

УДК 519.713; 519.711:53

О.Н. Гайдук<sup>1</sup>, О.М.Королёва<sup>2</sup>, М.М. Чуйко<sup>2</sup>, А.И. Шнип<sup>3</sup>

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ВЫРАБОТКИ ПАРА В УСТАНОВКЕ ГИДРОКОНВЕРСИИ ВАКУУМНОГО ГАЗОЙЛЯ

*Предлагается вычислительный алгоритм для определения параметров неизотермических напорных течений в гидравлической сети узла выработки пара установки гидроконверсии вакуумного газойля. Используется математическая модель несжимаемой жидкости. Строятся неявные конечно-разностные схемы для аппроксимации уравнений тепло- и массопереноса. Доказывается разрешимость полученных систем линейных алгебраических уравнений. Приводятся результаты вычислительного эксперимента.*

### Введение

Современные нефтеперерабатывающие предприятия оснащены системами автоматического управления технологическими процессами. Такие системы позволяют существенно снизить затраты на производство за счет повышения управляемости технологическими процессами и качества выходной продукции. Для решения задач обеспечения безопасной эксплуатации сложных технологических установок, снижения потерь от незапланированных остановок и аварий по вине обслуживающего персонала необходимо постоянно поддерживать высокий уровень подготовки операторов установок. Обучение поведению персонала в критических условиях на реальном объекте невозможно по соображениям безопасности или из-за снижения эффективности производства. Проблему обучения и тренинга можно решить заменой реальной установки на тренажер [1]. Тренажеры должны вырабатывать устойчивые навыки действий обслуживающего персонала как при пуске и остановке оборудования, работе в штатном режиме, так и при возникновении нештатных и аварийных ситуаций.

В Институте математики НАН Беларуси при участии специалистов Объединенного института проблем информатики НАН Беларуси, Института тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова НАН Беларуси и ОАО «Мозырский НПЗ» создан динамический программный тренажер для обучения операторов установки гидроконверсии вакуумного газойля (ГКВГ). В основе тренажера лежат математические модели процессов ректификации, тепло- и массопереноса сырья и продуктов в установке ГКВГ. Указанные процессы описываются взаимосвязанными системами обыкновенных дифференциальных уравнений, нелинейных алгебраических уравнений и уравнений в частных производных [2].

Технологические установки нефтехимии представляют собой сложные разветвленные гидравлические сети. Построение адекватных математических моделей течения рабочих сред и разработка численных методов для анализа стационарных и переходных процессов в гидравлических сетях весьма актуальны [3, 4]. В настоящей работе приведены математические модели основных устройств узла выработки пара установки ГКВГ. Исследуемые процессы тепло- и массопереноса описываются уравнениями гидравлики и конвективного теплообмена, заданными на графе.

В работе [5] представлен вычислительный алгоритм для математического моделирования изотермических течений в гидравлических сетях. В предлагаемой статье для совместного решения уравнений гидравлики и конвективного теплообмена, заданных на графе, построены вычислительные алгоритмы на базе неявных разностных схем. Использование неявных разностных схем для решения задач на графах приводит к системам нелинейных алгебраических уравнений относительно искомых сеточных функций большой размерности. Исходная задача сводится к задаче нахождения узловых давлений и температур. При этом размерность полученных систем линейных уравнений равна числу внутренних вершин графа и для матриц систем показано выполнение условия диагонального преобладания. Приведены результаты вычислительного эксперимента по моделированию процессов парообразования в узле выработки пара среднего давления установки ГКВГ при пуске рибойлера в эксплуатацию.

