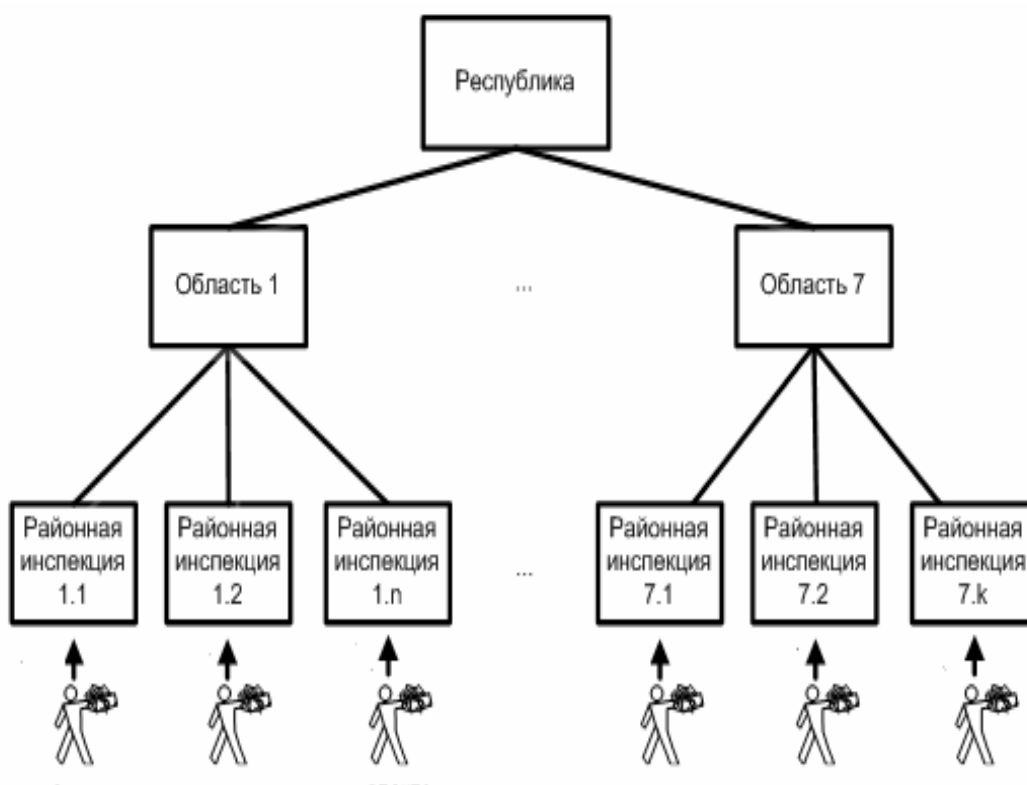


Рис. 1. Схема взаимодействия

Данная схема, как правило, характеризуется:

- большим объемом информации, требуемой для описания каждого из объектов;
- значительным количеством источников исходной информации (134 районные инспекции);
- распределенностью источников по территории республики.

Приведенные выше свойства говорят о возможности выбора много-агентного подхода [2] в качестве концептуальной основы разработки Системы.

Опишем основных участников, участвующих в разработке автоматизированной системы управления.

Одушевленные акторы, участвующие в работе системы известны и находятся на трех уровнях (начиная с первого уровня порождения первичных данных): район (инспекция), область, республика.

Следовательно, в информационно-коммуникативной модели (ИКМ) присутствуют по крайней мере три агента:

$$\text{ИКМ} = \langle a\text{Insp}, a\text{Obl}, a\text{Resp} \rangle$$

Агент  $a\text{Insp}$  – реализует процессы решения задач одушевленными акторами на уровне Инспекция. Агент  $a\text{Insp}$  обеспечивает:

- организацию и ведение БД-і по всем объектам на уровне инспекции,
- обработку всех объектов для получения выходных форм, требуемых на уровне инспекции,
- отсылку всех данных на уровень Область.

Агент aObl – агент, реализующий процессы решения задач одушевленными акторами на уровне Область. Агент aObl обеспечивает:

- формирование и поддержку БД на уровне области,
- получение информации от агента aInsp,
- организацию и ведение БД-о с целью получения необходимых форм на уровне области,
- отсылку всей необходимой информации на уровень Республика.

Агент aResp – реализует процессы решения задач одушевленными акторами на уровне Республика. Агент aResp обеспечивает:

- формирование и поддержку БД на уровне республики,
- получение информации от агента aObl,
- обработку БД-г с целью получения необходимых форм на уровне республики.

Так как информация накапливается и обрабатывается на каждом из трех уровней, то и баз данных соответственно должно быть три. Причем на текущем уровне должна быть доступна информация предыдущих уровней.

Каждый агент реализует процессы, обеспечивающие решение специфической группы задач на каждом уровне с использованием соответствующей информации из базы данных своего уровня. Так как объем информации логически растет по принципу снизу вверх, между агентами необходимо организовать обмен сообщениями двух типов: Сообщение типа 1 (между агентами aInsp и aObl) и Сообщение типа 2 (между агентами aObl и aResp).

Обобщим вышесказанное в форме общей информационно-коммуникативной схемы функционирования Системы (Рис. 2.).

На основе ИКМ были разработаны модели агентов «Район», «Область», «Республика» (Пример модели для уровня «Район» - Рис. 3.) и алгоритмы их взаимодействия. Разработан алгоритм синхронизации данных между агентами различных уровней, а также алгоритм построения входных и выходных форм. Предложены также концептуальные модели посредника для информационного обмена агентов, модель пользователей Системы и модель унифицированного интерфейса. Была разработана подсистема защиты от несанкционированного доступа к данным, а также автоматическое архивирование на случай сбоев и аварийных ситуаций.

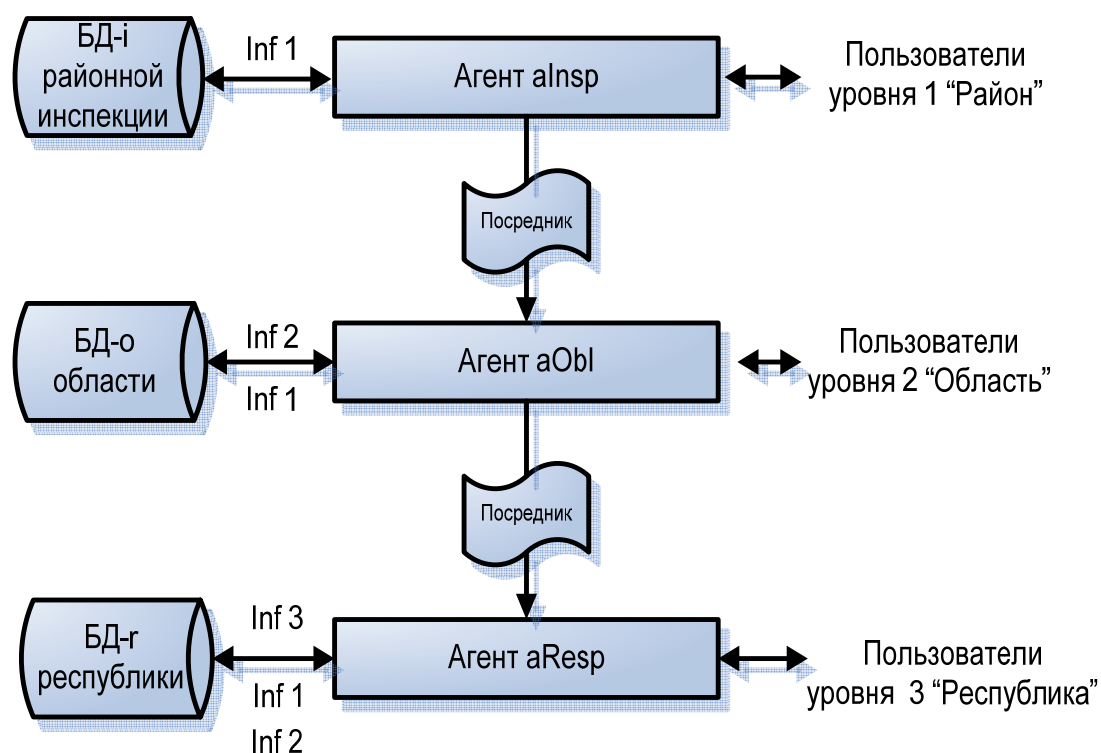


Рис. 2. Информационно-коммуникативная модель

Система реализована с помощью платформы Microsoft .NET и SQL Server 2005.

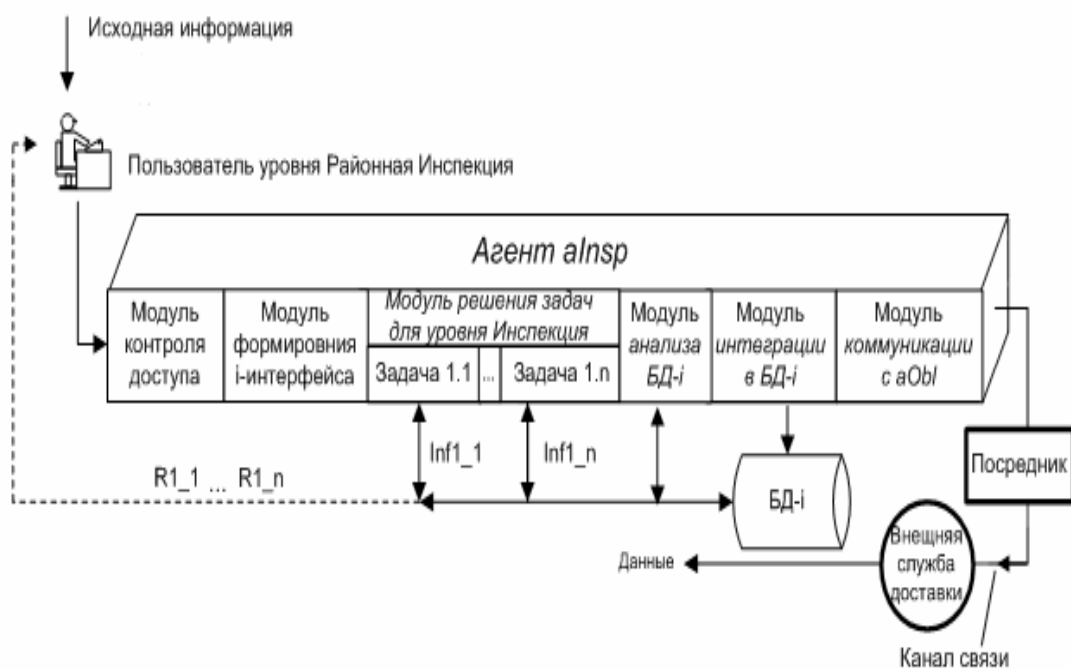


Рис. 3. Модель агента Район

Данный подход применен в одном из административных органов Республики Беларусь.

### Литература

1. *Краснопрошин, В.В.* Интеграция распределенных экспертных знаний: проблемы и решения /В.В. Краснопрошин, Г. Шаках, А.Н. Вальвачев // Информатика. – Минск, 2004. – № 1. – С. 45–53.
2. *Katia, P. Sycara* Multiagent Systems /Katia P. Sycara //AI Magazine. – 1998. – Vol. 10, № 2. – P. 79–93.

## ЗАДАЧА О СВЕРТКЕ БЕЛКА НА СПЕЦИАЛЬНЫХ ДВУМЕРНЫХ И ТРЕХМЕРНЫХ РЕШЕТКАХ

**Е. А. Левина**

Одна из важных задач молекулярной биологии заключается в нахождении третичной структуры белка, исходя из информации об его первичной структуре [1, 2]. Напомним, что упорядоченная последовательность аминокислот, из которых состоит белок, называется первичной структурой белка. Под воздействием физиологических условий каждый белок “свертывается” в уникальную трехмерную структуру, называемую естественной третичной структурой белка. Третичная структура определяет функции, которые белок выполняет в организме. Возникает следующая естественная задача: найти вычислительный метод восстановления третичной структуры белка по известной упорядоченной последовательности аминокислот, ассоциированной с данным белком. В литературе эта задача известна как задача о свертке белка (protein folding problem) [1 – 3].

На практике часто рассматривают упрощенные модели для задачи о свертке белка [4, 5]. Одной из таких моделей является НР-модель, предложенная К. Диллом [5]. В этой модели белок трактуется как последовательность аминокислот, рассматриваемых с точностью до гидрофобности, а пространство свертки описывается с помощью геометрического графа, ассоциированного с некоторой двумерной или трехмерной решеткой. Свертке белка соответствует инъективное отображение аминокислот в вершины графа, при котором соседние в последовательности аминокислоты соответствуют смежным вершинам графа. Третичная структура белка определяется сверткой, в которой число пар гидрофобных аминокислот, соответствующих смежным вершинам графа и не являющихся соседними членами первичной структуры, максимально. Такие пары называются контактными парами (или просто контактами). В дальнейшем, без ограничения общности будем считать, что белок задан в виде бинарной последовательности, где единицам соответствуют гидрофобные аминокислоты, а нулям – гидрофильные.



Пусть дана строка  $p = p_1 p_2 \dots p_m$ ,  $p_i \in \{0, 1\}$ ,  $i = \overline{1, m}$  и граф  $G$  с множеством вершин  $V(G)$  и множеством ребер  $E(G)$ . Инъекция  $\varphi: \{1, 2, \dots, m\} \rightarrow V(G)$ , такая, что  $\{\varphi(i), \varphi(i+1)\} \in E(G)$ ,  $i = \overline{1, m-1}$ , называется укладкой строки  $p$  в граф  $G$ . Укладка называется конформацией, если никакие два ребра в укладке не имеют геометрического пересечения. Таким образом, задача о свертке белка в рамках НР-модели сводится к нахождению конформации с наибольшим числом контактов среди всех возможных конформаций. Известно [6], что эта задача является NP-трудной для графов, ассоциированных с двумерной квадратной и трехмерной кубической решетками.

В работе исследована задача о свертке белка в случае триангулированной двумерной и трехмерной решеток, а также квадратной двумерной решетки с диагоналями в рамках стандартного НР-подхода. Для этой задачи разработаны приближенные алгоритмы линейной (от длины строки) сложности и обладающие гарантированными оценками точности:

- алгоритм остовной укладки для двумерной триангулированной решетки с оценкой 4;
- алгоритм укладки стрелой для двумерной триангулированной решетки с оценкой 2;
- алгоритм укладки звездой для трехмерной триангулированной решетки с оценкой 1.875;
- алгоритм остовной укладки для двумерной квадратной решетки с диагоналями с оценкой 3.

При исследовании задачи в случае триангулированной решетки использованы локальные правила укладки строк из [4]. На их основе разработаны и программно реализованы соответствующие приближенные алгоритмы. Более того, уточнены и доказаны утверждения, с помощью которых получаются оценки точности алгоритмов. Все доказательства ввиду ограниченности объема статьи не приводятся.

Графом двумерной триангулированной решетки назовем граф  $G = (V(G), E(G))$ , для которого выполняются следующие условия:

$$V(G) = \left\{ \left( x + \frac{y}{2}, \frac{y\sqrt{3}}{2} \right) \mid x, y \in \mathbb{Z} \right\},$$

$$E(G) = \{ \{u, v\} \mid u, v \in V(G), \|u - v\|_2 = 1 \}.$$

Такая решетка состоит из равносторонних треугольников с длиной стороны, равной 1. Под выражением  $\|u - v\|_2$  понимается норма в евклидовом двумерном пространстве разности двух векторов.

Остовный алгоритм для двумерной триангулированной решетки является 4-приближенным алгоритмом и представляет собой очень простую стратегию укладки, основанную на создании двух параллельных остовов. Остовами называются две выбранные соседние параллельные прямые, с одной стороны от которых вершины укладываются “елочкой”. В процессе укладки строка  $p$  разбивается на подстроки вида  $0^i 1^j$ , где  $i, j > 0$ . Основные правила укладки подстроки  $0^i 1^j$  приведены на рис. 1. Эти правила формируют конформацию, удовлетворяющую двум условиям: все единицы лежат на каком-нибудь из остовов; два нуля на одном остоле никогда не могут быть соседними.

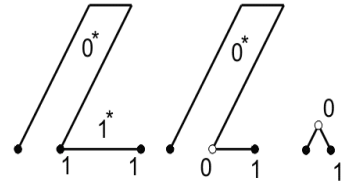


Рис. 1. Основные правила укладки подстроки вида  $0^i 1^j$  ( $1^*$  обозначает  $(j - 2)$  единицы)

Алгоритм укладки стрелой является 2-приближенным алгоритмом и основан на выборе трех параллельных соседних прямых, которые называются уровнями. На трех уровнях лежат все единицы. На среднем уровне расположены только единицы. Такая укладка строки достигается за счет того, что мы выделяем в строке максимальную подстроку, состоящую из одних единиц (так называемый стрип) и укладываем ее “змейкой” проходя через три уровня последовательно. Точная укладка стрипа зависит от того, какой остаток имеет его длина при делении на 3 и направления движения по уровням. На рис. 2 приведен пример укладки стрелой.

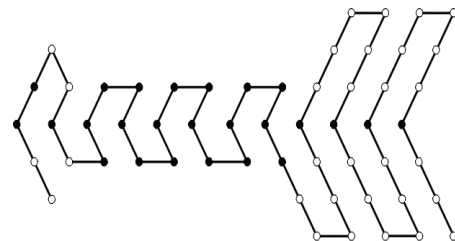


Рис. 2. Пример укладки стрелой для последовательности

$p = 00110010111111111111111111111110$   
 $00001000000110000010000001000$

Графом трехмерной триангулированной решетки назовем граф  $G = (V(G), E(G))$ , для которого выполняются следующие условия:

$$V(G) = \left\{ \left( x + \frac{y}{2} + \frac{z}{2}, \frac{y\sqrt{3}}{2} + \frac{z}{2\sqrt{3}}, z\sqrt{\frac{2}{3}} \right) \mid x, y, z \in \mathbb{Z} \right\},$$

$$E(G) = \{ \{u, v\} \mid u, v \in V(G), \|u - v\|_3 = 1 \}.$$

Такой граф состоит из равносторонних тетраэдров с длиной стороны, равной 1 и получается путем параллельного переноса триангулированных двумерных решеток вдоль оси  $Oz$  на величину  $\sqrt{2/3}$ , относительно предыдущего слоя и сдвига в плоскости  $Oxy$ .

Суть алгоритма укладки звездой состоит в следующем. Помещаем все единицы в одну плотноупакованную гидрофобную (стабильную) структуру. Основа такой структуры составлена не более чем из шести единиц на каждом уровне. Такая структура составлена из уровней, каждый из которых представляет фрагмент двумерной триангулированной решетки. Показано, что алгоритм укладки звездой имеет оценку приближения, равную 1.875.

Графом квадратной двумерной решетки с диагоналями назовем граф  $G = (V(G), E(G))$ , для которого выполняются следующие условия:

$$V(G) = Z^2 = Z \times Z,$$

$$E(G) = \{ \{u, v\} \mid u, v \in V(G), \|u - v\|_2 \leq \sqrt{2} \}.$$

Иллюстрация работы алгоритма остовной укладки для двумерной квадратной решетки с диагоналями приведена на рис. 3. Доказано, что остовный алгоритм для данной решетки является 3-приближенным.

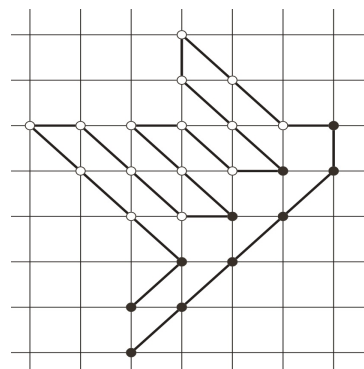


Рис. 3. Пример остовной укладки для двумерной квадратной решетки с диагоналями

### Литература

1. *Branden C.-I., Tooze J.* Introduction to protein structure / Garland Publishing. 1999.
2. *Baxevanis A., Francis Ouellette B.F.* Bioinformatics: a practical guide to the analysis of genes and proteins / John Wiley & Sons, Inc. 1998.
3. *Rashidi H.H., Buehler L.K.* Bioinformatics basics applications in biological science and medicine / CRC Press. 1999.
4. *Agarwala R., Batzoglou S., Dan V., Decatur S.E., Farach M., Hannenhalli S., Skiena S.* Local rules for protein folding on a triangular lattice and generalized hydrophobicity in the HP model / J. Comput. Biology. 1997. Vol. 4. P. 275–296.
5. *Dill K.A.* Theory for the folding and stability of globular proteins / Biochemistry. 1985. Vol. 24. P. 1501.
6. *Crescenzi P., Goldman D., Papadimitriou C., Piccolboni A., Yannakakis M.* On the complexity of protein folding / J. Comput. Biology. 1998. Vol. 5. P. 423–466.

## РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЕ АЛГОРИТМА ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

**А. Ю. Лобанов**

В связи с тем, что физические возможности совершенствования вычислительных устройств ограничены, в последнее время многие надежды на увеличение производительности связаны со специализированными

процессорами, обеспечивающими высокую степень соответствия алгоритма и архитектуры.

Однако процесс изготовления спецпроцессоров на основе СБИС накладывает определенные ограничения на их архитектуру. В связи с чем, встают задачи адаптация существующих алгоритмов для реализации на СБИС и разработка новых алгоритмов, приспособленных для реализации на СБИС.

В данной работе рассматривается проектирование линейного спецпроцессора для алгоритма численного решения уравнения теплопроводности первого рода.

Смешанная задача первого рода [1] для уравнения теплопроводности выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (1)$$

$$u(x,0) = f^{(0)}(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (2)$$

$$u(0,t) = \mu_0(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (3)$$

$$u(1,t) = \mu_1(t), \quad 0 \leq t \leq T,$$

Для решения задачи (1-3) используется следующая двухслойная явная разностная схема [1]:

$$\begin{aligned} y(i,j) &= \alpha y(i-1,j-1) + \beta y(i,j-1) + \alpha y(i+1,j-1), \\ 1 \leq i \leq N-1, \quad 1 \leq j \leq M, \\ y(0,j) &= \mu_0(j\tau), \quad 1 \leq j \leq M, \\ y(N,j) &= \mu_1(j\tau), \quad 1 \leq j \leq M, \\ y(i,0) &= f^{(0)}(ih), \quad 0 \leq i \leq N \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\alpha = \frac{a\tau}{h^2}$ ,  $\beta = 1 - \frac{a\tau}{h^2}$ . Полученная схема устойчива при  $\alpha = \frac{a\tau}{h^2} < \frac{1}{2}$ .

Однако данный алгоритм не является схемой с однократным присваиванием [2]. Привести его к схеме с однократным присваиванием можно путем увеличения числа переменных:

$$\begin{aligned}
y^{(k)}(i, j) &= \alpha y^{(1)}(i-1, j-1) + \beta y^{(2)}(i, j-1) + \alpha y^{(3)}(i+1, j-1), \\
1 \leq i \leq N-1, 1 \leq j \leq M, 1 \leq k \leq 3, \\
y^{(k)}(0, j) &= \mu_0(j\tau), \quad 1 \leq j \leq M, 1 \leq k \leq 3, \\
y^{(k)}(N, j) &= \mu_1(j\tau), \quad 1 \leq j \leq M, 1 \leq k \leq 3, \\
y^{(k)}(i, 0) &= f^{(0)}(ih), \quad 0 \leq i \leq N, 1 \leq k \leq 3
\end{aligned} \tag{5}$$

Множество векторов зачисимости имеет вид:

$$\Phi = \{\varphi_1 = (1,1), \varphi_2 = (0,1), \varphi_3 = (-1,1)\}, \tag{6}$$

Построим граф зависимостей [2] для алгоритма (4)  $G = (V, E)$ :

$$V = \{(v_1, v_2) \in Z^2, 1 \leq v_1 \leq N-1, 1 \leq v_2 \leq M\}, \tag{7}$$

$$E = \{(v_1, v_2) \in V \times V, v_2 = v_1 + \varphi, \varphi \in \Phi\}, \tag{8}$$

Граф зависимостей  $G = (V, E)$  является строго направленным [2], так как конус допустимых направлений

$$K(G) = \{\tau = (\tau_1, \tau_2) \in Z^d \mid \tau \cdot \varphi \geq 1, \varphi \in \Phi\}, \tag{9}$$

не пуст. Принадлежность вектора конусу допустимых направлений определяется системой неравенств:

$$\begin{cases} \tau_2 - \tau_1 \geq 1, \\ \tau_2 \geq 1, \\ \tau_1 + \tau_2 \geq 1 \end{cases}, \tag{10}$$

Для получения линейного спецпроцессора, зададим отображение  $\pi : Z^2 \rightarrow Z^1$ , (11)

Функция (11) называется функцией размещения. Согласно требованиям СБИС архитектуры [2], обмен данными может выполняться только между соседними в линейке процессорными элементами, что можно записать в виде:

$$\pi\varphi \in \{0, \pm 1\}, \varphi \in \Phi, \tag{12}$$

Введя дополнительное условие на неотрицательность (11), получим два возможных варианта функции размещения:

$$\pi = (0 \ 1), \tag{13}$$

$$\pi = (1 \ 0), \tag{14}$$

В данной работе рассматривается случай (13).

Для корректного ввода граничных условий введем две дополнительные переменные, транспортируемые по направлению  $\varphi_3$ , Область вычисления при этом расширяется в положительном направлении оси  $v_1$ .

$$\mu_0(v) = \mu_0(v - \varphi_3), \quad \mu_1(v) = \mu_1(v - \varphi_3), \quad (15)$$

$$v \in \bar{V} = \{(v_1, v_2) \in Z^2, 1 \leq v_1 \leq N + M - v_2 - 1, 1 \leq v_2 \leq M\}, \quad (16)$$

Для организации управления используется механизм управляющих меток, которые доставляются в вершины по принципу магистральной рассылки [2].

В нашем случае (при условии  $N > 2$ ), присутствует три вида операций, которые должен производить каждый процессорный элемент:

- вычисление, с использованием левого граничного условия
- вычисление, без использования граничных условий
- вычисление, с использованием правого граничного условия

Для этого, введем дополнительную переменную управления, которая будет передавать управляющие метки  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$ , соответственно. Метки будут передаваться по направлению  $\varphi_2$ .

В первый такт на соответствующий вход первого процессора подается метка  $m_1$ . Далее, до такта  $N-2$  подаются метки  $m_2$ , а в такт  $N-1$  подается метка  $m_3$ .

Таймирующая функция [2] для параллельной формы алгоритма будет выбираться из требования минимизации высоты параллельной формы

$$\begin{aligned} T(\tau) &= \max_{v \in \bar{V}} t(v) - \min_{v \in \bar{V}} t(v) + 1 = \max_{s \in \bar{V} - \bar{V}} \tau \cdot s + 1, \\ \bar{V} - \bar{V} &= \left\{ s \in Z^2 \mid s = v' - v'', v', v'' \in \bar{V} \right\}, \quad \tau \in K(G) \end{aligned} \quad (17)$$

и условия совмести таймирующей функции и функции размещения  $\pi$ :

$$\tau \cdot s \neq 0, \tau \in K(G), \text{ если } \pi(s) = 0, s \in \bar{V} - \bar{V}, \quad (18)$$

что при  $\pi = (0 \ 1)$  равносильно  $\tau_1 \neq 0$ .

Исходя из этого, получаем следующую задачу на минимум:

$$\begin{cases} T(\tau) = \max_{v \in \bar{V} - \bar{V}} \tau \cdot v + \max_k \tau \cdot \varphi_k \rightarrow \min, \\ 1 - \tau_2 \leq \tau_1 \leq \tau_2 - 1, \\ \tau_2 \geq 1, \\ \tau_1 \neq 0 \end{cases}, \quad (19)$$

Решив (19), получаем, что при  $\tau = (1, 2)$ , достигается минимальная высота параллельной формы алгоритма.

Для описания функционирования локальной памяти, необходимо ввести задержки по направлениям [2], определяющие количество тактов, на которое задерживается вычисленное значение перед передачей по данному направлению.

Задержки по направлениям будут равны:

$$\begin{aligned} h_{\varphi_1}(v) &= (1, 2) \cdot (1, 1) = 3, \\ h_{\varphi_2}(v) &= (1, 2) \cdot (0, 1) = 2, \\ h_{\varphi_3}(v) &= (1, 2) \cdot (-1, 1) = 1 \end{aligned} \quad (20)$$

Время реализации алгоритма будет равно:

$$T_{\min} = (1, 2) \cdot ((N - 2), (M - 1)) + 3 = N + 2M - 1, \quad (21)$$

Функционирование локальной памяти процессорного элемента описывается следующим образом:

$$\begin{aligned} R_1^{y(k)}(t) &= \alpha(I_{\varphi_1}^{\mu_0} + I_{\varphi_3}^{y(3)}) + \beta I_{\varphi_2}^{y(2)}, \quad R_1^m(t) = m_1, \quad 1 \leq k \leq 3, \\ R_1^{y(k)}(t) &= \alpha(I_{\varphi_1}^{y(1)} + I_{\varphi_3}^{y(3)}) + \beta I_{\varphi_2}^{y(2)}, \quad R_1^m(t) = m_2, \\ R_1^{y(k)}(t) &= \alpha(I_{\varphi_1}^{y(1)} + I_{\varphi_2}^{\mu_1}) + \beta I_{\varphi_2}^{y(2)}, \quad R_1^m(t) = m_3, \\ O_{\varphi_k}^{y(k)} &= R_{4-k}^{y(k)}(t-1), \quad R_2^{y(1)}(t) = R_1^{y(1)}(t-1), \quad R_1^{\mu_0}(t) = I_{\varphi_3}^{\mu_0}, \\ O_{\varphi_3}^{\mu_0} &= R_1^{\mu_0}(t-1), \quad R_2^{y(2)}(t) = R_1^{y(2)}(t-1), \quad R_1^{\mu_1}(t) = I_{\varphi_3}^{\mu_1}, \\ O_{\varphi_3}^{\mu_1} &= R_1^{\mu_1}(t-1), \quad R_3^{y(1)}(t) = R_2^{y(1)}(t-1), \quad R_1^m(t) = I_{\varphi_2}^m, \\ O_{\varphi_2}^m &= R_2^m(t-1), \quad R_2^m(t) = R_1^m(t-1), \end{aligned}$$

Таким образом, в данной работе построен параллельный алгоритм численного решения одномерного уравнения теплопроводности, и спроектирован спецпроцессор на СБИС для реализации этого параллельного алгоритма. Спецпроцессор состоит из  $M$  процессорных элементов, общее время работы алгоритма  $T_{\min} = N + 2M - 1$ .

### Литература

1. Вакульчик П.А. Методы численного анализа: Курс лекций / Мн.: БГУ, 2002. 268с.
2. Кун С. Матричные процессоры на СБИС: Пер. с англ. / М.: Мир, 1991. 672с.

# **ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В МНОГОПРОЦЕССОРНЫХ СИСТЕМАХ**

**Лю Цзяхуэй**

## **ВВЕДЕНИЕ**

Последний период развития микропроцессорной техники можно охарактеризовать сильным опережением быстродействия выполнения операций по отношению ко времени подготовки данных. Особенно названная проблема актуальна для суперкомпьютеров. Параллельная система позволяет считывать одновременно много данных. Наиболее просто эта возможность реализуется в суперкомпьютерах с распределенной памятью. Такими являются кластерные системы [1]. Для того чтобы перенести некоторые разработанные программы с последовательных компьютеров на параллельные, анализируются возможности их распараллеливания. Автоматическое распараллеливание последовательных алгоритмов позволит сократить время разработки параллельных программ.

## **1. АЛГОРИТМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АРИФМЕТИЧЕСКОГО ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СИСТЕМ**

Пусть арифметическое выражение состоит из арифметических операций, переменных и констант. Время вычислений арифметического выражения зависит от количества необходимых итераций, поэтому операции суммирования и произведения является главной затратой времени. Этот алгоритм преобразовывает арифметическое выражение на параллельные системы для вычисления. Можно ускорить время вычислений. Пусть система включает главный процессор, который выполняет процедуру анализа выражения и рассылки субвыражений, и обрабатывающие процессоры, выполняющие вычисления субвыражений. На рисунке 1 показан алгоритм преобразования последовательного выражения для параллельного вычисления. Алгоритм состоит из следующих шагов:

Шаг 1. Запись вычисляемого выражения и исходных данных из файла в главный процессор.

Шаг 2. Главный процессор анализирует данные для вычисления выражения, эти данные хранятся в системных буферах данных. Затем главный процессор рассылает данные обрабатывающим процессорам, для вычисления субвыражений.

Шаг 3. Главный процессор анализирует заданное выражение для поиска субвыражений, которые включают операции суммирования и про-



изведения. Затем он записывает субвыражения в двумерном массиве с типом “char” и их количество (N).



Рис. 1. Схема алгоритма преобразования последовательного арифметического выражения на параллельные системы

Шаг 4. Если счётчик цикла “i” меньше количества субвыражений “N”, главный процессор посылает очередные субвыражения свободному процессору. Процесс заканчивается тогда, когда все субвыражения будут вычислены.

Шаг 5. Вычисленные значения субвыражений посылаются главному процессору. Главный процессор принимает эти результаты и хранит их в одномерном массиве.

Шаг 6. Главный процессор интегрирует результат вычислений.

Шаг 7. Конец.

## 2. АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Анализ эффективности проведен для арифметических выражений 1 и 2:

$$\sum_{i=1}^{1000000} (a + b + 1) + \sum_{i=1}^{1000000} (c + d) + \sum_{i=1}^{1000000} (e + f) + \sum_{i=1}^{1000000} (g * h) + \sum_{i=1}^{1000000} (k + j) - \sum_{i=1}^{1000000} (m - l) \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{1000000} (a + b + 1) + \sum_{i=1}^{100000} (c + d) + \sum_{i=1}^{10000} (g * h) + \sum_{i=1}^{1000} (a + e) + \prod_{i=1}^{100} (b + d) + \prod_{i=1}^{10} (c - b) \quad (2)$$

Время вычисления на последовательной системе имеет следующий вид:

$$T_{\text{computing-single}} = T_{\text{initial}} + N_{\text{iterations}} \times t_{\text{unit-computing}} \times N_{\text{subequation}} \quad (3)$$

$$T_{\text{initial}} = T_{\text{initial-data}} + T_{\text{find-data}} \quad (4)$$

где  $T_{\text{computing-single}}$  – время вычисления на последовательной системе.  $T_{\text{initial}}$  – время инициализации вычислений.  $N_{\text{subequation}}$  – количество субвыражений для вычисления.  $N_{\text{iterations}}$  – количество итераций операций суммирования и произведения.  $t_{\text{unit-computing}}$  – время соответствующей вычислительной операции в системе.  $T_{\text{initial-data}}$  – время инициализации массива и записи данных в системном буфере.  $T_{\text{find-data}}$  – время поиска данных в системном буфере данных. Пусть  $N_{\text{processors}}$  – количество процессоров для вычисления на параллельной системе.  $T_{\text{computing-mult}}$  – время вычисления на параллельной системе.

Если  $N_{\text{subequation}} \leq N_{\text{processors}}$ , время вычисления на параллельной системе приобретает вид:

$$T_{\text{computing-mult}} = T_{\text{initial}} + N_{\text{iterations}} \times t_{\text{unit-computing}} \times (N_{\text{subequation}} / N_{\text{processors}}) \quad (5-1)$$

На параллельной системе лишний свободный процессор не используется для вычисления субвыражения, поэтому число активных процессоров для вычисления субвыражений равно числу субвыражений. После упрощения 5-1 получается уравнение 5-2 :

$$T_{\text{computing-mult}} = T_{\text{initial}} + N_{\text{iterations}} \times t_{\text{unit-computing}} \quad (5-2)$$

Если  $N_{\text{subequation}} > N_{\text{processors}}$ , время вычисления на параллельной системе приобретает вид:

$$T_{\text{computing-mult}} = T_{\text{initial}} + N_{\text{iterations}} \times t_{\text{unit-computing}} \times (\text{Integer}) (N_{\text{subequation}} / N_{\text{processors}}) \quad (6)$$

Ускорение вычисляется по формуле:

$$R = T_{\text{computing-single}} / T_{\text{computing-mult}} \quad (7)$$

На рисунке 2 показана зависимость времени вычисления от количества процессоров. На рисунке 3 показано ускорение при использовании сети Fast Ethernet. Если количество процессоров для вычисления равняется количеству субвыражений, то параллельные вычисления дают лучшую производительность [3].

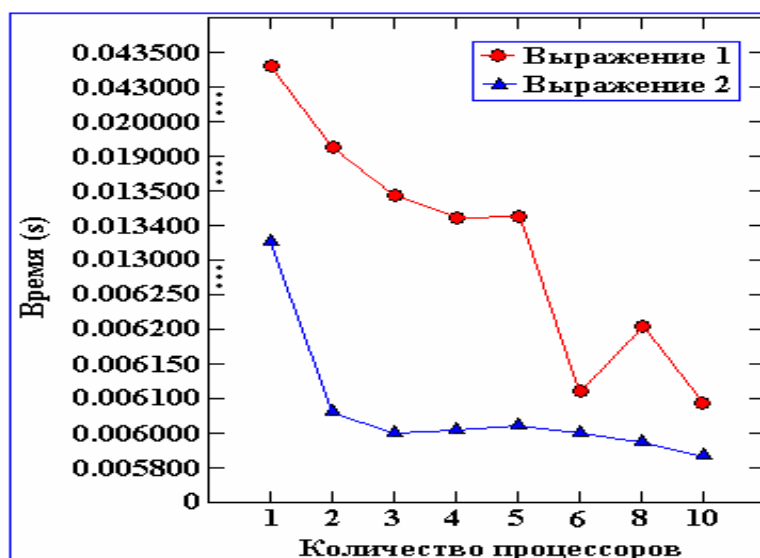


Рис. 2. Зависимость времени вычисления от количества процессоров

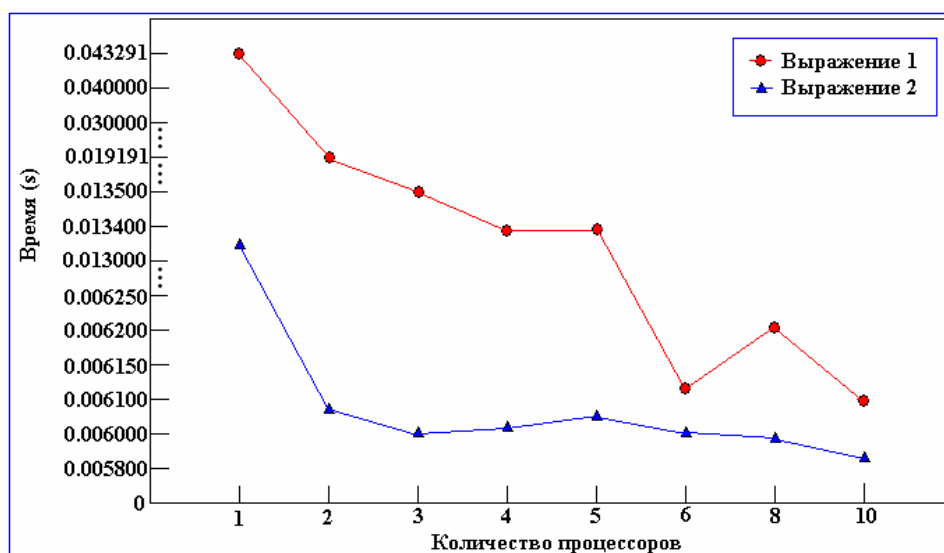


Рис. 3. Ускорение для кластера типа Beowulf с сетью Fast Ethernet

### Литература

1. Буза М.К., Зимянин Л.Ф. Модели распределенной разделяемой памяти. //II Международная научн. конф. «Сетевые компьютерные технологии» NCT'2005 Сб. тр. – Мн.: Изд.центр БГУ, 2005. – С.15-20.
2. Барский А. Б. Параллельные информационные технологии. Учебное пособие. – М.: Интернет–Университет Информационных Технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. –503 с.
3. K. Hwang, Z. Xu. Scalable Parallel Computing: Technology, Architecture, Programming. McGraw-Hill, New York, 1998.

# СИСТЕМА ВИЗУАЛИЗАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Д. И. Мазовка

## ВВЕДЕНИЕ

Моделирование реального мира является актуальной на сегодняшний день проблемой. Она возникает во многих сферах деятельности человека. Решение сводится к созданию параметрической модели, учитывающей специфику конкретной задачи. Однако процесс построения модели является сложным из-за необходимости учета множества факторов, присутствующих в реальном прототипе.

В то же время, имея только параметрическую модель, наглядно сложно оценить промежуточные и конечные результаты моделирования. Для решения этой проблемы используют визуализацию – представление модели реального мира в виде двумерного изображения.

В данной работе был рассмотрен класс задач визуализации сцен реального мира, достаточно независимых от наполнения и сложности, и построен универсальный алгоритм для их решения.

## 1. АНАЛИЗ ПРОБЛЕМЫ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Введем базовые понятия, необходимые для анализа задачи.

Объектом задачи моделирования является окружающий реальный мир, определим его через понятие *среда*. Замкнутую часть среды, моделирование которой не учитывает влияние извне, назовем *сценой*. Тогда *модель сцены* – формальное описание сцены, объектов и процессов в ней. В дальнейшем под термином «сцена» будем подразумевать именно это понятие.

Будем рассматривать сцену, как множество *объектов* – моделей физических объектов реального мира. Объекты определяются конечным набором своих *свойств* – описаний характеристик реальных прототипов.

Рассматривая типы и взаимозависимости свойств, введем разбиение множества объектов на классы: статические и динамические, простые и сложные объекты, геометрические объекты, источники освещения и камеры. Классификация является необходимой для дальнейшего решения задачи.

Динамичность среды ведет к динамичности модели сцены, ее объектов и их свойств. То есть идет процесс изменение сцены во времени. Для каждого момента времени нам нужно получить *кадр* – фиксацию свойств сцены в определенный момент времени. На практике для программной реализации алгоритмов получения кадров используют графические биб-

лиотеки, организующие доступ к аппаратному обеспечению, называемые *рендером* [1].

Для работы рендер предоставляет пользователю набор инструкций и типов данных [1]. *Стоимостью инструкции* назовем время выполнения инструкции рендера.

Таким образом, задачу можно сформулировать следующим образом: дана модель сцены, необходимо произвести такое отображение свойств ее объектов в типы данных рендера и реализовать такой алгоритм построения последовательности инструкций рендера, чтобы время генерации отдельного кадра в последовательности кадров было меньше  $1/30$  секунды.

## 2. ОБЩАЯ СХЕМА АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Решение поставленной задачи представляется в виде композиции решений подзадач. Разбиение на подзадачи происходит на основе анализа взаимодействия различных классов объектов. В процессе решения подзадач формируются так называемые *группы отображения*, которые представляют собой наборы из одного простого геометрического объекта и нуля или более источников освещения. Набор групп отображения назовем *очередью отрисовки*. В результате композиции решений подзадач мы получаем некоторую очередь отрисовки, которая преобразуется в последовательность инструкций рендера оптимальным образом.

В итоге общая схема алгоритма решения задачи визуализации может быть представлена в виде последовательности этапов:

1. Этап подготовки данных.
2. Этап моделирования процессов в сцене.
3. Этап подготовки визуализации.
  - 3.1. Формирование групп отображения.
  - 3.2. Формирование очередей отрисовки.
4. Этап визуализации.
  - 4.1. Формирование последовательности инструкций рендера.
  - 4.2. Вызов инструкций рендера.
5. Переход к шагу 2.