## 1. Математические модели устройств узла выработки пара

На технологические нужды секции гидроконверсии используется насыщенный водяной пар, вырабатываемый в рибойлерах Т-351N и Т-356N за счет утилизации тепла горячих нефтепродуктовых потоков из ректификационной колонны К-351. Принципиальная схема узла выработки пара установки ГКВГ показана на рис. 1. Узел выработки пара представляет собой гидравлическую сеть, включающую насосы НЗ70НА, НЗ70НВ для подачи питательной (деаэрированной) воды в рибойлеры Т-351N и Т-356N, соединительные трубопроводы 1–15 питательной магистрали и трубопроводы 16–47 паровой магистрали, ручные задвижки, обратные и предохранительные клапаны, электрозадвижки EUV0013 и EUV0014. Клапаны LV0003 и LV0006 предназначены для автоматического регулирования уровня воды в рибойлерах. Для регулирования давления пара в паровых линиях используются клапаны PV0035 и PV0038. Расходы питательной воды и выработанного пара регистрируются приборами FE0022, FE0023, FE0024, FE0026, FE3043. Насыщенный водяной пар из рибойлеров Т-351N и Т-356N с температурой порядка 150 °С в пароперегревателе печи П-351N нагревается до температуры порядка 360 °С и используется для отпарки бензиновой фракции в колонне фракционирования К-351N. Температура пара регистрируется приборами TE0023, TE0024, TE3119.

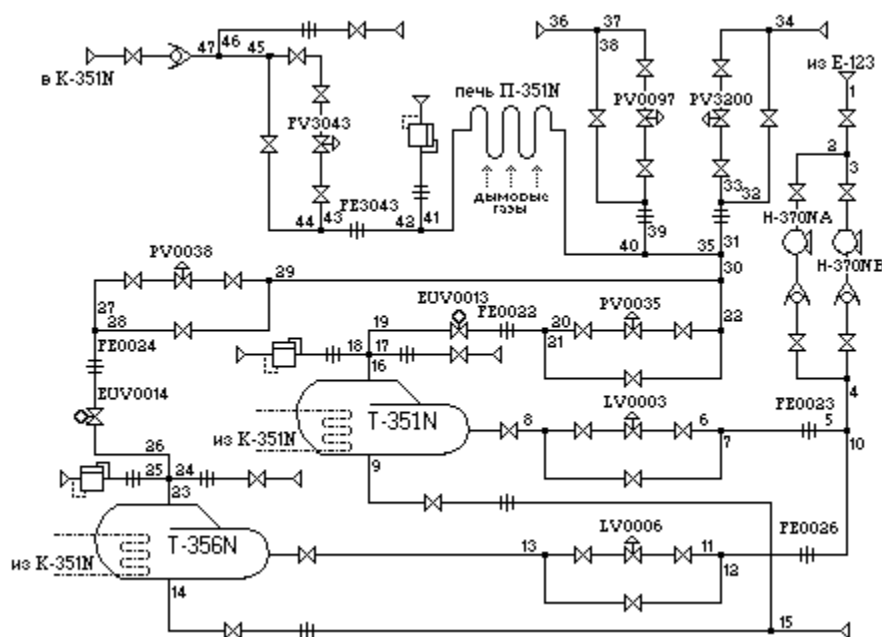


Рис. 1. Принципиальная схема парогенерирующего узла

При расчете тепловых процессов в гидравлической системе область определения задачи может быть представлена в виде ориентированного графа  $G$ , ребрами которого являются трубопроводы, а вершинами – их разветвления.

Пусть  $\eta = \{1, 2, \dots, n\}$ ,  $\eta_\Gamma = \{n+1, n+2, \dots, n+n_\Gamma\}$ ,  $\gamma = \{1, 2, \dots, M\}$  – множества номеров внутренних вершин, граничных вершин и ребер графа соответственно. Обозначим  $\gamma_{(q)}^+$ ,  $\gamma_{(q)}^-$  множества номеров ребер, примыкающих своими правым и левым концами к вершине  $q$ , а  $\gamma_\Gamma^+$  и  $\gamma_\Gamma^-$  – множества номеров ребер, входящих и выходящих из висячих вершин.