## 3. ПРАКТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ И ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

В основе реализации решения задачи визуализации лежит представленный выше общий алгоритм. Практическое решение представляет собой программную систему, получающую на вход сцену и генерирующую последовательность кадров на выходе.

Система состоит из набора компонент, определяющих этапы обработки и необходимые типы данных. Основными компонентами являются:

base (определение множества классов, задающих каркас системы), scene (работа на уровне сцены, ее объектов и их свойств), render (связь системы с библиотекой рендера). Вспомогательные компоненты: application, resource, entry point, constructor и serializers. Все компоненты были сделаны в виде динамически подключаемых библиотек.

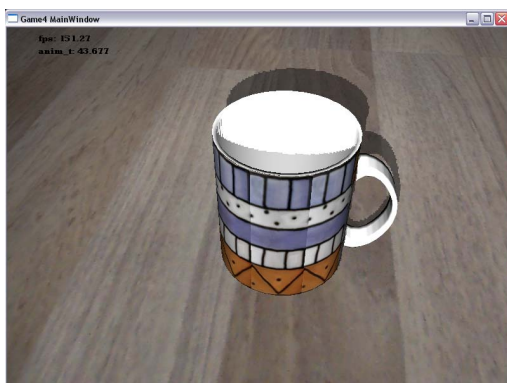
Разработанная система ориентирована прежде всего на пользователя персонального компьютера. Поэтому WindowsXP была выбрана в качестве целевой платформы, из-за ее распространенности и доступности необходимых системных библиотек [2]. В качестве рендера была выбрана одна из широко используемых библиотек – DirectX9.

Основным требованием к системе является ее быстродействие. Поэтому было необходимо использовать язык, позволяющий организовать наиболее тесный контакт системы с оборудованием и операционной системой, добившись тем самым наилучшей скорости работы. В то же время этот язык обязан был быть высокоуровневым, поддерживающим объектно-ориентированное программирование. Поэтому для реализации нашей системы был выбран язык программирования C++.

Методология работы с системой состоит из нескольких этапов:

1. Определение возможности использования системы для решения задачи.
2. Подготовка входных данных.
3. Ввод данных в систему.
4. Анализ результата.

Пример визуализации сцены показан на Рис.1, реальный прототип изображен на Рис.2.



*Рис. 1*



*Рис. 2*

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В работе рассмотрена задача визуализации динамических сцен. В результате теоретического исследования было показано, каким образом реальный мир может быть смоделирован путем определения таких понятий

как сцена, объекты, свойства объектов. Были проанализированы свойства объектов и, учитывая сходную природу реальных прототипов, было дано соответствующее разбиение объектов на классы. В итоге это позволило сформулировать задачу визуализации для динамических сцен в общем виде и решить ее как в теоретическом, так и в практическом смысле. В итоге была разработана программная система.

Область применения системы достаточно широка: от создания презентаций, до использования в интерактивных приложениях, ориентированных на использование трехмерной графики. Система решает поставленную задачу визуализации в общем виде, что отличает ее от множества других, специализированных систем. То есть, если специализированные системы визуализации работают с объектами, то наша система работает с типами, классами объектов, позволяя таким образом абстрагироваться от частных задач и дать возможность решать какие-то их подмножества в целом. Это значит, что использование разработанной системы избавляет от необходимости создания специализированных алгоритмов визуализации при решении различных задач.

#### Литература

1. Microsoft DirectX9 SDK documentation
2. *Джеффри Рихтер*, Windows для профессионалов, Мн. 2003

## О СТАТИСТИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ ЦЕПИ МАРКОВА ПЕРЕМЕННОЙ ДЛИНЫ

**М.В. Мальцев**

### 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Цепи Маркова высокого порядка широко применяются для анализа стационарных процессов [1-4]. Существенным недостатком данной модели является экспоненциальное возрастание количества параметров при увеличении порядка. В связи с чем, была разработана модель цепи Маркова переменной длины.

Пусть  $A = \{0, 1, \dots, N-1\}$  – пространство состояний мощности  $2 \leq N \leq \infty$ ;  $x_i^j = (x_i, x_{i+1}, \dots, x_j)$  – строка длительности  $|x_i^j| = j - i + 1$  ( $i < j$ );  $uw = (u_1, u_2, \dots, u_{|u|}, w_1, w_2, \dots, w_{|w|})$  – конкатенация строк  $u, w$ ;  $(X_t \in A)_{t \in \mathbb{G}}$  – стационарная цепь Маркова  $s$ -го порядка с вероятностями одношаговых переходов

$$p_{x_1^{s+1}} = \mathbf{P}\{X_{t+s} = x_{s+1} | X_{t+s-1} = x_s, \dots, X_t = x_1\}, \quad x_1^{s+1} \in A^{s+1}.$$

**Определение.** Цепь Маркова  $(X_t)_{t \in \mathbb{C}}$  называется цепью Маркова переменной длины порядка  $s$ , если ее вероятности одношаговых переходов имеют вид [5]:

$$p_{x_1, x_2, \dots, x_{s+1}} = q_{x_{s-l+1}, x_{s-l+2}, \dots, x_{s+1}}, \quad (1)$$

где  $l = l(x_1^s)$ ,  $x_1^{s+1} \in A^{s+1}$ .

Соотношение (1) означает, что вероятность перехода в состояние  $x_{s+1}$  зависит не от всех  $s$  предыдущих состояний, а лишь от  $l(x_1^s)$ .

Функция  $l(\cdot)$  определяется с помощью контекстной функции [5]:

$$c(x_1^s) = x_{s-l+1}^s, \quad x_1^s \in A^s, \quad l(x_1^s) = |c(x_1^s)|.$$

Контекстная функция последовательности  $x_1^s$  ставит в соответствие последовательность  $x_{s-l+1}^s$  по следующему правилу:

$$l(x_1^s) = |c(x_1^s)| = \min\{k : \mathbf{P}\{X_{t+s} = x_{s+1} | X_{t+s-1} = x_s, \dots, X_t = x_1\} = \mathbf{P}\{X_{t+s} = x_{s+1} | X_{t+s-1} = x_s, \dots, X_{t+s-l} = x_{s-l+1}\}\}.$$

Множество значений контекстной функции обозначим  $\tau$ .

Контекстную функцию удобно представлять в виде корневого дерева, которое называется контекстным деревом. У каждой вершины в таком дереве может быть не более  $N$  потомков, поскольку каждому узлу (кроме корня) соответствует элемент из пространства состояний  $A$ . Каждому значению контекстной функции из множества  $\tau$  соответствует ветвь данного дерева.

## 2. ОЦЕНКИ МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ

Пусть  $\delta_{x_1^k, y_1^k} = \prod_{i=1}^k \delta_{x_i, y_i}$  – символ Кронекера для строк  $x_1^k$ ,  $y_1^k$ ;

$\nu_{x_a^b}(n) = \sum_{i=1}^n \delta_{X_i^{i+b-a}, x_a^b}$  – частотные статистики ЦМПД.

Рассмотрим реализацию  $X = (X_1, \dots, X_n)$  цепи Маркова переменной длины порядка  $s$  с контекстной функцией  $c$ . Оценки для переходных вероятностей имеют вид:



$$\hat{\mathbf{P}}\{X_{t+1} = x_{t+1} | X_{t-l+1}^t = x_{t-l+1}^t\} = \frac{v_{x_{t-l+1}^{t+1}}(n)}{v_{x_{t-l+1}^t}(n)}. \quad (2)$$

**Теорема 1.** Если для реализации  $X = (X_1, \dots, X_n)$  цепи Маркова переменной длины  $s$ -го порядка (1) длительности  $n > s$  с контекстной функцией  $c$  выполнено условие  $v_{x_{t-l+1}^t}(n) > 0$ , то оценки (2) являются состоятельными оценками максимального правдоподобия.

### 3. КОНТЕКСТНЫЙ АЛГОРИТМ

Для оценивания контекстной функции построен так называемый контекстный алгоритм, состоящий из трех шагов [5]: 1 – построение максимального дерева, 2 – усечение контекстного дерева, 3 – построение оценок для параметров цепи Маркова переменной длины.

Усечение происходит по следующему правилу: в контекстном дереве заменяем  $x_{t-l+1}^t$  на  $x_{t-l+2}^t$ , если

$$\sum_{x_{t+1} \in A} v_{x_{t-l+1}^{t+1}}(n) \log \left( \frac{\hat{\mathbf{P}}\{X_{t+1} = x_{t+1} | X_{t-l+1}^t = x_{t-l+1}^t\}}{\hat{\mathbf{P}}\{X_{t+1} = x_{t+1} | X_{t-l+2}^t = x_{t-l+2}^t\}} \right) < K,$$

$$K \sim C \log(n), \quad C > 2N + 4.$$

Значение параметра  $K$  выбирается из асимптотических соображений. За счет выбора данного параметра можно регулировать величину контекстного дерева: при  $K_1 < K_2$  в контекстном дереве, построенном с параметром  $K_1$ , при прочих равных параметрах, будет больше вершин, чем у контекстного дерева, построенного с параметром  $K_2$ .

Доказано, что, если вероятности одношаговых переходов положительны:  $q_{x_{s-l+1}^{s+1}} > 0$ ,  $x_{s-l+1}^{s+1} \in A^l$ , то оценка контекстной функции, полученная с помощью контекстного алгоритма, является состоятельной.

### 4. ТЕСТ НА ОСНОВЕ ЧАСТОТНЫХ СТАТИСТИК ЦМПД

Рассмотрим цепь Маркова переменной длины  $(X_t)_{t \in \mathbb{G}}$ ,  $X_t \in A$  порядка  $s$ . Построим тест для проверки гипотез:  $H_0 : \{X_t\}_{t \in \mathbb{G}}$  – равномерно распределенная случайная последовательность,  $H_1 = \bar{H}_0 : \{X_t\}_{t \in \mathbb{G}}$  – цепь Маркова переменной длины с переходными вероятностями одношаговых переходов

$$q_{x_{s-l+1}^{s+1}} = q_{x_{s-l+1}^{s+1}}(n) = \frac{1}{N} \left( 1 + \frac{\omega_{x_{s-l+1}^{s+1}}(n)}{\sqrt{n}} \right) > 0, \text{ где } \omega_{x_{s-l+1}^{s+1}}(n) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \omega_{x_{s-l+1}^{s+1}},$$

$$\text{причем } \sum_{x_{s+1} \in A} \omega_{x_{s-l+1}^{s+1}} = 0, \quad \sum_{x_{s-l+1}^s \in A} \sum_{x_{s+1} \in A} |\omega_{x_{s-l+1}^{s+1}}| \neq 0.$$

Введем следующие обозначения:

$$\xi_{i_1, \dots, i_{l_k}, i_{l_k+1}}(n) = \frac{v_{i_1, \dots, i_{l_k}, i_{l_k+1}}(n) - n/N^{l+1}}{\sqrt{n/N^{l+1}}}, \quad (i_1, \dots, i_{l_k}) \in \tau, \quad i_{l_k+1} \in A;$$

$$\rho(n) = \sum_{\substack{k, \\ (i_1, \dots, i_{l_k}) \in \tau}} \sum_{i_{l_k+1} \in A} \xi_{(i_1, \dots, i_{l_k+1})}^2(n) - \sum_{\substack{k, \\ (i_1, \dots, i_{l_k}) \in \tau}} \left( \sum_{i_{l_k+1} \in A} \xi_{(i_1, \dots, i_{l_k+1})}(n) \right)^2.$$

**Теорема 2.** Если справедлива гипотеза  $H_0$ , то при  $n \rightarrow \infty$  распределение статистики  $\rho(n)$  сходится к  $\chi^2$ -распределению с  $M = |\tau|(N-1)$  степенями свободы.

С помощью полученного в теореме 2 результата построено решающее правило, основанное на статистике  $\rho(n)$ :

$$\begin{cases} H_0 : \rho(n) \leq \Delta, \\ H_1 : \rho(n) > \Delta, \end{cases}$$

где  $\Delta$  – порог, определяемый, исходя из заданной вероятности ошибки первого рода  $\alpha$ .

**Теорема 3.** Если справедлива гипотеза  $H_1$ , то при  $n \rightarrow \infty$  распределение статистики  $\rho(n)$  сходится к нецентральному  $\chi^2$ -распределению с  $M$  степенями свободы и параметром нецентральности  $a^2$ , определяемому следующей формулой:

$$a^2 = \frac{1}{N|\tau|} \sum_{\substack{k, \\ (x_1, \dots, x_{l_k}) \in \tau}} \sum_{x_{l_k+1} \in A} \left( \omega_{x_1, \dots, x_{l_k}, x_{l_k+1}} \right)^2.$$

**Следствие 1.** Если  $\Delta = G_M^{-1}(1-\alpha)$  – квантиль уровня  $1-\alpha$  стандартного  $\chi^2$ -распределения с  $M$  степенями свободы, то при  $n \rightarrow \infty$  размер критерия равен  $\alpha \in (0, 1)$ .

## Литература

1. Уотермен М.С. Математические методы для анализа последовательностей ДНК. – М. – Мир, 1999. – 350 с.
2. Харин Ю.С. и др. Математические и компьютерные основы криптологии. – Мн. – Новое знание, 2003. – 381 с.
3. Ching W.K., Eric S.F., Michael K.Ng. High-order Markov chain models for categorical data sequences // Wiley Periodicals, Inc. Naval Research Logistics, 2004, Vol. 51, pp. 557 – 574.
4. Кемени Дж., Снелл Дж. Конечные цепи Маркова. – М. – Наука, 1970. – 272 с.
5. Buhlmann P., Wyner A. Variable length Markov chains // The Annals of Statistics, 1999, Vol. 27, No. 2, pp. 480-513.
6. Тихомирова М.И., Чистяков В.П. О двух статистиках типа хи-квадрат, построенных по частотам цепочек состояний сложной цепи Маркова // Дискретная математика, 2003, Т. 15, №2, с. 149 – 159.

## АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ ФИНАНСОВЫМИ РИСКАМИ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ ВОЛАТИЛЬНОСТИ

А. А. Петрушко

### ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОБЛЕМЫ ОЦЕНКИ РЫНОЧНОГО РИСКА

Актуальность данной проблемы связана с нестабильностью международных финансовых рынков, которая обуславливает высокий уровень волатильности (изменчивости) курсов и доходностей финансовых активов [1]. Необходимость минимизации потерь при совершении финансовых инвестиций заставляет инвесторов-хеджеров использовать математические методы оценки и управления финансовыми рисками. Риск финансовых инвестиций состоит в возможности получения фактической доходности, которая отличается от доходности, ожидаемой инвестором при совершении сделок с финансовыми активами.

Финансовые риски подразделяются на два основных вида: кредитный риск и рыночный риск. Наибольший интерес для валютных и фондовых рынков представляет рыночный риск – риск, связанный с возможным изменением рыночных котировок активов и изменением процентных ставок. Для его измерения в настоящее время используется методология «Value-at-Risk» («стоимость под риском») или VaR.

*Определение.* Мера риска VaR – это максимальная величина убытков на исследуемом временном горизонте, которая с заданной заранее и достаточно большой вероятностью  $1 - p$  не будет превышена.

Следовательно, допускается существование достаточно малой вероятности  $p$  того, что убыток составит величину большую, чем VaR (на

практике в качестве вероятности  $p$  обычно выступают величины 10%, 5%, 1%).

Введём следующие обозначения:

$P_t$  – цена актива в момент времени  $t$ ,

$p_t = \ln(P_t)$  – логарифм цены актива,

$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$  – доходность актива за период времени  $[t-1, t]$ ,

$r_t = p_t - p_{t-1} = \ln(1 + R_t)$  – логарифмическая доходность актива за период владения  $[t-1, t]$  или ставка непрерывных процентов за указанный период.

Формально характеристика VaR вычисляется как квантиль уровня  $(1-p)$  распределения доходностей актива или портфеля активов [2]:

$$VaR^{(1-p)\%} = F^{-1}(1-p)\sigma, \quad (1)$$

где  $F(\cdot)$  – функция распределения вероятностей доходностей актива или портфеля активов,  $\sigma$  – среднеквадратическое отклонение или волатильность доходности. В риск-менеджменте  $(1-p)\%$  – это доверительный уровень вычисления VaR, а  $p$  – вероятность получить потери, более крупные, чем VaR.

Вычисление характеристики VaR на практике часто становится весьма сложной статистической проблемой. Существует множество методов вычисления VaR, но все они имеют схожую структуру и состоят из 3 основных этапов:

- вычисление рыночной стоимости актива или портфеля активов.
- оценка вероятностного распределения доходности актива или портфеля активов.
- выбор доверительного уровня и вычисление соответствующего ему значения VaR.

Основное различие между методами вычисления VaR заключается в том, как проходит второй этап, то есть какие используются способы для оценки вероятностных изменений в стоимости актива или портфеля активов. При нарушении традиционного предположения о нормальности распределения логарифмов доходностей для оценки показателя волатильности применяются параметрические модели волатильности и непараметрические методы оценивание вероятностных характеристик.

На практике волатильность активов обычно зависит от времени, в этом случае традиционные методы, предполагающие постоянство параметра  $\sigma$ , не применимы и используются различные модели изменения

волатильности. Популярной параметрической моделью волатильности является обобщённая модель условной гетероскедастичности GARCH(p,q), предложенная Боллерслевом в 1986 г., которая может быть представлена в следующем виде [3]:

$$\sigma_t^2 = E\{r^2(t) | F_{t-1}\} = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i r^2(t-i) + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma^2(t-j), \quad (2)$$

где  $F_{t-1}$  – информация, доступная к моменту времени  $t-1$ ;

$\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$ ,  $\beta_j \geq 0$  ( $i = 1, 2, \dots, q$ ,  $j = 1, 2, \dots, p$ ) – параметры модели.

К непараметрическим методам оценки волатильности относится концепция реализованной волатильности, которая в отличие от параметрических методов, не нуждается в каких-либо предположениях относительно формы функциональной зависимости и вида модели. К тому же, реализованная волатильность отличается простотой вычисления [4]:

$$RVOL(t) = \sqrt{\sum_{j=1}^m r^2(t-1+j\Delta)}, \quad t \in [0; T], \quad (3)$$

где  $\Delta$  – длина промежутка между наблюдениями,  $m = I / \Delta$  – количество наблюдений в течение единичного интервала.

#### МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИКИ VaR

Наиболее простым и исторически первым является дельта-нормальный метод, основанный на том, что логарифмы доходностей активов имеют нормальное распределение:

$$r(t) \sim N(\mu, \sigma^2).$$

Фактически в данном случае необходимо найти квантиль, заданного заранее уровня  $1 - p$ .

В предположении нормальности формулу (1) можно записать в одном из следующих вариантов:

$$VaR^{90\%} = 1.282\sigma, \quad VaR^{95\%} = 1.645\sigma, \quad VaR^{99\%} = 2.326 * \sigma. \quad (4)$$

Однако на практике предположение о нормальности нередко нарушается и дельта-нормальный метод может показывать искажённые результаты. В связи с чем, при оценке волатильности  $\sigma$  прибегают к описанным выше параметрическим и непараметрическим моделям.

В случае использования GARCH-модели, в формулах (4) переменная волатильность  $\sigma_t$  вычисляется по формуле (2), а для вычисления 95%-ого значения VaR используются формулы (2), (4).

При использовании реализованной волатильности формула для подсчёта 95%-ого VaR примет вид:

$$VaR^{95\%} = 1.645 * RVOL(t) = 1.645 \sqrt{\sum_{j=1}^m r^2(t-1+j\Delta)}. \quad (5)$$

Применение данных методов даёт возможность оценить VaR при условии зависимости волатильности от времени  $t$ .

Представленные методы были проверены в ходе вычислительных экспериментов. В табл. 1 и табл. 2 приведены результаты вычисления VaR для доходностей в условии нормального распределения и для распределения доходностей, имеющего «тяжелые хвосты» (коэффициент эксцесса равен 5.7) в следствие присутствия в выборке аномальных наблюдений (10 % от общей массы наблюдений). Можно сделать вывод, что дельта-нормальный метод работает только на модельных данных, при наличии «засорений» результаты сильно отличаются от действительности, и появляется необходимость использовать описанные выше модели оценки волатильности.

Таблица 1

**VaR для горизонта в 10 дней для временного ряда без «засорений»**

| Уровень значимости | Метод вычисления VaR    |                            |                                                  |
|--------------------|-------------------------|----------------------------|--------------------------------------------------|
|                    | Дельта-нормальный метод | Использование модели GARCH | Использование RVOL (реализованной волатильности) |
| 90%                | 4.03112230              | 4.047396009                | 4.04279025696                                    |
| 95%                | 5.29394835              | 5.222323377                | 5.18751167917                                    |
| 99%                | 7.56422252              | 7.432999390                | 7.33504690927                                    |

Таблица 2

**VaR для горизонта в 10 дней для временного ряда с «засорениями»**

| Уровень значимости | Метод вычисления VaR    |                            |                                                  |
|--------------------|-------------------------|----------------------------|--------------------------------------------------|
|                    | Дельта-нормальный метод | Использование модели GARCH | Использование RVOL (реализованной волатильности) |
| 90%                | 10.7044601              | 7.460171362                | 7.54862112                                       |
| 95%                | 18.8739762              | 9.572528776                | 9.6860232                                        |
| 99%                | 22.9929479              | 13.53538111                | 13.69586016                                      |

В качестве дополнительного эксперимента на реальных данных проведен анализ доходностей, построенных по обменному курсу белорусского рубля к Евро. Результаты вычисления характеристики VaR для горизонта в 10 дней представлены в табл. 3.

Таблица 3

**VaR для горизонта в 10 дней для эксперимента с реальными данными**

| Уровень<br>значимости | Метод вычисления VaR       |                               |                                                        |
|-----------------------|----------------------------|-------------------------------|--------------------------------------------------------|
|                       | Дельта-нормальный<br>Метод | Использование модели<br>GARCH | Использование RVOL<br>(реализованной<br>волатильности) |
| 90%                   | 0.0166199                  | 0.021676019                   | 0.02066530508                                          |
| 95%                   | 0.0246528                  | 0.027813613                   | 0.02651671362                                          |
| 99%                   | 0.0407517                  | 0.039327941                   | 0.03749414947                                          |

В заключение можно сделать вывод, что при нарушении модельных предположений относительно нормальности распределения доходностей, в частности при наличии аномальных наблюдений, целесообразно использовать параметрические модели волатильности, либо непараметрические оценки волатильности. Преимуществом обладает подход реализованной волатильности. В частности, его применение не затруднено в тех случаях, когда модель GARCH не применима из-за особенностей анализируемых данных.

**Литература**

7. Малюгин В.И. Рынок ценных бумаг. Количественные методы анализа. М.: Дело, 2003.
8. Jorion Philippe. Financial Risk Manager Handbook Second Edition, John Wiley. New York, 1997.
9. Bollerslev T. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. // Journal of Econometrics. Vol. 31, 1986. – P. 307-327.
10. Anderson T.G., T. Bollerslev, F.X. Diebold and P. Labys. Modeling and Forecasting Realized Volatility // Econometrica, 2003. Vol. 71. – P. 579 – 625.

## ФОРМИРОВАНИЕ ОСАДКА СУЛЬФАТА БАРИЯ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ РАДИОХИМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА РАДИЯ

Е. В. Войникова, М. В. Попеня, Е. В. Гаркуша

В настоящее время введены ограничения на поступление в организм человека как техногенных, так и природных радионуклидов. Например, согласно Нормам радиационной безопасности, действующим в нашей стране (НРБ-2000), эффективная доза облучения от природных и искусственных радионуклидов в питьевой воде должна составлять не более 0,1 мЗв/год. Дозовая нагрузка не превышает установленный уровень, если удельная активность питьевой воды по суммарному содержанию альфа-излучающих радионуклидов не выше 0,1 Бк/кг.

Наиболее опасными радионуклидами естественного происхождения являются альфа-излучающие радионуклиды семейств урана и тория с энергией альфа-частиц от 4,2 до 7,5 МэВ. Получению необходимой современной информации по содержанию и состоянию радионуклидов в компонентах окружающей среды, из которых эти радионуклиды могут поступать в организм человека, в значительной мере препятствует несовершенство существующих аналитических схем определения содержания некоторых радионуклидов (в том числе и радия) в природных объектах.

Цель настоящей работы заключалась в отработке стадии совместного осаждения радия с сульфатом бария с целью усовершенствования методики радиохимического определения радия в объектах окружающей среды. Разработанная методика радиохимического анализа радия основана на альфа-спектрометрической идентификации радия, выделяемого на мишень совместно с сульфатом бария, и использовании в качестве индикатора радиохимического выхода радия гамма-излучающего радионуклида –  $^{133}\text{Ba}$ .

Усовершенствование методики проводилось после анализа доступных литературных источников по способам определения содержания радия в образцах окружающей среды и базировалось на имеющихся технических возможностях идентификации изотопов радия в НИЛ радиохимии Белгосуниверситета. При отработке отдельных стадий анализа были использованы радиоактивные индикаторы – радионуклиды  $^{226}\text{Ra}$  и  $^{133}\text{Ba}$ .

Основное требование к препарату, предназначенному для альфа-спектрометрических исследований, состоит в необходимости сформировать тонкий равномерный слой изоморфного осадка  $\text{Ba}(\text{Ra})\text{SO}_4$ . Такой осадок должен содержать лишь микроколичество стабильного бария, наиболее



близкого радию по химическим свойствам и используемого в анализе в качестве носителя радионуклида. Следовательно, в анализируемом растворе, содержащем радий, также должно присутствовать микроколичество бария-носителя. Однако при этом возникает проблема формирования мелкодисперсного однородного осадка труднорастворимой соли  $Ba(Ra)SO_4$  и ее выделения на измерительную мишень. Эту проблему удалось решить, используя для формирования осадка специальный «затравочный» раствор, инициирующий процесс образования мелкодисперсного изоморфного осадка  $Ba(Ra)SO_4$ .

Условия для достижения максимально высокого выхода радия при его совместном осаждении с сульфатом бария определяли путем проведения модельных экспериментов по выделении осадка из растворов с известным содержанием  $^{226}Ra$  и разным соотношением бария в составе носителя ( $BaCl_2$ ) и «затравочного» раствора. Выходы радия при его выделении из растворов, содержащих разное количество бария-носителя и «затравочного» раствора, приведены на рис 1.

Из полученных экспериментальных данных следует, что выход радия при его совместном осаждении с сульфатом бария в контролируемых условиях может достигать 98 %. Самый высокий выход радия достигается при внесении в анализируемый раствор бария-носителя в количестве 70 мкг и «затравочного» раствора объемом 0,3 мл, содержащего примерно 20 мкг бария.

Установлено, что количество бария в анализируемом растворе не должно превышать 200 мкг, т. к. превышение этого уровня значительно ухудшает условия альфа-спектрометрической идентификации радия. Наиболее благоприятные условия осаждения  $Ba(Ra)SO_4$  обычно достигаются для образцов почв массой до 10 г.

В этих же экспериментах по отработке операции выделения радия из раствора в виде осадка  $Ba(Ra)SO_4$  проверялась возможность использования радионуклида  $^{133}Ba$  в качестве радиоактивного индикатора радиохимического выхода радия. Величины радиохимического выхода радия при осаждении его из раствора в виде  $Ba(Ra)SO_4$  приведены на рис. 2.

Результаты определения выхода радия при совместном осаждении с сульфатом бария путем непосредственного альфа-спектрометрического измерения содержания  $^{226}Ra$  в препарате, выделенном на мишень, и по результатам гамма-спектрометрического определения содержания в осадке  $^{133}Ba$  практически совпадают. Следовательно,  $^{133}Ba$  можно использовать для определения выхода радия при осуществлении радиохимического анализа.

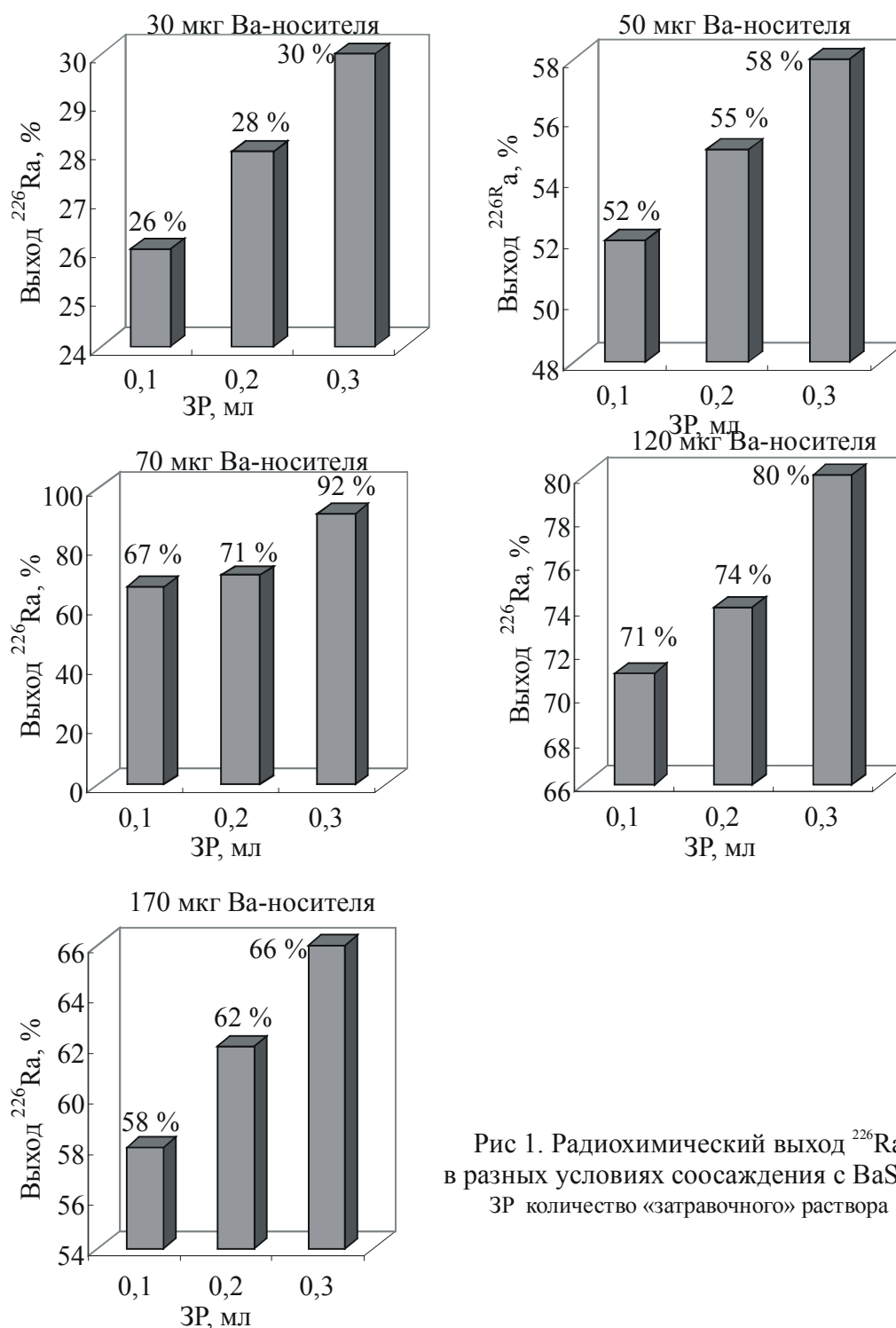


Рис 1. Радиохимический выход  $^{226}\text{Ra}$  в разных условиях соосаждения с  $\text{BaSO}_4$ :  
ЗР количество «затравочного» раствора

Дополнительным требованием при получении качественных измерительных мишеней для альфа-спектрометрической идентификации радия является получение осадка без макропримеси кальция. Выделение сульфата кальция из раствора совместно с сульфатом бария мешает получению тонкого однородного слоя препарата, пригодного для альфа-спектрометрических исследований.

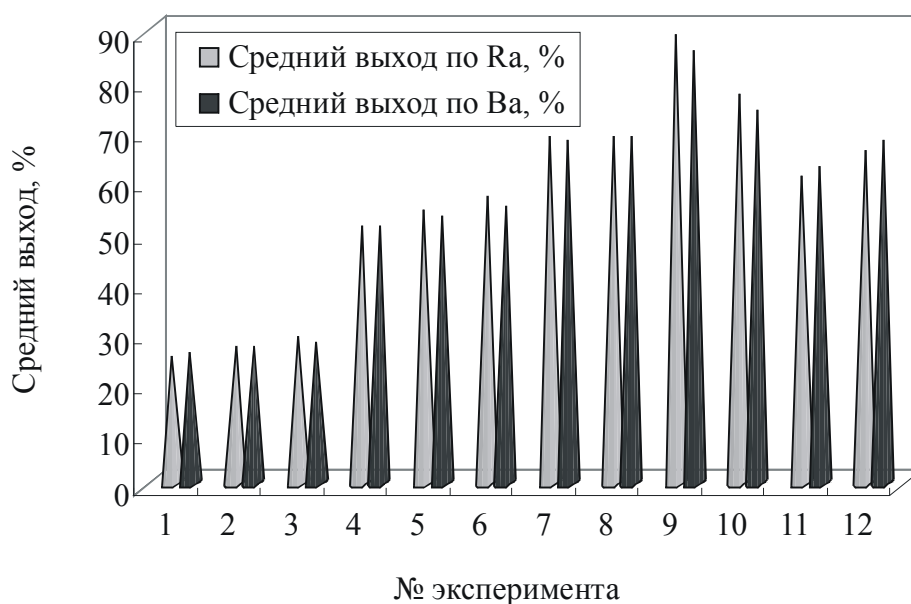


Рис. 2. Сопоставление величин выхода радия при его совместном осаждении с  $\text{BaSO}_4$ , установленные по  $^{226}\text{Ra}$  и  $^{133}\text{Ba}$ / Соотношение бария-носителя (Ba) и затравочного раствора (ЗР): эксперименты № (1 – 3) – 30 мкг Ba и 0,1 – 0,3 мл ЗР; № (4 – 6) – 50 мкг Ba и 0,1 – 0,3 мл ЗР; № (7 – 9) – 70 мкг Ba и 0,1 – 0,3 мл ЗР; № 10 – 120 мкг Ba и 0,3 мл ЗР; № (11 – 12) – 170 мкг Ba и 0,2 – 0,3 мл ЗР

Разделение бария и кальция основано на значительном различии между произведениями растворимости  $\text{BaSO}_4$  и  $\text{CaSO}_4$  ( $\text{PP}_{\text{BaSO}_4} = 9,9 \cdot 10^{-11}$ ;  $\text{PP}_{\text{CaSO}_4} = 6,26 \cdot 10^{-5}$ ). Условия совместного осаждения радия с сульфатом бария подбирали таким образом, чтобы произведение растворимости  $\text{CaSO}_4$  не достигалось и катионы  $\text{Ca}^{2+}$  оставались в растворе. Для этого в растворе создавали минимальную концентрацию анионов  $\text{SO}_4^{2-}$ , обеспечивающую осаждение бария, но не достаточную для формирования осадка сульфата кальция.

В результате проведенных исследований определены условия формирования тонкослойных однородных осадков  $\text{Ba(Ra)SO}_4$ , позволяющих идентифицировать изотопы радия методом альфа-спектрометрии. Показано, что использование в  $^{133}\text{Ba}$  позволяет надежно определять выход радия при проведении радиохимического анализа природных объектов (образцов почв, грунтов, почвенных растворов, грунтовых вод и т. д.).

## ОСОБЕННОСТИ СОРБЦИИ АМЕРИЦИИ ГУМУСОВЫМИ ПРЕПАРАТАМИ

М. В. Попеня, Е. В. Войникова, Н. В. Казаченко

### ВВЕДЕНИЕ

$^{241}\text{Am}$  является продуктом бета-распада  $^{241}\text{Pu}$ , в заметных количествах выброшенного из разрушенного реактора в результате Чернобыльской

аварии 1986 г. Это долгоживущий альфа-излучающий радионуклид с периодом полураспада 458 лет и энергией альфа-частиц, достигающей 5 МэВ. Из-за постоянного образования  $^{241}\text{Am}$  ареал загрязнения почвы альфа-излучающими радионуклидами будет постепенно расширяться. Накопление  $^{241}\text{Am}$  будет продолжаться до 2058 г., когда его количество достигнет максимального уровня. Затем его содержание в компонентах окружающей среды будет постепенно снижаться.

Вследствие более высокой подвижности и биологической доступности  $^{241}\text{Am}$  представляет большую радиологическую опасность, чем изотопы плутония  $^{238}\text{Pu}$ ,  $^{239}\text{Pu}$  и  $^{240}\text{Pu}$ . Самые высокие уровни загрязнения отмечаются на территории Полесского государственного радиоэкологического заповедника, где сосредоточено основное количество трансурановых элементов (ТУЭ).

Одним из способов снижения поступления  $^{241}\text{Am}$  в организм человека является его закрепление в составе малорастворимых компонентов почвенного комплекса, ограничивающее миграцию радионуклида по пищевым цепям через звено почва – растение. Америций характеризуется высокой склонностью к образованию комплексных соединений, в том числе и с компонентами гумусовых веществ.

Цель настоящей работы – исследовать сорбционную способность гумусовых препаратов, созданных на основе компонентов торфяных почв, по отношению к америцию.

### **ОБЪЕКТЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ**

Объектами исследования являлись препараты гумусовых веществ, выделенных из торфяных почв, которые отличались по молекулярно-массовому составу и содержанию карбоксильных и гидроксильных групп, определяющих процессы комплексообразования и сорбцию америция на препаратах. Молекулярно-массовый состав гумусовых веществ и содержание в них карбоксильных и гидроксильных функциональных групп приведены в табл. 1 и 2.

Исследования сорбции америция на препаратах проводили в модельных системах. Каждая система состояла из гумусового препарата и раствора, включающего основные компоненты реальных почвенных растворов и определенное количество  $^{241}\text{Am}$ . После выдерживания системы в течение заданного времени сорбент отделяли от раствора, пропуская смесь через мембранные фильтры с диаметром пор 0,15 мкм. В пробе фильтрата определяли содержание радионуклида методом радиохимического анализа с идентификацией  $^{241}\text{Am}$  на спектрометре ALPHA-KING-676 А. По полученным данным оценивали содержание америция в растворе и гумусовом препарате.

Таблица 1

**Молекулярно-массовый состав гумусовых сорбентов**

| Сорбент | Содержание фракции, вес. % |                       |                    |
|---------|----------------------------|-----------------------|--------------------|
|         | более 50 000 а.е.м.        | 50 000 – 5 000 а.е.м. | менее 5 000 а.е.м. |
| ГВ-1    | 59                         | 29                    | 12                 |
| ГВ-2    | 61                         | 30                    | 8,8                |
| ГВ-3    | 40                         | 51                    | 9,1                |

Таблица 2

**Относительное содержание карбоксильных и гидроксильных функциональных групп в гумусовых сорбентах**

| Сорбент | Содержание функциональных групп, ммоль/г |                 |                 |
|---------|------------------------------------------|-----------------|-----------------|
|         | [–COOH]                                  | [–COOH] + [–OH] | [–COOH] : [–OH] |
| ГВ-1    | 1,75                                     | 2,53            | 2,2             |
| ГВ-2    | 1,70                                     | 3,95            | 0,8             |
| ГВ-3    | 0,99                                     | 3,13            | 0,5             |

Момент наступления сорбционного равновесия устанавливали, изучая изменение отношения между удельными активностями сорбента и модельного раствора в зависимости от продолжительности контакта препарата с содержащим  $^{241}\text{Am}$  модельным раствором. Время контакта составляло от 2 до 100 часов. По содержанию америция в исходном растворе и через определенный промежуток времени оценивали величину указанного отношения. Когда же отношение стабилизировалось, его принимали за величину коэффициента сорбции  $^{241}\text{Am}$  препаратом в исследуемой модельной системе.

Эксперименты проводили при pH растворов 3,0 – 5,5 в области концентраций катионов  $\text{K}^+$  от 5 до 50 ммоль/л,  $\text{Ca}^{2+}$  – 5 до 40 ммоль/л и  $\text{Fe}^{3+}$  – от 0 до 0,007 ммоль/л.

Величину коэффициента сорбции америция использовали в качестве меры сорбционной способности исследуемого препарата по отношению к радионуклиду. Более высокое значение коэффициента соответствует большей сорбционной способности препарата по отношению к  $^{241}\text{Am}$ .

**Результаты и обсуждение**

Результаты кинетических исследований показали, что через 70 часов контакта  $^{241}\text{Am}$  с гумусовым препаратом во всех изученных модельных системах достигается равновесное межфазное распределение радионуклида (рис. 1).

Установлена высокая сорбционная способность всех изученных гумусовых препаратов по отношению к  $^{241}\text{Am}$ . Величины коэффициентов сорбции находятся в интервале 19 000 – 62 000, что значительно выше коэффициентов сорбции радионуклида почвами. Так, коэффициент

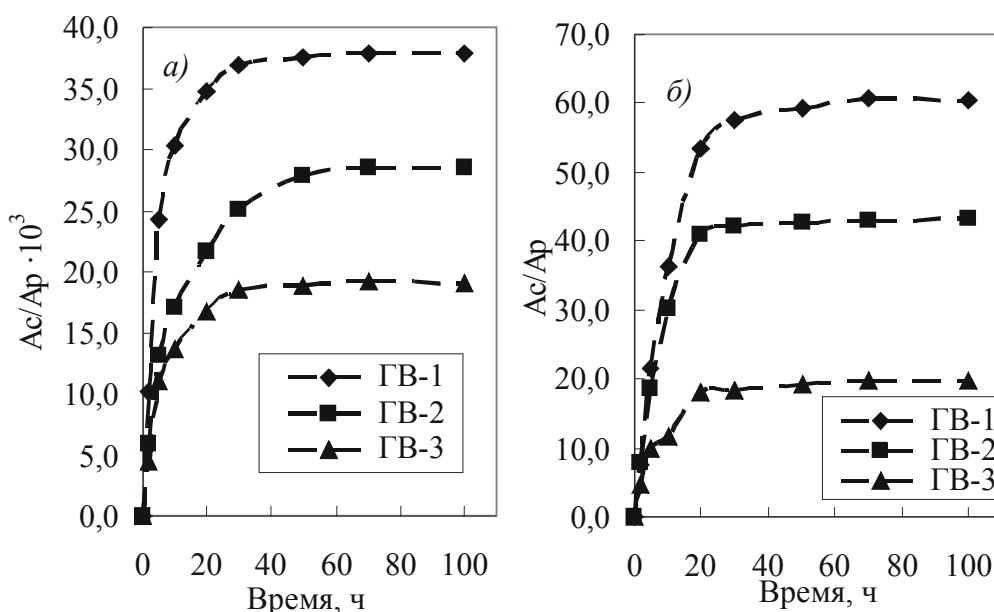


Рис.1 Изменение отношения между удельными активностями гумусового сорбента ( $A_c$ ) и раствора ( $A_p$ ) в зависимости от продолжительности сорбции  $^{241}\text{Am}$ ; концентрация катионов  $\text{Ca}^{2+}$  и  $\text{K}^+$  в растворе 5 ммоль/л; pH: а) 3; б) 5,5

сорбции  $^{241}\text{Am}$  для торфяных почв, отличающихся максимальной сорбционной способностью по отношению к радионуклиду, не превышает 3 000 [1].

Самый высокий коэффициент сорбции наблюдается для препарата ГВ-1, минимальный – для препарата ГВ-3. Более высокий коэффициент сорбции  $^{241}\text{Am}$  для препаратов ГВ-1 и ГВ-2 по сравнению с препаратом ГВ-3 можно объяснить большей долей в составе первых двух препаратов высокомолекулярной (превышающей 50 000 а.е.м.) гуминовокислотной фракции.