*Трубопроводы.* Из технологического регламента известно, что перепады давлений в элементах системы малы по сравнению с абсолютным давлением. Поэтому гидравлика моделируется в приближении несжимаемой жидкости. Неизотермическое течение несжимаемой жидкости в трубопроводах описывается следующими уравнениями гидравлики и конвективного теплообмена [6]:

$$l_k \rho \frac{dv_k}{dt} = p_k^- - p_k^+ - \rho \xi_{k,T} \frac{|v_k| v_k}{2}; \quad (1)$$

$$\rho c_p \left( \frac{\partial T_k}{\partial t} + v_k \frac{\partial T_k}{\partial x_k} \right) = \lambda \frac{\partial^2 T_k}{\partial x_k^2} - \alpha_k (T_k - T_{out}), \quad x_k \in (0, l_k), \quad t > 0, \quad k \in \gamma, \quad (2)$$

где  $v_k(t)$ ,  $T_k(x_k, t)$  – искомые скорости и температуры;  $p_k^-(t)$ ,  $p_k^+(t)$  – давления на входе и выходе из трубопровода соответственно;  $l_k$ ,  $\xi_{k,T}$  – длина и гидравлическое сопротивление трубопровода соответственно;  $c_p$ ,  $\lambda$  – удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности жидкости;  $\alpha_k$  – коэффициент теплообмена с внешней средой.

Гидравлическое сопротивление трубопровода включает сопротивление трению движущейся жидкости и местные гидравлические сопротивления  $\xi_{M_i}$ , обусловленные наличием регулирующей аппаратуры – ручных задвижек, клапанов и т. д.:

$$\xi_{k,T} = \frac{\xi_k l_k}{d_k} + \sum_i \xi_{M_i},$$

где  $d_k$  – диаметр  $k$ -го расчетного участка, а коэффициент гидравлического сопротивления зависит от режима течения [7]

$$\xi_k = \begin{cases} 64 / \text{Re}_k, & \text{Re}_k \leq 2320, \\ 0,316 / \text{Re}_k^{0,25}, & \text{Re}_k > 2320. \end{cases}$$

Здесь  $\text{Re}_k = \frac{|v_k| d_k}{\nu}$  – число Рейнольдса;  $\nu$  – кинематическая вязкость.

*Разветвление трубопроводов.* В разветвлении трубопроводов задаются условия сопряжения, выражающие законы сохранения массы и количества тепла:

$$\sum_{k \in \gamma_{(q)}^-} f_k v_k - \sum_{k \in \gamma_{(q)}^+} f_k v_k = 0; \quad (3)$$

$$\sum_{k \in \gamma_{(q)}^+} f_k \left( c_p \rho v_k T_k - \lambda \frac{\partial T_k}{\partial x_k} \right) \Big|_{x_k=l_k} = \sum_{k \in \gamma_{(q)}^-} f_k \left( c_p \rho v_k T_k - \lambda \frac{\partial T_k}{\partial x_k} \right) \Big|_{x_k=0}, \quad (4)$$

и условия примыкания для давлений и температур

$$p_k^-(t) = p_{(q)}(t), \quad k \in \gamma_{(q)}^-; \quad p_k^+(t) = p_{(q)}(t), \quad k \in \gamma_{(q)}^+; \quad (5)$$

$$T_{(q)}(t) = T_k(0, t), \quad k \in \gamma_{(q)}^-; \quad T_{(q)}(t) = T_k(l_k, t), \quad k \in \gamma_{(q)}^+. \quad (6)$$

Здесь  $f_k = 0,25\pi d_k^2$  – площадь поперечного сечения  $k$ -го трубопровода;  $p_{(q)}(t)$ ,  $T_{(q)}(t)$  – узловые давления и температуры.