Компоненты гуминовокислотной фракции образуют наиболее прочные связи с катионами поливалентных металлов и обладают максимальной сорбционной способностью по отношению к ним [2]. Причиной более высокой сорбционной способности препарата ГВ-1 по сравнению с препаратом ГВ-2 может быть преобладание в препарате ГВ-1 карбоксильных групп, играющих основную роль в образовании связей с катионами металлов.

С увеличением pH среды от 3,0 до 5,5 коэффициент сорбции  $^{241}\text{Am}$  вырос примерно в 1,5 раза для препаратов ГВ-1 и ГВ-2 и практически не изменился для препарата ГВ-3. Неодинаковое влияние pH среды на величину коэффициента сорбции может быть связано с высокой долей в препарате ГВ-3 фульвокислотных компонентов. Они обладают большей общей кислотностью по сравнению с гуминовыми кислотами, поэтому их

способность образовывать комплексные соединения с металлами в меньшей степени зависит от кислотности среды [3].

Присутствующие в растворе катионы  $\text{Fe}^{3+}$  наиболее заметно (в 6 – 11 раз) снижает сорбцию  $^{241}\text{Am}$  гумусовыми препаратами. По-видимому, это связано с высокой склонностью катионов  $\text{Fe}^{3+}$  к образованию комплексных соединений с компонентами гумусовых препаратов. Увеличение при pH 5,5 концентрации катионов  $\text{Ca}^{2+}$  от 10 до 40 ммоль/л также приводит к уменьшению коэффициента сорбции америция, но не более чем в 1,5 раза. Изменение при pH 5,5 концентрации  $\text{K}^+$  в растворе от 5 до 50 ммоль/л практически не оказывает влияния на величину коэффициента сорбции америция гумусовыми препаратами. Во всех случаях сорбционная способность препаратов по отношению к  $^{241}\text{Am}$  остается значительно выше, чем почв.

В результате исследования показано, что все изученные гумусовые препараты обладают значительными резервами в отношении закрепления  $^{241}\text{Am}$  и при их внесении в почвы (особенно минеральные) могут ограничивать подвижность и биологическую доступность радионуклида растениям.

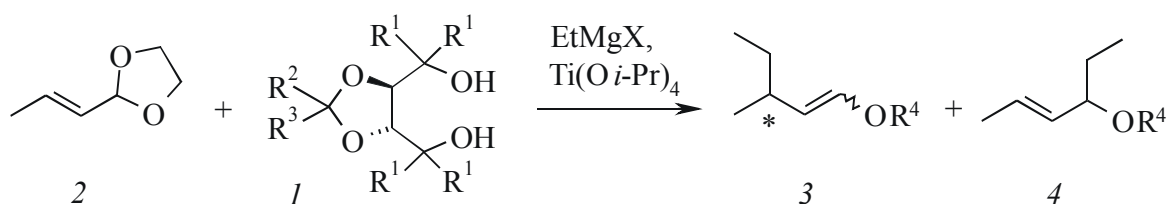
#### Литература

1. Sokolik G. A., Ovsyannikova S. V., Kimlenka I. M. Soil organic matter and migration properties of  $^{239,240}\text{Pu}$  and  $^{241}\text{Am}$  in solid phase-interstitial soil solution system. // Radioprotection – colloques. 2002. Vol. 37. P. 259–264.
2. Соколик Г. А., Овсянникова С. В., Кимленко И. М. Влияние органических компонентов на состояние плутония и америция в почвах и почвенных растворах. // Радиохимия. 2003. Т. 45, № 2. С. 160–164.
3. Kim J.I., Buckau G., Bryant E. & Klenze R. Complexation of americium (III) with humic acids of different origin. // Radiochimica Acta. 1991. V. 52 – 53, P. 49 – 55.

### РЕАКЦИИ ЭНАНТИОСЕЛЕКТИВНОГО АЛКИЛИРОВАНИЯ ЭТИЛЕНАЦЕТАЛЯ КРОТОНОВОГО АЛЬДЕГИДА И МЕТИЛОВОГО ЭФИРА 4-ХЛОРМАСЛЯНОЙ КИСЛОТЫ АЛКОКСИТИТАНАЦИКЛОПРОПАНОВЫМИ РЕАГЕНТАМИ

Ю. А. Коник, Ю. Ю. Кожемякин, Д. Г. Кананович, В. Е. Исаков

При действии алкилмагниихалогенидов на алкоксиды титана (IV) генерируются алкоксититанацклопропановые реагенты, взаимодействие которых с ненасыщенными субстратами является удобным методом получения ряда ценных синтетических продуктов [1]. Разработка энантиоселективных вариантов осуществления таких превращений с использованием хиральных катализаторов на основе алкоксидов титана(IV) позволит существенно расширить область их синтетического применения.



X = Cl, Br, I

1a: R<sup>1</sup> = Ph, R<sup>2</sup> = R<sup>3</sup> = Me; 1b: R<sup>1</sup> = Me, R<sup>2</sup> - R<sup>3</sup> = -(CH<sub>2</sub>)<sub>5</sub>-;

1c: R<sup>1</sup> = Me, R<sup>2</sup> = R<sup>3</sup> = Me; 1d: R<sup>1</sup> = Ph, R<sup>2</sup> - R<sup>3</sup> = -(CH<sub>2</sub>)<sub>5</sub>-;

1e: R<sup>1</sup> = *p*-Me-C<sub>6</sub>H<sub>4</sub>, R<sup>2</sup> = R<sup>3</sup> = Me

#### Схема 1

Мы изучили возможность осуществления реакций энантиоселективного аллильного этилирования [2] и циклопропанирования [1] путем их проведения в присутствии α,α,α',α'-тетраарил-1,3-диоксолан-4,5-диметанолов (таддолов) 1.

В качестве модельного субстрата в реакции аллильного этилирования использовали ацеталь 2. Выбор этого объекта обусловлен эффективным протеканием реакции в присутствии каталитических количеств изопророксида титана(IV) [3] и образованием метилразветвленного продукта 3, который может быть применен в синтезе ряда биологически активных соединений.

Так, обработка ацеталю 2 2.5 эквивалентами этилмагнийбромида в присутствии изопророксида титана(IV) (10 мольн. %) и таддола 1a (10 мольн. %) в диэтиловом эфире с выходом 83% (по ЯМР) приводила к (*S*)-эфиру енола 3 (*транс*-/*цис*- = 17 : 1, *ee* 48%) (схема 1). Соотношение *цис*- и *транс*-изомерных олефинов 3 определяли по <sup>1</sup>H ЯМР спектрам, а конфигурацию хирального центра и энантиомерный избыток устанавливали способом, описанным в работе [4]. Среди различных этилмагнийгалогенидов наиболее эффективным в данном превращении было применение этилмагнийбромида. Варьирование растворителя, температурного режима, времени добавления, порядка смешивания и концентрации реагентов не позволило получить стереохимически более чистый продукт (*S*)-3.

Таблица 1

**Содержание и стереоизомерный состав олефинов 3 и 4 в продуктах реакции этилмагнийбромида с ацеталем 2 в присутствии 10 мольн. % изопророксида титана(IV) и таддолов 1a–d**

| Таддол | Содержание 3, (%) | Содержание 4, (%) | <i>Транс</i> -/ <i>цис</i> -3, (%) | <i>ee</i> 3, (%) |
|--------|-------------------|-------------------|------------------------------------|------------------|
| 1a     | 83                | 3                 | 17 : 1                             | 48               |
| 1b     | 78                | 1                 | 2.5 : 1                            | 24               |
| 1c     | 70                | 0                 | 1.5 : 1                            | 14               |
| 1d     | 80                | 6                 | 30 : 1                             | 44               |
| 1e     | 76                | 3                 | 20 : 1                             | 40               |



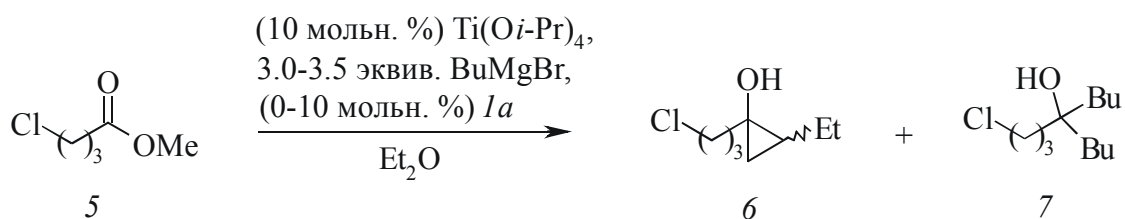


Схема 2

Проведение реакции аллильного этилирования в присутствии таддолов *1б-д* также приводило к (*S*)-олефину *3*, причем энантиомерный избыток в этих случаях не превышал 35% (табл. 1).

Взаимодействие эфиров карбоновых кислот с замещенными титана-циклопропановыми реагентами, которые генерируются при действии высших гомологов этилмагнийгалогенидов на алкоксиды титана(IV), приводит к 1,2-дизамещенным циклопропанолам – ценным полупродуктам органического синтеза [1].

Взаимодействие метилового эфира *5* с бутилмагнийбромидом в присутствии 10 мольн. % изопропоксида титана(IV) с выходом 73% и хорошей *цис*-диастереоселективностью (*цис*- / *транс*- = 5.6 : 1) приводит к диастереомерным циклопропанолам *6* (схема 2, табл. 2). При проведении превращения в присутствии 10 мольн. % таддола *1а* выход циклопропанолов *6* заметно снизился и основным продуктом являлся третичный спирт *7*, причем изменение температурного режима реакции не привело к существенному увеличению выхода соединений *6*. Следует отметить, что добавка таддола *1а* вызывала также заметное снижение *цис*-диастереоселективности реакции (табл. 2).

Анализ  $^1\text{H}$  ЯМР спектров 2-метокси-3,3,3-трифтор-2-фенилпропионатных производных циклопропанола *цис-6* (эфиров Мошера) показал отсутствие энантиоселективности.

Рассматривая возможные причины отсутствия энантиоселективности в этом превращениях мы предположили, что циклопропанирование сложных эфиров алкоксититана-циклопропановыми реагентами с заместителями, способными к дополнительной координации с атомом

Таблица 2

**Циклопропанирование сложного эфира *5* бутилмагнийбромидом в присутствии 10 мольн. % изопропоксида титана(IV) и таддола *1а***

| Таддол    | Температура       | Содержание продуктов, (%) |          | <i>Цис</i> -/ <i>транс-6</i> | <i>ее 6</i> , (%) |
|-----------|-------------------|---------------------------|----------|------------------------------|-------------------|
|           |                   | <i>6</i>                  | <i>7</i> |                              |                   |
| --        | 20°C              | 73                        | 0        | 5.6:1                        | -                 |
| <i>1а</i> | 20°C              | 18                        | 78       | 1.2:1                        | 0                 |
| <i>1а</i> | 65°C <sup>а</sup> | 27                        | 56       | 2.8:1                        | 0                 |
| <i>1а</i> | -80°C             | 0                         | 75       | -                            | -                 |

Примечание: <sup>а</sup> Реакцию проводили в тетрагидрофуране

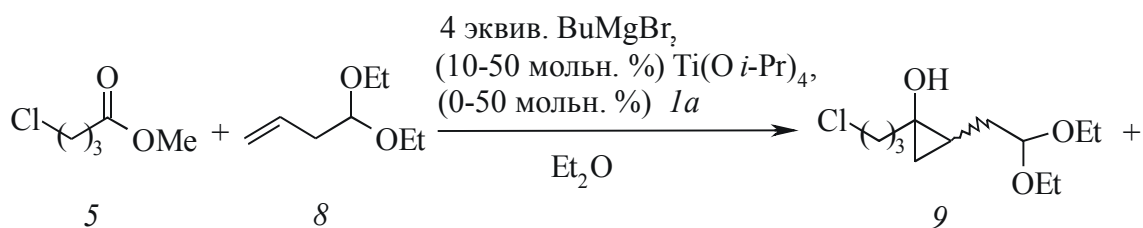


Схема 3

титана, может оказать заметное влияние на энантиоселективность реакции. Такие алкоксититанациклопропановые реагенты генерируются при проведении реакции в присутствии функционально замещенных олефинов [1]. Так, обработка эквимольной смеси метилового эфира 5 и 4,4-диэтоксидбутена (8) бутилмагнийбромидом в присутствии 10 мольн. % изопропоксида титана(IV) преимущественно приводила к циклопропанолам 6, а целевые циклопропанола 9 образовывались с выходом 28% (схема 3, табл. 3). При использовании больших относительных количеств изопропоксида титана(IV) (50 мольн. %) содержание побочных продуктов 6 в реакционной массе снизилось, а выход соединений 9 составил 50% (табл. 3). *Цис*- и *транс*- изомерные продукты 9 при проведении реакции в присутствии 50 мольн. % таддола 1a образовывались в соотношениях близких к эквимольным, тем не менее, анализ стереоизомерного состава *цис*-циклопропанола 9 с помощью 2-метокси-3,3,3-трифтор-2-фенилпропионатных производных показал наличие 30% избытка одного из энантиомеров.

Таким образом, полученные данные свидетельствуют о перспективности дальнейших исследований направленных на поиск хиральных лигандов для разработки энантиоселективных вариантов реакций аллильного этилирования и циклопропанирования.

Таблица 3

**Гидроксициклопропанирование олефина 8 в присутствии 10-50 мольн. % изопропоксида титана(IV) и таддола 1a**

| Таддол | Ti(Oi-Pr) <sub>4</sub> ,<br>(мольн. %) | Содержание<br>продуктов, (%) |    | Цис-/транс-9 | ее 9,<br>(%) |
|--------|----------------------------------------|------------------------------|----|--------------|--------------|
|        |                                        | 9                            | 6  |              |              |
| -      | 10                                     | 28                           | 55 | 3:1          | -            |
| -      | 50                                     | 50                           | 5  | 9:1          | -            |
| 1a     | 50                                     | 50                           | 28 | 1:1          | 30           |

### Литература

1. Кулинкович О. Г. Алкилирование производных карбоновых кислот диалкоксититанациклопропановыми реагентами // Изв. Акад. Наук. Сер. Хим. 2004. № 5. С. 1022-1043.

2. Kulinkovich O. G., Epstein O. L., Isakov V. E., Khmel'nitskaya E. A. Regioselective carbon-carbon bond formation in titanium mediated reaction of ethylmagnesium bromide with allylic alcohols and allylic ethers // Synlett. 2001. № 1. P. 49–52.
3. Матюшенков Е. А. Реакции 2-винилтетрагидрофурана и его высших гомологов с диалкоксититанадициклопропановыми реагентами: Дис. к-та хим. наук. Мн., 2005.
4. Исаков В. Е. Регио- и стереоселективные реакции диалкоксититанадициклопропанов с аллиловыми спиртами и родственными им соединениями: Дис. к-та хим. наук. Мн., 2006.

## АНИОНООБМЕННАЯ ЭКСТРАКЦИЯ АНТИБИОТИКОВ

О. И. Кукса, Е. Г. Потапенко, Е. Е. Трофименко

Жидкостная экстракция является одним из наиболее эффективных методов извлечения веществ из водных растворов. Анионообменные экстракционные системы на основе моно- и бис-четвертичных аммониевых солей (ЧАС) в несмешивающихся с водой органических растворителях широко используются для извлечения анионов и проведения экстракционно-фотометрических и потенциометрических измерений [1].

Одним из путей повышения эффективности и селективности ионообменного экстракционного извлечения является введение в фазу экстрагента электрофильного компонента – сольватирующей добавки, в качестве которой эффективны трифторацетильные производные общей формулы  $R-C_6H_5-CO-CF_3$  [2,3]. Эффективность добавки можно оценить по значению суммы констант Гаммета  $\Sigma\sigma$  [4].

Данная работа посвящена исследованию влияния различных сольватирующих добавок на анионообменную экстракцию карбоксилатов –  $\beta$ -лактамных антибиотиков бензилпенициллина, ампициллина, оксациллина (ряд пенициллина) и цефазолина (ряд цефалоспоринов). Исследовалась система  $TNODA^+Pic^-$  (толуол)/ антибиотик (вода), соотношение фаз 1:1. В этой системе устанавливалось следующее равновесие:



которое характеризуется константой обмена:

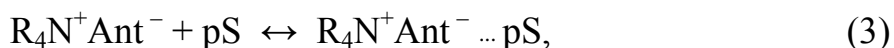
$$K_{Pic^-}^{Ant^-} = \frac{[Pic^-]^2}{(C_{0,R_4N^+Pic^-} - [Pic^-])(C_{0,Ant^-} - [Pic^-])}, \quad (2)$$

где  $[Pic^-]$  – равновесная молярная концентрация красителя в водной фазе;  $C_{0,R_4N^+Pic^-}$  и  $C_{0,Ant^-}$  – исходные молярные концентрации ЧАС и экстрагирующегося аниона антибиотика соответственно.

Как видно из табл.1, по величине константы экстракции анионы можно расположить в ряд  $Oxa^- > BP^- > Amp^- > Cef^-$ . Исходя из теории инкрементов можно сравнить только близкие по структуре ионы  $BP^-$  и  $Amp^-$ . Заме-

на водорода  $\text{BP}^-$  на аминогруппу  $\text{Amp}^-$  уменьшает  $\lg K_{\text{Pic}^-}^{\text{Ant}^-}$  на 0,17 единиц, что несколько меньше ожидаемого эффекта и может быть связано с погрешностями определения констант, но на качественном уровне согласуется с теорией.

При введении сольватирующей добавки устанавливается равновесие:



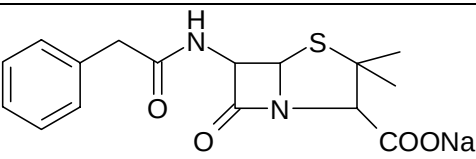
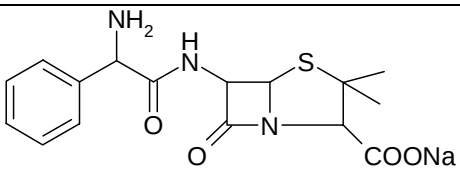
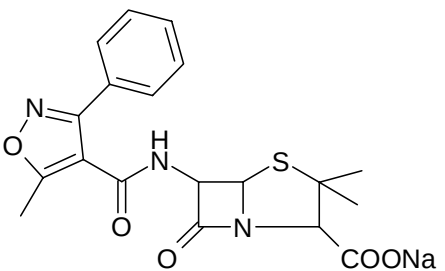
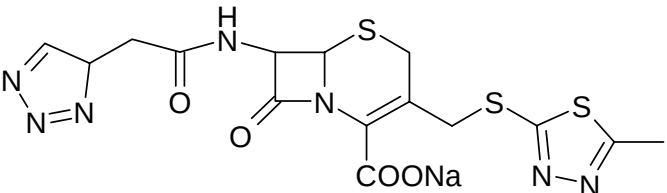
где S – молекула сольватирующей добавки, p – сольватное число, Ant- – анион антибиотика. В логарифмической форме это равновесие может быть описано формулой

$$\lg\left(\left(\tilde{K}_{\text{Pic}^-}^{\text{Ant}^-} / K_{\text{Pic}^-}^{\text{Ant}^-}\right) - 1\right) = \lg K_s + p \cdot \lg[S] \quad (4)$$

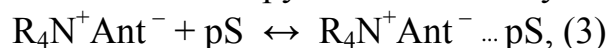
где  $\tilde{K}_{\text{Pic}^-}^{\text{Ant}^-}$  – кажущаяся константа обмена, рассчитанная по уравнению (2) для системы с добавкой,  $K_s$  – константа сольватации,  $[S]$  – равновесная концентрация добавки.

Таблица 1

**Структурные формулы исследуемых антибиотиков и найденные значения логарифмов констант обмена в системе TNODA+Pic-(толуол)/ антибиотик (вода)**

| Название антибиотика<br>(сокращенное обозначение) | $\lg K_{\text{Pic}^-}^{\text{Ant}^-}$ | Структурная формула                                                                  |
|---------------------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| Бензилпенициллина<br>натриевая соль (BP)          | -5,27                                 |  |
| Ампициллина на-<br>триевая соль (Amp)             | -5,44                                 |  |
| Оксациллина натрие-<br>вая соль (Оха)             | -5,02                                 |  |
| Цефазолина натрие-<br>вая соль (Cef)              | -5,75                                 |  |

При введении сольватирующей добавки устанавливается равновесие:



где S – молекула сольватирующей добавки, p – сольватное число, Ant<sup>-</sup> – анион антибиотика. В логарифмической форме это равновесие может быть описано формулой

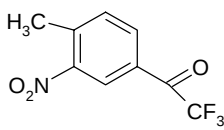
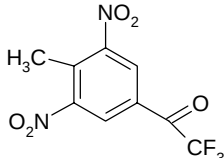
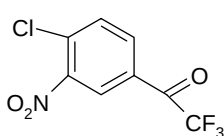
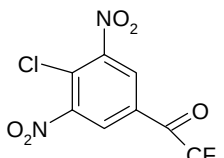
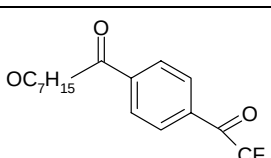
$$\lg((\tilde{K}_{Pic^-}^{Ant^-} / K_{Pic^-}^{Ant^-}) - 1) = \lg K_s + p \cdot \lg[S] \quad (4)$$

где  $\tilde{K}_{Pic^-}^{Ant^-}$  – кажущаяся константа обмена, рассчитанная по уравнению (2) для системы с добавкой, K<sub>s</sub> – константа сольватации, [S] – равновесная концентрация добавки.

Как видно из табл.2, при концентрации добавки в органической фазе на уровне 10-3М константа обмена в зависимости от антибиотика и добавки возрастает в 2–1600 раз.

Таблица 2

**Структурные формулы сольватирующих добавок, изменение логарифмов констант обмена (система TNODA+Pic<sup>-</sup>+S(c=10-3M)(толуол)/ антибиотик (вода))**

| Обозначение добавки | Структурная формула добавки                                                         | Lg $\tilde{K}_{Pic^-}^{Ant^-}$ - lg $K_{Pic^-}^{Ant^-}$ |                  |                  |                  |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|------------------|------------------|------------------|
|                     |                                                                                     | BP <sup>-</sup>                                         | Amp <sup>-</sup> | Oxa <sup>-</sup> | Cef <sup>-</sup> |
| S13                 |  | 1,65                                                    | 1,33             | 1,87             | 1,64             |
| S14                 |  | 2,52                                                    | 2,14             | 3,06             | 2,86             |
| S17                 |  | 1,48                                                    | 1,48             | 2,39             | 2,42             |
| S18                 |  | 2,88                                                    | 2,92             | 3,19             | 2,89             |
| S20                 |  | 0,25                                                    | 0,28             | 1,41             | 1,04             |

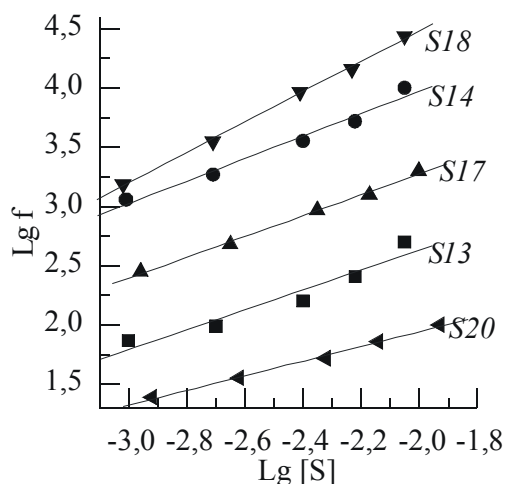


Рис. 1. Зависимость  $\lg f$  от  $\lg [S]$ :

$$f = \left( \frac{\tilde{K}_{\text{Pic}^-}^{\text{Oxa}^-}}{K_{\text{Pic}^-}^{\text{Oxa}^-}} \right) - 1$$

Для всех антибиотиков наблюдались значимые прямолинейные зависимости  $\lg \left( \frac{\tilde{K}_{\text{Pic}^-}^{\text{Ant}^-}}{K_{\text{Pic}^-}^{\text{Ant}^-}} \right) - 1$  от  $\lg [S]$  ( $R > 0,96$ ) (например, рис.1), что

позволило по тангенсу угла наклона графика оценить средние сольватные числа. Их значения в зависимости от типа антибиотика и добавки находились в пределах от 0,61 до 1,37, то есть достаточно близки к 1. Таким образом, в органической фазе преобладают сольваты, в которых на одну молекулу ассоциата  $\text{TNODA}^+\text{Ant}^-$  приходится одна молекула добавки. Найденные по отсекаемому графиком отрезку  $\lg K_s$  варьировались от 2,22 до 7,04.

По эффективности добавки можно расположить в ряд  $S18 > S14 > S17 > S13 > S20$ , что объясняется величиной отрицательного индукционного эффекта заместителя и, как следствие, увеличением эффективного положительного заряда на карбонильном атоме молекулы добавки.

Для ампициллина и оксациллина наблюдается значимая линейная корреляция ( $R > 0,96$ ) при построении графика зависимости  $\lg \tilde{K}_{\text{Pic}^-}^{\text{Ant}^-}$  от суммы констант Гаммета  $\sum \sigma$  заместителей в молекулах добавок, что указывает на возможность предсказания количественного влияния добавки и косвенным образом подтверждает достоверность условных констант обмена.

### Литература

1. Гулевич А.Л. Экстракция алкилсульфатов и высших карбоновых кислот четвертичными аммониевыми солями и ее аналитическое применение. – Дис. ... канд. Хим. наук: 02.00.02. Минск, 1982. – 205 с.

Как видно из рис.1, при увеличении концентрации добавки условная константа обмена  $\tilde{K}_{\text{Pic}^-}^{\text{Oxa}^-}$  растет. При

$\lg [S18] = -2,05$   $\lg \tilde{K}_{\text{Pic}^-}^{\text{Oxa}^-} = -0,58$ , то есть

константа обмена возрастает более чем в 27 тысяч раз. При введении максимально исследованных концентраций сольватирующей добавки (концентрации от  $5 \cdot 10^{-3}$  до  $1,62 \cdot 10^{-2} \text{M}$ ) в зависимости от вида добавки и антибиотика логарифмы констант обмена увеличивались на 0,81-4,44 единицы.

2. Гулевич А.Л. Анионообменная экстракция органических анионов: – Монография. Мн., Изд. ООО “Красико-принт”, 2002. – 118 с.
3. Ампилогова Н.А., Караван В.С., Белошанко М.И. Влияние эфиров п-трифторацетилбензойной кислоты на селективность ионообменной экстракции анионов органических кислот // Журн. Аналит. Химии, 1985. Т.40. №5. С.895-899.
4. Шмидт В.С. Линейные соотношения свободных энергий как средство обобщения и анализа данных по экстракции // Успехи химии. 1978. Т.47. №10. С.1730-1755.

## ЦИКЛОПРОПАНОЛЬНЫЙ ПОДХОД К СИНТЕЗУ ХИРАЛЬНЫХ СТРОИТЕЛЬНЫХ БЛОКОВ НА ОСНОВЕ ПРИРОДНЫХ ГИДРОКСИКАРБОНОВЫХ КИСЛОТ

Д. Г. Шклярук, В. Н. Коваленко

Биологически активные соединения занимают важнейшее место в современном органическом синтезе. В последнее время особое внимание уделяется органическим веществам, обладающим полезными для человека биологическими свойствами, например, поликетидам с выраженной активностью по отношению к раковым клеткам и низкомолекулярным биорегуляторам поведения насекомых – феромонам. В настоящий момент финальные фазы биологических испытаний перед внедрением проходят эпотилоны [1], дискодермолид [2], диктиостатин [3] и другие потенциальные противораковые вещества, а феромон (+)-диспарлюр давно зарекомендовал себя в качестве безопасного для окружающей среды средства в борьбе с вредителями леса – бабочкой шелкопрядом-монашенкой и непарным шелкопрядом [4,5].

Оптически активные гидроксикарбоновые кислоты оказались удобными исходными соединениями для синтеза ключевых хиральных строительных блоков выше указанных соединений. В настоящей работе нами разработана эффективная схема получения *син,анти*-стереотриадного строительного блока 12 поликетидов исходя из производного природной (*S*)-яблочной кислоты 1 (схема 1) и осуществлен синтез оптически активного диспарлюра 18 из этилового эфира (*R*)-2,3-циклогексиденглицериновой кислоты 13 (схема 2) с использованием на ключевых стадиях современной химии малых циклов и катализируемого соединениями титана циклопропанирования производных карбоновых кислот реагентами Гриньяра [6].

Диэтиловый эфир (*S*)-(-)-яблочной кислоты 1 гладко вводился в реакцию С-метилирования метилиодидом в присутствии LDA в качестве основания [7] (схема 1). При этом был получен ее диастереомерно обогащенный гомолог 2 с *de* = 78% (определен по отношению интегральных интенсивностей сигналов  $\text{CHCH}_3$  обоих диастереомеров). Далее по раз-

работанной нами для диэтилмалата [8] схеме осуществлено превращение ТНР-защищенного метилированного диэтилмалата 3 в соответствующий бис-циклопропанол 4. Последний образовался с хорошим выходом при действии на соединение 3 6 эквивалентов этилмагнийбромида и 50 мольн. % тетраизопропоксида титана в смеси диэтиловый эфир-тетрагидрофуран. После кислотного метанолиза бис-циклопропанол 4 гладко переведен в триол 5, который удалось разделить на диастереомеры с помощью колоночной хроматографии на силикагеле. Далее нами успешно осуществлена дифференциация гидроксильных групп в триоле 5. 1,3-Диольный фрагмент был защищен при взаимодействии исходного вещества 5 с  $\text{Me}_2\text{C}(\text{OMe})_2$ -PPTS в сухом ацетоне, что привело к единственному ацетониду 6 с выходом 86%. Региоселективность данного превращения была установлена по отсутствию сигналов протонов  $\text{CH}_2$ -группы 1,3-диоксанового цикла в ПМР-спектре реакционной смеси. Ацетонид 6 стандартным методом переводили в мезилат 7, который вовлекали в реакцию нуклеофильного замещения, сопровождаемого циклопропилаллильной изомеризацией под действием  $\text{MgBr}_2$  [9].

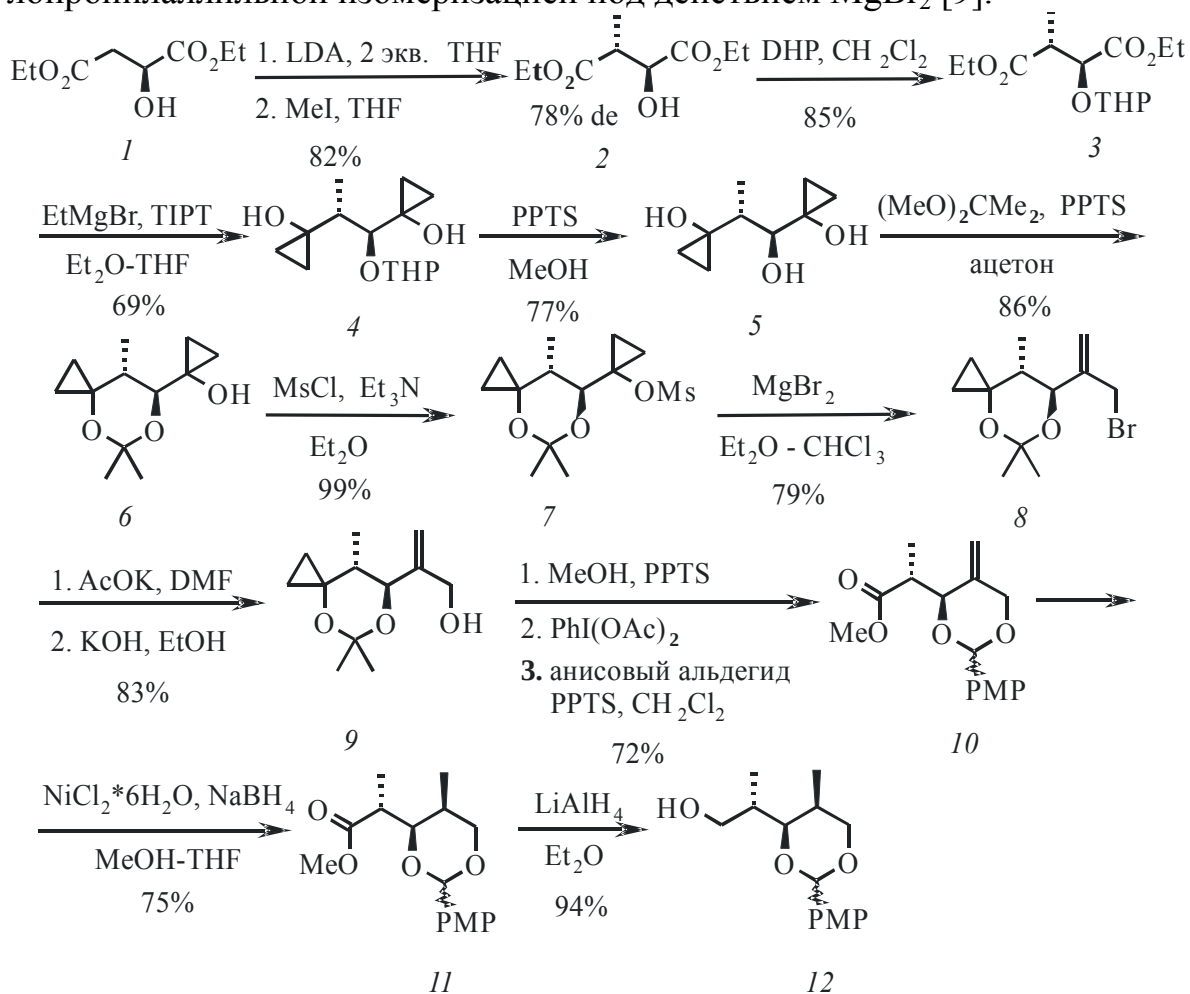


Схема 1



Провести данную реакцию в кипящем диэтиловом эфире оказалось невозможным из-за низкой активности субстрата **7** в этих условиях. В то же время, при кипячении **7** в системе растворителей хлороформ—диэтиловый эфир 1:1, как показано ранее для гомолога **7** в работе [8], в течение 10 часов наблюдалась его полная конверсия с образованием целевого аллилбромида **8** с выходом 79%. Аллиловый спирт **9**, полученный действием ацетата калия в DMF на субстрат **8** и омылением аллилацетата, выделен с выходом 83% на две стадии. Последовательное снятие ацетонидной защиты с соединения **9** посредством кислотного метанолиза, окислительное расщепление образовавшегося циклопропанольного фрагмента  $\text{PhI}(\text{OAc})_2$  как по связи  $\text{C}_1\text{-C}_2$ , так и по связи  $\text{C}_1\text{-C}_3$  и ацетализация 1,3-диольного фрагмента п-анисовым альдегидом привели к метиловому эфиру **10**. Целевой карбинол **12** был получен после стереоселективного восстановления **10** системой  $\text{NiCl}_2\text{-NaBH}_4$  в метиловом спирте и метоксикарбонильной группы в веществе **11**  $\text{LiAlH}_4$  в диэтиловом эфире с общим выходом 10,5% на 11 синтетических стадий. Спектральные характеристики **12** полностью совпали с описанными в литературе [9].

Реакция производного D-глицериновой кислоты **13** с этилмагнийбромидом в присутствии тетраизопропоксида титана приводила к циклопропанолу **14** (схема 2), который без дополнительной очистки подвергался раскрытию трехуглеродного цикла под действием брома в метаноле. Образовавшийся  $\beta$ -бромкетон **15** вводился в реакцию сочетания с реактивом Гриньяра в присутствии иодида меди(I).

Кетон **16** был получен с выходом 56% после колоночной хроматографии на силикагеле в расчете на исходный сложный эфир **13**, при этом продукт сочетания легко отделялся от примеси третичного спирта, образовавшегося на стадии циклопропанирования. Восстановление карбонильной группы в соединении **16** алюмогидридом лития в тетрагидрофу-

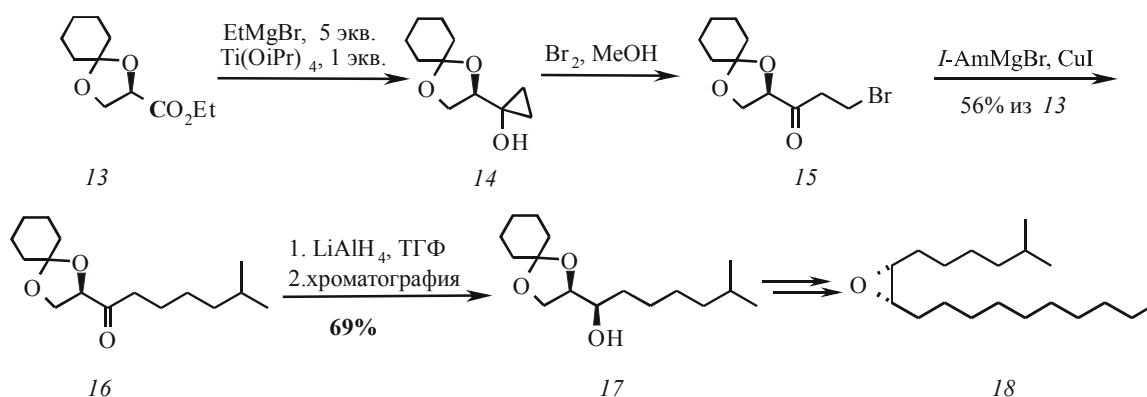


Схема 2

ране привело к преимущественному образованию син-производного 17, которое легко отделялось от побочного анти-изомера хроматографически. Выход соединения 17 составил 69%. Данный промежуточный продукт, содержащий син-диольный фрагмент, был использован для синтеза (+)-диспарлюра 18.

### Литература

1. *Hofle G.* / Epothilone A and B - novel 16-membered macrolides with cytotoxic activity: isolation, crystal structure, and conformation in solution / G. Hofle, N. Bedorf, H. Steinmetz et al. // *Angew. Chem. Int. Ed. Engl.* –1996. – V. 35, № 13-14. – P. 1567-1569.
2. *Paterson I.* / The Development a Practical Total Synthesis of Discodermolide, a Promising Microtubule-Stabilizing Anticancer Agent / I. Paterson, G. J. Florence // *Eur. J. Org. Chem.* – 2003. – №. 11. – P. 2193-2208.
3. *Madiraju C.* / Tubulin Assembly, Taxoid Site Binding, and Cellular Effects of the Microtubule-Stabilizing Agent Dictyostatin / C. Madiraju, M. C. Edler, E Hamel et al. // *Biochemistry* – 2005. – V.44, № 45. – P. 15053-15063.
4. *Бедный В. Д.* / Технология применения диспарлюра в лесозащите / Кишинев: Штиинца, 1984.
5. *Лебедева К. В., Миняйло В. А., Пятнова Ю. Б.* / Феромоны насекомых / Москва: Наука, 1984.
6. *Кулинкович О. Г.* / Реакция этилмагнийбромида с эфирами карбоновых кислот в присутствии тетраизопропоксититана / О. Г. Кулинкович, С. В. Свиридов, Д. А. Василевский, Т. С. Притыцкая // *Ж. Орг. Хим.* – 1989. – Т. 25, № 10. – С. 2244–2245.
7. *Seebach D.* / Herstellung von erythro-2-Hydroxybernsteinsäure-Derivaten aus Äpfelsäureester. Vorläufige Mitteilung / D. Seebach, D Wasmuth // *Helv. Chim. Acta* – 1980. – V.63, № 1. – P. 197.
8. *Bekish A. V.* / Differentiation between the ethoxycarbonil groups in diethyl malate via their titanium-catalyzed reductive cyclopropanation wich ethylmagnesium bromide and subsequentsite-selective three-carbon ring cleavage / A. V. Bekish, O. G. Kulinkovich // *Tetrahedron Lett.* –2005. –V. 46, №. 41. –P. 6975-6978.
9. *Kozyrkov Yu. Yu.* / A simple and efficient conversion of tertiary cyclopropanol to 2-substituted allyl halides / Yu.Yu. Kozyrkov, O. G.Kulinkovich // *Synlett.*– 2002.– № 3.– P. 443–446.

## ИССЛЕДОВАНИЕ РЕАКЦИИ 3,5-ДИ-ТРЕТ-БУТИЛ-1,2-БЕНЗОХИНОНА С ТИОКАРБОНОВЫМИ КИСЛОТАМИ

**В. П. Бернат**

Тиоуксусная кислота в органическом синтезе используется главным образом для введения различных серосодержащих групп посредством замещения у насыщенного углеродного атома, присоединения по кратным С – С связям, сопряженным с электроноакцепторными заместителя-

ми (реакция Михаэля), радикального присоединения к неактивированным двойным связям с последующим гидролизом, если необходимо, в присутствии окислителей (в зависимости от окислителя можно получить тиолы, дисульфиды сульфоксиды, сульфоны и сульфоновые кислоты)[1 – 5].

Тиобензойная кислота используется в качестве нуклеофила в реакциях  $S_N2$ . Полученные таким образом О-тиобензоаты далее подвергаются различным фотоинициируемым превращениям: радикальному элиминированию тиобензойной кислоты и различным электрон-транспортным реакциям [6,7]. S-фенилтиобензоат и подобные соединения являются новым классом фотоинициаторов радикальной полимеризации [8].

Химия пространственно экранированных дифенолов (ПЭД) в настоящее время активно развивается. Это обстоятельство связано как с практическим значением этих соединений (антиоксиданты, радиопротекторы, лекарственные средства), так и с изучением глубинных биохимических реакций в клетке, поскольку важнейшие биологические процессы дыхания, гидроксирования, действия лекарственных препаратов часто сопряжены с обратимыми реакциями окисленных и восстановленных форм фенольных производных.

Стерически затрудненные одноатомные фенолы являются эффективными ингибиторами свободнорадикальных реакций. Некоторые из них нашли широкое применение в качестве промышленных антиоксидантов, в частности, стабилизаторов мономерных и полимерных материалов.

Удобным способом получения серосодержащих пространственно экранированных дифенолов является присоединение тиольных нуклеофилов к акцепторам Михаэля – замещенным орто-хинонам. В случае замещенных орто-хинонов наблюдается также абсолютная региоселективность реакции сопряженного присоединения: объемные заместители направляют атаку нуклеофилов в наименее пространственно затрудненное положение. После стадии присоединения нуклеофила следует стадия

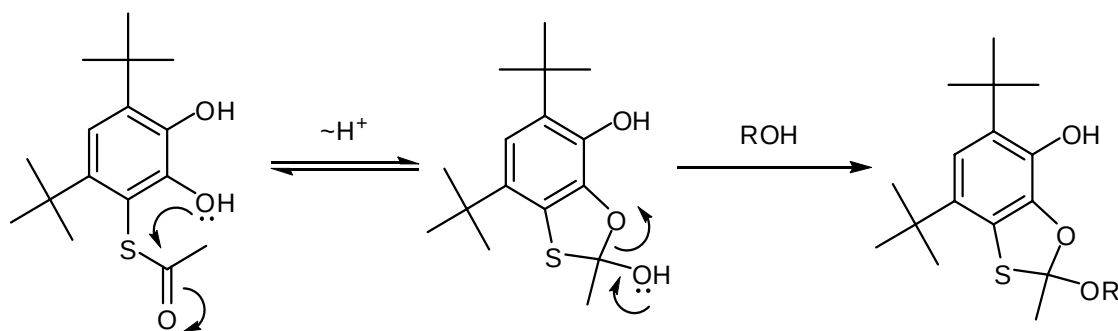


Схема 1

ароматизации, и в результате образуются замещенные орто-дифенолы. В зависимости от строения радикала, несущего тиольную группировку, возможны дальнейшие внутримолекулярные стадии с участием соседней гидроксильной группы. Так, меркаптоуксусная кислота и N-ацетилцистеин дают продукты лактонизации.

В случае использования тиокарбоновых кислот возможно замыкание 1,3-оксатиоланового цикла, однако, в отличие от лактонизации, эта реакция обратима вследствие неустойчивости образующегося соединения. Однако образование 1,3-оксатиоланового производного можно зафиксировать, заместив атом водорода гидроксильной группы на алифатический радикал, тем самым, заблокировав быстрый протонный обмен (схема 1).

Целью настоящей работы являлось изучение взаимодействия тиокарбоновых (тиоуксусной и тиобензойной) кислот с 3,5-ди-трет-бутил-1,2-бензохиноном в присутствии спиртов и получение производных 1,3-бензоксатиолана.

Все реакции проводились по общей схеме: к раствору тиокарбоновой кислоты в спирте добавлялся небольшими порциями сухой орто-хинон, затем смесь перемешивали несколько часов и из выпавшего осадка выделяли целевые соединения.

Условия проведения реакций и структуры полученных соединений приведены в таблице и на рис. 1 (состав и структуры подтверждены совокупностью данных элементного анализа,  $^1\text{H}$ -ЯМР и масс-спектрометрии).

Для оценки антиоксидантных свойств вещества I был приготовлен  $10^{-3}\text{M}$  раствор в н-гексане, насыщенном кислородом. Его подвергли радиолизу и сравнили суммарные концентрации изомерных гексанолов и гексанонов в растворе I и в чистом гексане, облученным в аналогичных условиях (рис.2).

Для оценки антирадикальных свойств вещества I аналогичная процедура была в условиях отсутствия кислорода. На рис. 3 показаны зависимости содержания изомерных додеканов в растворе I и в чистом гексане, подвергнутом радиолизу, от дозы облучения.

Таблица 1

**Условия проведения реакций и образующиеся продукты.**

| Тиокарбоновая кислота | Спирт            | Структура продукта |
|-----------------------|------------------|--------------------|
| AcSH                  | метанол          | I                  |
| AcSH                  | этанол           | II                 |
| AcSH                  | изопропанол      | III                |
| AcSH                  | бензиловый спирт | III                |
| BzSH                  | метанол          | IV                 |

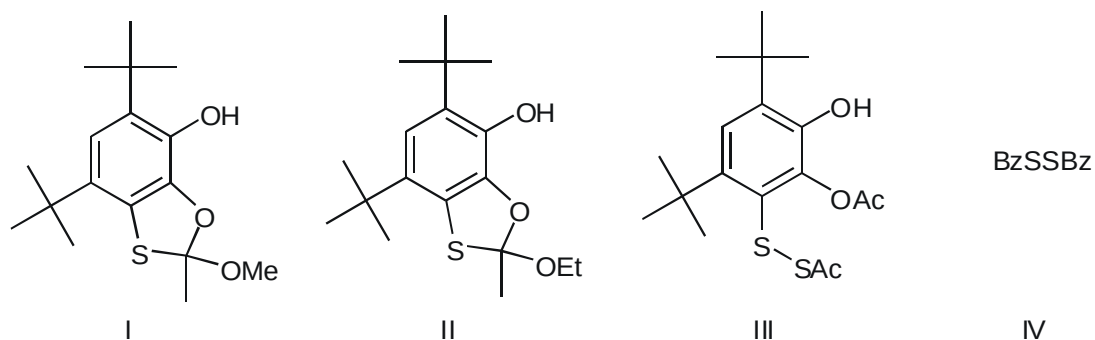


Рис. 1. Структуры полученных соединений

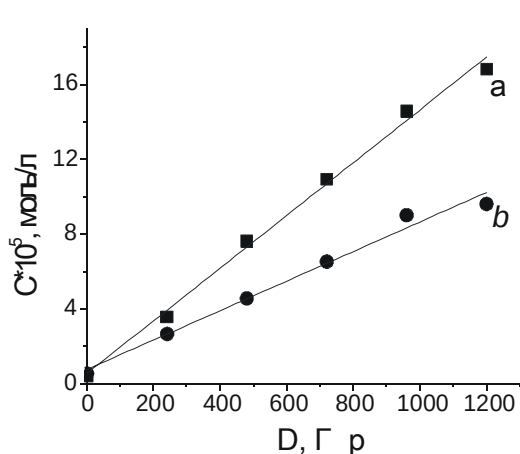


Рис. 2. Зависимость суммарного выхода гексанолов и гексанонов от дозы гамма-излучения а – чистый гексан, б – раствор I

Радиационный выход гексанолов и гексанонов в чистом гексане равен 1,36 молекул/100эВ, а в присутствии I – 0,76 молекул/100эВ. Таким образом, выход уменьшился в 1,8 раза.

Радиационный выход додеканов в чистом гексане составил 0,29 молекул/100эВ, а в растворе I – 0,21 молекул/100эВ. Выход уменьшился в 1,4 раза.

Таким образом, исследованное вещество обладает достаточно хорошими антиоксидантными свойствами при менее выраженных антирадикальных. Кроме того, все синтезированные соединения показали себя неустойчивыми в протонных растворителях (в воде и спиртах). Это ограничивает возможности широкого использования веществ данного ряда в промышленности и медицине.

### Литература

1. Byung H.K., Asymmetric induction in the conjugate addition of thioacetic acid to methacrylamides with chiral auxiliaries // Tetrahedron: Asymmetry – 2005. – Vol. 16, №6. – P. 1215-1220.

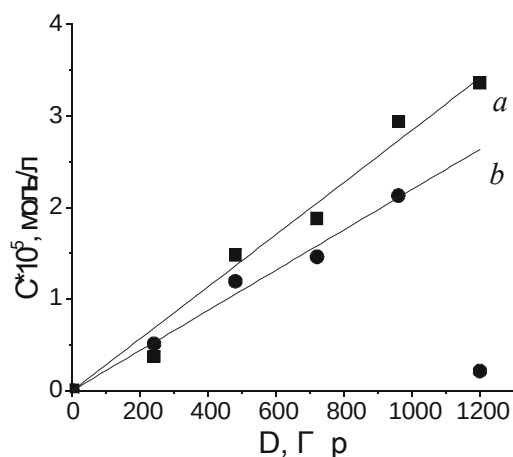


Рис. 3. Зависимость суммарного выхода додеканов от дозы гамма-излучения. а – чистый гексан, б – раствор I

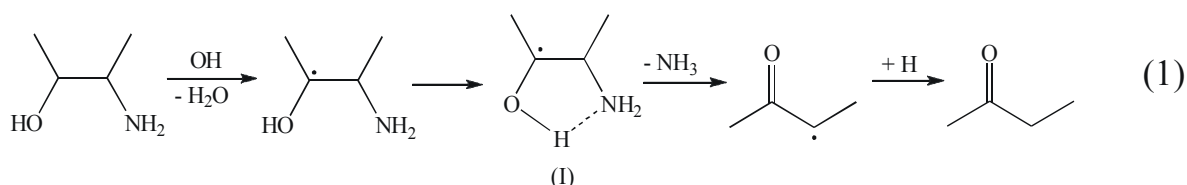
2. Li H. et al., Organocatalytic asymmetric conjugate addition of thioacetic acid to  $\beta$ -nitrostyrenes // Tetrahedron Lett. – 2006. – Vol. 47, №15. – P. 2585-2589.
3. Dighe S.V., Tetrakis (3-mercaptopropyl) ether of pentaerythritol // US Patent 3823191 (1974)
4. Lázár L. et al., Synthesis of methyl 6-deoxy-4-O-(sodium sulfonato)- $\alpha$ -Ltalopyranoside, its C-4 epimer and both isosteric 4-C-(potassium sulfonatomethyl) derivatives // ARKIVOC – 2004. – №7. – P. 196-207. (<http://www.arkat-usa.org/>)
5. Rosen T., Lico I.M., Chu D.T.W., A convenient and highly chemoselective method for the reductive acetylation of azides // J. Org. Chem. – 1988. – Vol. 53, – P. 1580-1582.
6. Schreiber A.L., Fashing M.A., Abelt C.J., Unexpected photoinduced electron transfer reactions of two glucose thiobenzoates // J. Chem. Soc., Perkin Trans., 2 Phys. Org. Chem. – 2000. – №5. – P. 953-956.
7. Abelt C.J., Photoinduced electron transfer reactions of thiobenzoates (<http://people.wm.edu/~cjabel/>)
8. Su J.J., Dai G.S., Wu S.K., Study of sensitized photolysis of S-phenyl thiobenzoates // J. Photopolymer Sci. and Techn. – 1994. – Vol. 7, №1. – P. 209-219.

## РОЛЬ N-ЦЕНТРИРОВАННЫХ РАДИКАЛОВ В ПРОЦЕССАХ ДЕСТРУКЦИИ БИОЛОГИЧЕСКИ ВАЖНЫХ МОЛЕКУЛ

А. Г. Лисовская, А. А. Сладкова

В организме существуют естественные механизмы регуляции свободнорадикальных процессов, нарушение которых приводит к окислительному стрессу. Считается общепринятым, что гиперпродукция активных форм кислорода (АФК) и азота (АФА) является причиной формирования и развития многих заболеваний. Патогенное действие АФК и АФА связывают с их высокой реакционной способностью по отношению к биологически важным веществам, в результате чего индуцируются реакции окисления и окислительной деструкции последних. Для блокирования процессов окисления липидов клеточных мембран и других соединений используются природные (витамины Е, С, Р) и синтетические (ионол, пробукол) антиоксиданты [1]. Однако использование антиоксидантов в клинической практике не дает ожидаемой эффективности при лечении патологий, связанных с повышением уровня АФК. Данный парадокс указывает на необходимость установления новых механизмов повреждения биологически важных соединений при взаимодействии их с активными радикальными интермедиатами.

В работах кафедры радиационной химии и химической технологии Белорусского Государственного университета было показано, что  $\cdot\text{OH}$ -радикалы, взаимодействуя с бифункциональными гидроксилсодержащими органическими молекулами, инициируют процесс фрагментации [2]. В случае аминокислотных соединений, у которых гидроксил находится в  $\beta$ -положении по отношению к аминогруппе, данный механизм реализуется по следующей схеме:



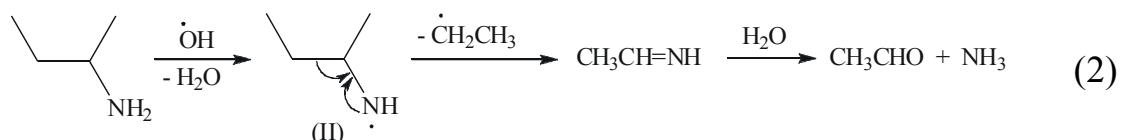
Ключевой стадией процесса (1) является согласованный распад радикалов с одновременным разрывом двух  $\beta$ -связей и элиминированием аммиака.

Аминогруппа входит в состав многих биологически важных органических веществ, поэтому аминоксодержащие соединения (АС) являются предметом всесторонних исследований.

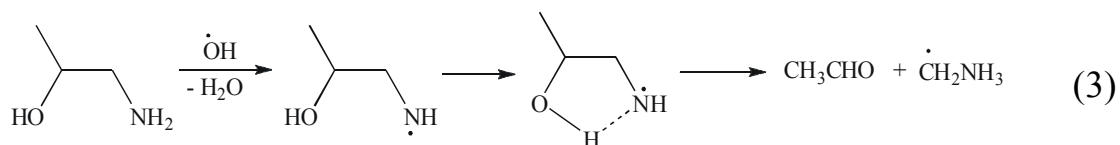
При изучении радиолиза водных растворов аминокислот было показано, что ОН радикалы способны атаковать аминогруппу, давая аминильные радикалы либо аминиевые радикал-катионы, которые распадаются с разрывом С-С связи, элиминируя при этом диоксид углерода [3]. Другие типы реакций гомолитической деструкции аминоксодержащих соединений в литературе не описаны.

В настоящей работе приведены данные по радиолизу и фотолизу водных растворов соединений, содержащих  $\alpha$ ,  $\beta$ -аминоспиртовые фрагменты, которые указывают на возможность реализации принципиально нового пути фрагментации АС, который приводит к разрыву углеродной цепи исходных молекул.

При изучении радиолиза водных растворов 2-аминобутана была оценена возможность реализации реакции  $\beta$ -расщепления образующихся аминильных радикалов. Отсутствие среди продуктов радиолиза ацетальдегида, который мог бы образовываться по реакции (2), свидетельствует о том, что радикалы типа (II) не склонны вступать в реакции  $\beta$ -расщепления.



Также показано, что при радиолизе деаэрированных растворов 3-аминопропанола-1, в котором амино- и гидроксигруппы находятся не в вицинальном положении, продукты разрыва С-С связи отсутствуют. В то же время при радиолизе водных растворов 1-амино-2-пропанола ацетальдегид образуется, и в щелочных растворах, когда аминогруппа депротонирована, его выход значительно возрастает, что свидетельствует о склонности  $\alpha, \beta$ -аминоспиртов деструктировать по схеме (3):

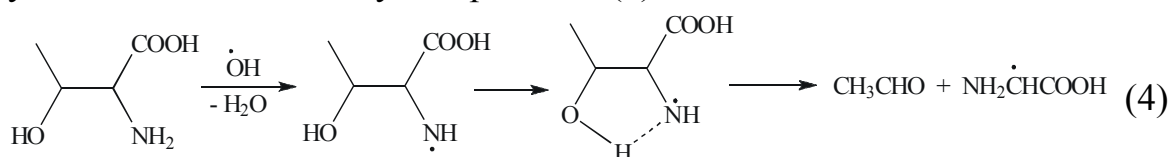


Полученные данные свидетельствуют о необходимости вицинального расположения amino- и гидроксильной группы для эффективного протекания процесса C-C-деструкции органических соединений, содержащих аминокислотные фрагменты.

Следует отметить, что реакция дезаминирования аминспиртов существенно подавляется при введении в систему кислорода за счет окисления радикалов (I), тогда как присутствие кислорода не оказывает влияния на вероятность процесса деструкции (3) исходных веществ.

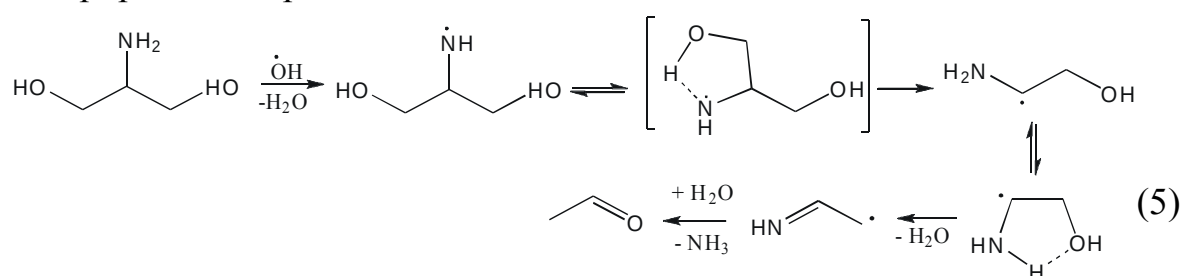
Аминоспирты и их производные могут служить низкомолекулярными моделями при установлении свойств биологически важных объектов, таких как холин, аминсахара, гидроксилсодержащие аминокислоты, сфинголипиды.

При изучении радиоллиза водных растворов гидроксилсодержащей аминокислоты треонина была показана возможность реализации деструкции исходных молекул по реакции (3):



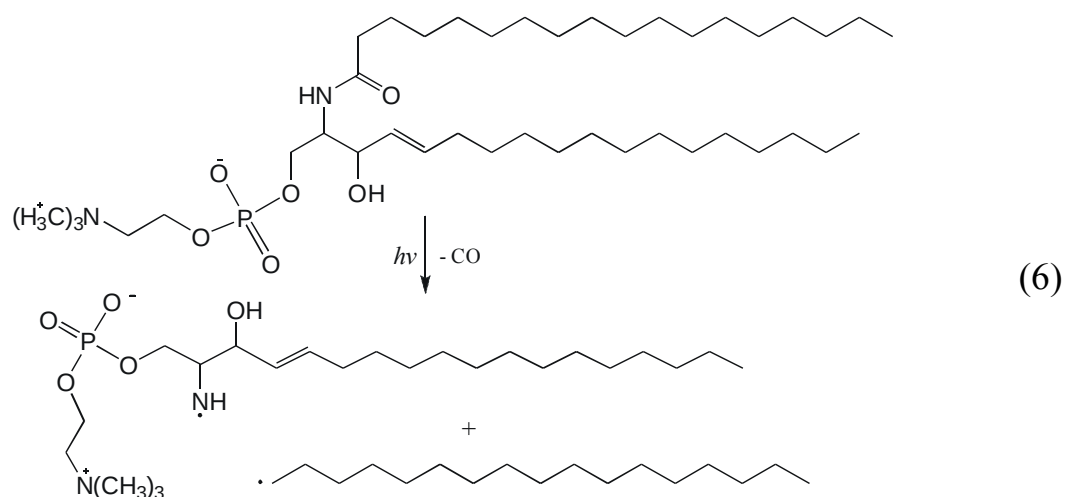
Значения выходов ацетальдегида, которые увеличиваются с 0,4 до 2,5 молекул/100 эВ при изменении рН растворов от 2 до 12, свидетельствуют, что в щелочных растворах процесс деструкции треонина с разрывом С-С связи является доминирующим.

На примере изучения радиоллиза водных растворов серинола (2-аминоглицерина), который является низкомолекулярной моделью сфингозиновой части сфингомиелина, установлено, что реакции типа (3) реализуются также за счет образования и последующего распада N-центрированных радикалов:



Удобным способом генерации аминильных радикалов органических соединений является фотолиз соответствующих амидов, где за счет распада по Норришу типа I возможна реализация процесса, который для сфингомиелина описывается следующей схемой:





Образующиеся при фотораспаде (6) N-центрированные радикалы могут далее фрагментировать согласно схеме (3). Действительно, при фотоллизе водных дисперсий сфингомиелина нами обнаружены непредельный альдегид и углеводороды, которые подтверждают возможность реализации нового свободнорадикального фотораспада сфинголипидов.

При радиоллизе водных дисперсий сфингзин фосфорилхолина (лизо-сфингомиелина), который содержит свободную аминогруппу, также показана возможность реализации фрагментации по схеме (3). Радиационно-химический выход продукта C-C-деструкции (непредельного альдегида) составил 0,2 молекул/100 эВ при pH 7,4.

Таким образом, полученные данные указывают на возможность реализации нового пути свободнорадикальной фрагментации биологически важных молекул, содержащих  $\alpha$ ,  $\beta$ -аминоспиртовые фрагменты, за счет образования азотцентрированных радикалов и последующим их распадом с разрывом углеродного скелета.

### Литература

1. Halliwell B., Gutteridge J.M.C. Free radicals in biology and medicine. Oxford: University press, 2007. - 851 p.
2. Петряев Е.П., Шадыро О.И. Радиационная химия бифункциональных органических соединений., Мн., изд-во «Университетское». 1986.- 163 с.
3. Bonifacic M., Armstrong D.A., Carmichael I., Asmus K.-D.  $\beta$ -Fragmentation and other involving aminyl radicals from amino acids. J. Phys. Chem. B. 2000. V. 104. P. 643-649.

## ИССЛЕДОВАНИЕ СОЛЬВОФОБНЫХ ЭФФЕКТОВ В ЖИДКОСТЯХ РАЗЛИЧНОЙ ПРИРОДЫ

Д. В. Снигирева, Ю. В. Шикунова

Сольвофобные эффекты оказывают огромное и зачастую определяющее влияние на растворимость и экстракцию гидрофобных органических

веществ [1-3]. В ряде работ кафедры аналитической химии Белгосуниверситета показано, что сольвофобный эффект является исключительно специфическим явлением, а величина его определяется наложением множества факторов, таких как полярность функциональных групп, их концентрация в единице объема жидкости, наличие в молекуле жидкости нескольких функциональных групп, степень их сопряжения и т.д. [1,4,5]. Установлено, что сольвофобный эффект определяется наличием в жидкости структуры дальнего порядка или пространственной структуры [1,2]. К настоящему времени на кафедре определены величины сольвофобного эффекта более чем 200 индивидуальных жидкостей, а также их смесей и растворов солей в воде и органических жидкостях. В качестве критерия величины сольвофобного эффекта использована величина инкремента метиленовой группы,  $I_{CH_2}$  [4].

Вместе с тем, ряд жидкостей остается не исследованным. Поскольку величина  $I_{CH_2}$  может часто меняться весьма неопределенным образом в зависимости от природы жидкости, расширение существующего банка данных по величинам  $I_{CH_2}$  с целью выявления новых закономерностей их изменения весьма актуально.

Были исследованы растворители различного строения и состава. Так, наименее прочную структуру образуют монофункциональные растворители с алифатическим углеводородным радикалом и наименее полярными группами в молекуле, например галогенуглеводороды (см. табл.). Более высокая величина  $I_{CH_2}$  характерна для одноатомных спиртов, кетонов и сложных эфиров [4]. Весьма интересен незначительный, но значительно отличный от нуля рост  $I_{CH_2}$  при удлинении углеводородного радикала алкилгалогенида (децилхлорид, додецилхлорид, табл.), что обусловлено ростом дисперсионных взаимодействий между молекулами с увеличением их молекулярной массы.

Следует подчеркнуть, что резкий рост  $I_{CH_2}$  в большинстве случаев обусловлен наличием в молекуле растворителя нескольких функциональных групп. Действительно, данные таблицы более чем красноречиво подтверждают это. Однако в данном случае необходимо учитывать степень взаимодействия функциональных групп в молекуле. В частности, если функциональные группы разделены хотя бы одной метиленовой группой, фактор полифункциональности обуславливает резкий скачок величины  $I_{CH_2}$  (этилацетат и этилхлорацетат, этанол и этиленхлоргидрин, изопропанол и 1,2-дихлоризопропанол, 1,2-дибромизопропанол и т.д.). Роль фактора сопряжения групп в образовании структуры очень хорошо просматривается на примере изомерных бромэтилбензолов (см. табл.).

Видно, что изомер с атомом брома в бензольном кольце существенно уступает по  $I_{CH_2}$  2-бромэтилбензолу.

Самым интересным в этом отношении является факт заметного падения  $I_{CH_2}$  при введении в молекулу ацетофенона атома Cl (ацетофенон  $I_{CH_2}=0,065$ , п-хлорацетофенон  $I_{CH_2}=0,059$ ). Указанное явление может быть объяснено делокализацией заряда в молекуле п-хлорацетофенона. С другой стороны, введение атома хлора в алифатический углеводородный радикал может приводить к резкому скачку  $I_{CH_2}$ , о котором говорилось выше. С другой стороны введение метоксигруппы в молекулу ацетофенона ведет к его расслаиванию с жидкими алифатическими углеводородами, хотя величина  $I_{CH_2}$  по сравнению с ацетофеноном меняется незначительно (ацетофенон  $I_{CH_2}=0,065$ , м-меток시아цетофенон  $I_{CH_2}=0,074$ ). Сам ацетофенон смешивается с жидкими алифатическими углеводородами. Таким образом, хлоридная группа в данном случае является структуроразрушающей группой, а метоксигруппа увеличивает «резистентность», т.е. устойчивость структуры растворителя к разрушающему действию растворяемых в ней углеводородов.

Наличие в молекулах полифункциональных растворителей таких сильнополярных или склонных давать водородные связи групп, как нитро-, окси-, карбокси-, нитрильная ведет к достаточно большим величинам  $I_{CH_2}$  и расслаиванию углеводородов и жидкостей. При этом не имеет принципиального значения, находится эта группа в алифатическом радикале или в бензольном кольце [4].

В заключении отметим, что наиболее мощная структура реализуется в жидкостях, не содержащих углеводородных радикалов в молекулах или имеющих крайне полярные функциональные группы (гидразин, этансульфоокислота). Вместе с тем, они значительно уступают воде. Вероятно, в первом случае это обусловлено частичной делокализацией электронных пар атомов азота, во втором - наличием объемистого этильного радикала в структуре жидкости.

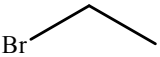
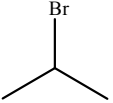
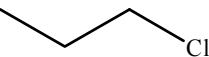
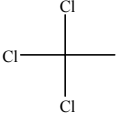
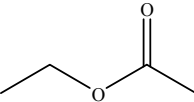
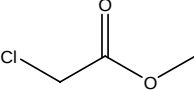
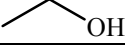
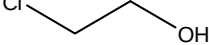
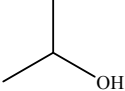
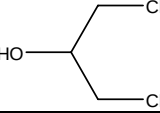
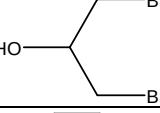
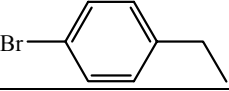
Удивительно, что четыреххлористый титан имеет отрицательную величину  $I_{CH_2}$ , несмотря на высокую полярность связи титан – хлор. Как известно, четыреххлористый углерод также характеризуется отрицательной величиной  $I_{CH_2}$ , несмотря на существенно меньшую полярность связи углерод – хлор. По-видимому, в данном случае определяющую роль играет сильная Льюисовская кислотность тетрахлорида титана и возможность его очень слабых кислотно-основных взаимодействий с метиленовой группой. Этот вопрос нуждается в дальнейшем изучении.

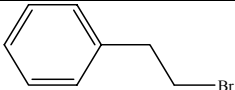
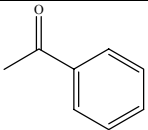
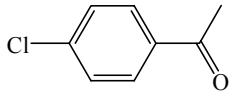
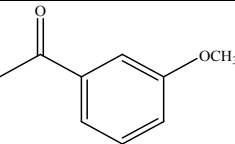
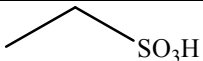
Таким образом, величины сольвофобного эффекта жидкости весьма сложным образом зависят как от природы жидкости, так и от строения ее

молекулы. Учесть все возможные факторы, влияющие на образование жидкостями структуры линейного порядка, довольно трудно. Поэтому единственно возможным способом изучения природы сольвофобных эффектов в жидкостях является дальнейшее расширение банка данных по величинам  $I_{CH_2}$ .

Таблица

**Значение инкремента группы  $CH_2$  в константу распределения  
в системе н-октан – растворитель**

| Растворитель          | Структурная формула                                                                 | Алифатический углеводород | Растворимость, г/л | $I_{CH_2}$ |
|-----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|--------------------|------------|
| этилбромид            |    | тетракозан                | 93,75              | 0,002      |
| изопропилбромид       |    | тетракозан                | 117,1              | -0,002     |
| изопропилийодид       |    | тетракозан                | 103,6              | 0,00       |
| пропилхлорид          |    | тетракозан                | 127,1              | -0,003     |
| 1,1,1-трихлорметан    |   | дотриаконтан              | 24,0               | -0,016     |
| децилхлорид           | $C_{10}H_{21}Cl$                                                                    | тетракозан                | 69,5               | 0,007      |
| додецилхлорид         | $C_{12}H_{25}Cl$                                                                    | тетракозан                | 62,3               | 0,009      |
| этилацетат*           |  |                           |                    | 0,058      |
| этилхлорацетат        |  | гексан                    | 0,095              | 0,150      |
| этанол*               |  |                           |                    | 0,078      |
| этиленхлоргидрин      |  | гептан                    | 0,038              | 0,180      |
| изопропанол*          |  |                           |                    | 0,074      |
| 1,3-дихлоризопропанол |  | гептан                    | 0,055              | 0,160      |
| 1,3-дибромизопропанол |  | гексан                    | 0,038              | 0,210      |
| п-бромэтилбензол      |  | тетракозан                | 68,7               | 0,007      |

|                        |                                                                                   |             |       |        |
|------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------|-------|--------|
| 1-(2-бромэтил)-бензол  |  | тетракозан  | 12,1  | 0,038  |
| ацетофенон*            |  |             |       | 0,065  |
| п- хлорацетофенон      |  | тетракозан  | 3,57  | 0,059  |
| м-метоксиацетофенон    |  | нонан       | 0,225 | 0,074  |
| этансульфокислота      |  | гексан      | 0,004 | 0,320  |
| четырёххлористый титан | TiCl <sub>4</sub>                                                                 | дотраконтан | 20    | -0,014 |

### Литература

1. *Лецев С.М.* Экстракционные системы на основе полярных неводных растворителей и их применение для разделения и анализа гидрофобных органических веществ: Дисс. докт. хим. наук: 02.00.04,02.00.02 / Бел. гос. ун-т. - Минск, 1994. - 306с.
2. *Кесслер Ю.М., Зайцев А.Л.* Сольвофобные эффекты: теория, эксперимент, практика. - Л.: Химия, 1989. - 312с.
3. *Родникова М.Н.* Механизм сольвофобных взаимодействий. // Ж. физ. хим. – 2006. – Т.80, №10. – С. 1806-1808.
4. *Новик Н.П.* Сравнительная оценка сольвофобных эффектов в жидкостях различной природы и ее применение для экстракционного разделения высокогидрофобных органических веществ: Дисс. ... канд. хим. наук: 02.00.02 / Бел. гос. ун-т. – Минск, 2002. – 131 с.
5. *Лецев С.М., Рахманько Е.М.* О количественном критерии прочности пространственной структуры растворителей // Ж. структурн. химии. - 1990.-Т.30, №6.-С.136-138.

## СОДЕРЖАНИЕ

### БИОЛОГИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

|                                                                                                                            |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Заблоцкая Е. А.</b> Использование молекулярных методов в создании устойчивых к парше сортов яблони.....                 | 3  |
| <b>Дмитриева И. В.</b> Получение поликлональных антител к экстраклеточной части рецептора CXCR2 человека .....             | 7  |
| <b>Петрушенко О. О., Совгир Н. В.</b> Биологическая характеристика актиномицетов, выделенных из природных источников ..... | 11 |
| <b>Савченко Ю. С.</b> Изучение морфологии некоторых видов жуков-долгоносиков надсем. Curculionoide .....                   | 16 |
| <b>Сербина Л. А.</b> Листоблошки (Homoptera: Psyllinea) Беларуси. предварительные итоги изучения .....                     | 21 |

### ИНСТИТУТ БИЗНЕСА И МЕНЕДЖМЕНТА ТЕХНОЛОГИЙ

|                                                                                                                                                                             |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Гаврилова Т. А.</b> Создание базы данных организации «Центр трудоустройства студентов Института бизнеса и менеджмента технологий БГУ» .....                              | 24 |
| <b>Иванова Н. О.</b> Стратегический анализ создания центра трудоустройства для студентов ИБМТ БГУ .....                                                                     | 26 |
| <b>Машошина А. И.</b> Исследование рынка офисных помещений города Минска .....                                                                                              | 28 |
| <b>Семененко Т. Л.</b> Определение стратегического направления развития среднего белорусского предприятия, специализирующегося на разработке программного обеспечения ..... | 31 |

### МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

|                                                                                                                                                                                                |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Василевский К. В.</b> Слабые решения дифференциально-операторного уравнения третьего порядка с переменными областями определения .....                                                      | 34 |
| <b>Воложинец М. В.</b> Аналитические и численные методы конформных отображений областей с кусочно-гладкими границами .....                                                                     | 37 |
| <b>Гирейко Е. В.</b> Условия существования полунепрерывной функции полезности на предупорядоченном множестве, снабженном топологией .....                                                      | 41 |
| <b>Глебова О. В.</b> О характеристике реберных графов обобщенных хеллиевых гиперграфов ограниченного ранга .....                                                                               | 45 |
| <b>Заренок М. А.</b> Асимптотическое поведение конформных отображений многосвязных областей .....                                                                                              | 49 |
| <b>Кирис Т. В.</b> Предсказание взаимодействия белков по гомологии .....                                                                                                                       | 53 |
| <b>Крылов Е. В.</b> Задача нахождения хеллиевой размерности графа .....                                                                                                                        | 57 |
| <b>Ляхов Д. А.</b> Слабые решения гиперболического дифференциально-операторного уравнения второго порядка с переменными областями .....                                                        | 59 |
| <b>Гляков С. А., Громыко А. О.</b> Компьютерное моделирование колесно-шагающего движителя .....                                                                                                | 63 |
| <b>Максимович О. В.</b> Нормальная форма доминантно-порогового графа .....                                                                                                                     | 68 |
| <b>Мотевич А. В.</b> Энергетическое неравенство сильных решений задачи Гурса для полного гиперболического дифференциально-операторного уравнения второго порядка с переменными областями. .... | 72 |

|                                                                                                                                                                                                  |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Навічкова Д. А.</b> Псеўдаадваротныя матрыцы і іх прымяненні .....                                                                                                                            | 76 |
| <b>Силаева З. Н.</b> Теорема Куратовского-Дугунджи для пространств с фильтрациями .....                                                                                                          | 79 |
| <b>Хатимцов Н. А.</b> Априорная оценка сильных решений нелокальной задачи Коши для полного гиперболического дифференциально-операторного уравнения второго порядка с переменными областями ..... | 83 |
| <b>Ходос С. П.</b> Полное сингулярное гиперболическое дифференциально-операторное уравнение второго порядка с переменными областями определения.....                                             | 87 |
| <b>Царева А. А.</b> Расчет скоростей распространения волн Рэлея-Лэмба для различных срезов тригонально анизотропных пластинок .....                                                              | 91 |
| <b>Циунчик А. С.</b> Метод численного решения нелинейного уравнения шредингера на основе алгоритма цифровой фильтрации .....                                                                     | 95 |

## ФАКУЛЬТЕТ РАДИОФИЗИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ

|                                                                                                                                                            |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Баранов В. В.</b> Моделирование динамики актин-полимеризации .....                                                                                      | 100 |
| <b>Беспальцев А. А., Лопатин Д. П., Бобров Д. В., Петров П. В., Кольчевский Н. Н.</b> Измерения пространственных координат точек поверхности объекта ..... | 103 |
| <b>Большаков А. А., Петров П. В., Кольчевский Н. Н.</b> Рентгеновская адиабатическая линза .....                                                           | 106 |
| <b>Васьков А. А.</b> Система удаленного доступа и мониторинга «умного дома» через интернет.....                                                            | 110 |
| <b>Горошко В. В.</b> Применение ИНС для анализа качества биочипов.....                                                                                     | 113 |
| <b>Карпук Н. М.</b> Статистический анализ сетевого трафика .....                                                                                           | 116 |
| <b>Кудин А. С.</b> Защита информации от копирования при использовании сменных носителей информации .....                                                   | 119 |
| <b>Кудько А. В.</b> Построение и оптимизация поля направлений папиллярных линий дактилоскопических изображений в системах идентификации личности .....     | 122 |
| <b>Лисица Е. В.</b> Моделирование идеальной жидкости методом молекулярной динамики .....                                                                   | 126 |
| <b>Лукошко А. Г.</b> Разработка программ для grid .....                                                                                                    | 130 |
| <b>Мазго А. Э., Петров П. В., Бобров Д. В., Кольчевский Н. Н.</b> Разработка системы контроля посещения на основе технологии bluetooth .....               | 133 |
| <b>Мэн Цин-сун (КНР)</b> Упрощение моделей управляющих систем .....                                                                                        | 136 |
| <b>Семенов А. Г.</b> Улучшение пропускной способности беспроводных сетей стандарта 802.11 в VoIP телефонии.....                                            | 141 |
| <b>Сиволобов А. В.</b> Разработка модели пространственной корреляционной спектроскопии.....                                                                | 145 |
| <b>Сперанский Д. С.</b> Расчет методом Монте-Карло функции распределения горячих электронов в n-канале субмикронного моп-транзистора.....                  | 149 |
| <b>Томашевский Р. М., Серикова Н. В.</b> Реализация grid-сети под управлением ос windows.....                                                              | 154 |
| <b>У Ши, Янь Цзибинь, Хейдоров И. Э.</b> Обнаружение патологий голосового тракта с использованием машины на опорных векторах .....                         | 157 |

|                                                                                                                          |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Федоров Р. А.</b> Сравнительный анализ методов прогнозирования хаотических временных рядов .....                      | 161 |
| <b>Хацук Е. И.</b> Построение системы распределенного моделирования динамических процессов в молекулярных системах ..... | 164 |
| <b>Хилько А. С.</b> Разработка базы данных электронных документов.....                                                   | 167 |
| <b>Чернухо А. С., Романенко А. А, Злобич А. С.</b> Построение системы управления умным домом .....                       | 171 |
| <b>Чухутин О. В.</b> Построение и анализ имитационных моделей полимеризации актина .....                                 | 176 |
| <b>Ярохович И. И.</b> Предобработка и распознавание рукописных алфавитно-цифровых символов.....                          | 179 |

## ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

|                                                                                                                                                                                                                                      |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Абрамов Д. В.</b> Системы фазовой автоподстройки частоты .....                                                                                                                                                                    | 184 |
| <b>Андреев В. В., Шишкина Т. В.</b> Поляризационные эффекты в процессах аннигиляции лептонов в расширенных калибровочных моделях .....                                                                                               | 187 |
| <b>Астрейко М. И.</b> Особенности физических характеристик кометы 17/P Холмса.....                                                                                                                                                   | 188 |
| <b>Бенедиктович А. И., Феранчук И. Д.</b> Динамическая теория дифракции рентгеновского излучения на частично релаксированных структурах.....                                                                                         | 189 |
| <b>Слепян Г. Я., Ерчак Е. Д., Максименко С. А.</b> Распространение раби-волн в низкоразмерных полупроводниковых наноструктурах .....                                                                                                 | 190 |
| <b>Зусин Д. Г., Грабчиков А. С.</b> Эффект проявления временной нестационарности в статистических свойствах Стоксова излучения ВКР.....                                                                                              | 191 |
| <b>Казак Л. А.</b> Суперпозиция вихревых оптических пучков .....                                                                                                                                                                     | 194 |
| <b>Карабовский М. В., Кулешов А. К.</b> Влияние плотности энергии воздействия мощными ионными пучками и компрессионными плазменными потоками на структурно-фазовые изменения в WC-Ti-CO твёрдом сплаве .....                         | 198 |
| <b>Ковалев А. И., Шишкина Т. В.</b> Исследование тормозного излучения в процессах аннигиляции поляризованных фермионов .....                                                                                                         | 202 |
| <b>Кочетков С. М., Барковский Л. М.</b> Однокомпонентные солитоны в фоторефрактивных кристаллах .....                                                                                                                                | 203 |
| <b>Лойко П. А., Юмашев К. В.</b> Термооптические искажения в лазерном кристалле Nd <sup>3+</sup> :KGd(WO <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> .....                                                                                           | 206 |
| <b>Малевич П. Н., Килин С. Я.</b> Особенности пробоя оптически прозрачных материалов под действием лазерных импульсов наносекундной длительности.....                                                                                | 209 |
| <b>Михалычев А. Б. , Килин С. Я.</b> Создание перепутанных состояний оптических полей при использовании сред с малой нелинейностью для устойчивой передачи квантовых состояний на большие расстояния по оптоволоконным каналам ..... | 213 |
| <b>Борздов Г. Н., Сёмов М. Н.</b> Пульсирующие оптические пинцеты.....                                                                                                                                                               | 214 |
| <b>Тарасов Д. С.</b> Гиперспектральный мониторинг лазерноиндуцированной флуоресценции индотрикарбоцианиновых красителей .....                                                                                                        | 215 |
| <b>Чибирай М. С., Углов В. В.</b> Релаксационные процессы в железе модифицированным компрессионным плазменным потоком .....                                                                                                          | 219 |



## ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

|                                                                                                                                    |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Алексеев А. Е., Дежемесова В. С.</b> Оценка влияния засорений обучающей выборки на точность алгоритмов кредитного скоринга..... | 223 |
| <b>Бережной И. Б.</b> Криптографические свойства генератора Макларена – марсалы .....                                              | 228 |
| <b>Костюкович Н. Ю.</b> Задача управления региональными структурами .....                                                          | 231 |
| <b>Левина Е. А.</b> Задача о свертке белка на специальных двумерных и трехмерных решетках .....                                    | 235 |
| <b>Лобанов А. Ю.</b> Распараллеливание алгоритма численного решения уравнения теплопроводности первого порядка .....               | 238 |
| <b>Лю Цзяхуэй</b> Параллельные вычисления в многопроцессорных системах .....                                                       | 243 |
| <b>Мазовка Д. И.</b> Система визуализации динамических моделей .....                                                               | 247 |
| <b>Мальцев М. В.</b> О статистическом анализе цепи Маркова переменной длины .....                                                  | 250 |
| <b>Петрушко А. А.</b> Алгоритмы управления финансовыми рисками на основе моделей волатильности.....                                | 254 |

## ХИМИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

|                                                                                                                                                                                                                                            |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Войникова Е. В. , Попеня М. В. , Гаркуша Е. В.</b> Формирование осадка сульфата бария при проведении радиохимического анализа радия.....                                                                                                | 259 |
| <b>Попеня М. В. , Войникова Е. В. , Казаченко Н. В.</b> Особенности сорбции америция гумусовыми препаратами.....                                                                                                                           | 262 |
| <b>Коник Ю. А., Кожемякин Ю. Ю., Кананович Д. Г., Исаков В. Е.</b> Реакции энантиоселективного алкилирования этиленацеталя кротонового альдегида и метилового эфира 4-хлормасляной кислоты алкоксититана циклопропановыми реагентами ..... | 266 |
| <b>Кукса О. И., Потапенко Е. Г., Трофименко Е. Е.</b> Анионообменная экстракция антибиотиков .....                                                                                                                                         | 270 |
| <b>Шклярук Д. Г., Коваленко В. Н.</b> Циклопропанольный подход к синтезу хиральных строительных блоков на основе природных гидроксикарбоновых кислот .....                                                                                 | 274 |
| <b>Бернат В. П.</b> Исследование реакции 3,5-ди-трет-бутил-1,2-бензохинона с тиокарбоновыми кислотами .....                                                                                                                                | 277 |
| <b>Лисовская А. Г., Сладкова А. А.</b> Роль N-центрированных радикалов в процессах деструкции биологически важных молекул .....                                                                                                            | 281 |
| <b>Снигирева Д. В., Шикунова Ю. В.</b> Исследование сольвофобных эффектов в жидкостях различной природы .....                                                                                                                              | 284 |

Научное издание

**СБОРНИК РАБОТ  
65-Й НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ  
СТУДЕНТОВ И АСПИРАНТОВ БЕЛОРУССКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА  
13–16 мая 2008 г., Минск**

**В трех частях**

**Часть 2**

В авторском издании

Ответственный за выпуск *А. Г. Захаров*

Компьютерная верстка: *В. П. Кутавичюс, А. В. Матюшко, С. Г. Берлинская*

Налоговая льгота – Общегосударственный классификатор  
Республики Беларусь ОК РБ 007-98, ч.2; 22.11.20.400.

Оригинал-макет подготовлен Отделом НИРС Управления подготовки кадров высшей  
квалификации Научно-исследовательской части-Главного управления науки БГУ

Подписано в печать. Формат 60<sup>±</sup>84/16. Бумага офсетная.  
Печать офсетная. Усл.печ.л. 17,78. Уч.-изд. л. 19,09. Тираж

Белорусский государственный университет  
Лицензия ЛВ № 315 от 14.07.98.  
220050, Минск, пр. Независимости, 4.

Республиканское унитарное предприятие  
«Издательский центр БГУ».  
Лицензия ЛП № 461 от 14.08.01.  
220030, Минск, ул. Красноармейская, 6.