*Насосы НЗ70НА, НЗ70НВ.* Центробежный насос описывается уравнением

$$p_H^+ - p_H^- = \omega^2 \rho K - \rho \xi_{k,H} \frac{|v_k| v_k}{2}, \quad (7)$$

где  $p_H^-, p_H^+$  – давления на входе и выходе насоса;  $\omega$  – угловая скорость вращения вала;  $\xi_{k,H}$  – коэффициент гидравлического сопротивления;  $K$  – коэффициент, задающий напорную характеристику насоса. Здесь первый член в правой части уравнения описывает гидравлический напор, а второй – гидравлическое сопротивление насоса.

*Ручные и электрозадвижки.* Местное гидравлическое сопротивление трубопровода, обусловленное наличием задвижки, определяется в зависимости от процента ее открытия по формуле

$$\xi_M = \xi_{отк} (100/h)^2,$$

где  $\xi_{отк}$  – коэффициент гидравлического сопротивления задвижки при полном ее открытии;  $h$  – процент открытия.

*Клапаны FV, PV, LV.* В режиме автоматического регулирования алгоритм управления клапаном определяется из следующего дифференциального уравнения PID-регулятора, задающего процент открытия клапана как

$$\frac{dh}{dt} = \beta_0 e + \beta_1 \frac{de}{dt} + \beta_2 \int edt, \quad (8)$$

где  $e(t) = F(t) - F_0$  – отклонение текущего значения  $F(t)$  расхода, давления или уровня от заданного значения (уставки)  $F_0$ ; константы  $\beta_0, \beta_1, \beta_2$  – настраиваемые параметры PID-регулятора.

*Предохранительные клапаны.* Функционирование предохранительного клапана описывается уравнением (8), где  $e(t) = \Delta p(t) - \Delta p_0$  – отклонение текущего значения перепада давления на клапане  $\Delta p = p^+ - p^-$  от давления настройки  $\Delta p_0$ .

*Пароперегреватель печи П-351N.* Процессы тепло- и массопереноса в пароперегревателе описываются уравнениями (1), (2), где в качестве внешней температуры  $T_{out}$  берется температура дымовых газов печи П-351N.

*Рибойлеры Т-351N, Т-356N.* Основным компонентом математической модели парогенерирующего узла является модель тепловых и гидравлических процессов в рибойлере. Она строится на основе уравнений баланса массы и энергии. Пусть  $\gamma_{R_\omega}, \gamma_{R_v}$  – множества номеров примыкающих к рибойлеру трубопроводов питательной и паровой магистралей соответственно.

Уравнения баланса массы для воды и пара в рибойлере имеют вид

$$\frac{dM_\omega}{dt} = G_\omega^{in} - G_\omega^{out} - G_{ev}; \quad (9)$$

$$G_\omega^{in} = \sum_{k \in \gamma_{R_\omega}^+} \rho_\omega f_k v_k^+ - \sum_{k \in \gamma_{R_\omega}^-} \rho_\omega f_k v_k^-; \quad G_\omega^{out} = - \sum_{k \in \gamma_{R_\omega}^+} \rho_\omega f_k v_k^- + \sum_{k \in \gamma_{R_\omega}^-} \rho_\omega f_k v_k^+;$$

$$\frac{dM_v}{dt} = G_v^{in} - G_v^{out} + G_{ev}; \quad (10)$$

$$G_v^{in} = \sum_{k \in \gamma_{R_v}^+} \rho_v f_k v_k^+ - \sum_{k \in \gamma_{R_v}^-} \rho_v f_k v_k^-; \quad G_v^{out} = - \sum_{k \in \gamma_{R_v}^+} \rho_v f_k v_k^- + \sum_{k \in \gamma_{R_v}^-} \rho_v f_k v_k^+ ,$$

где  $M_\omega, M_v$  – массы воды и масса пара в рибойлере;  $G_\omega^{in}, G_\omega^{out}$  – массовые потоки воды по питательной магистрали;  $G_v^{in}, G_v^{out}$  – массовые потоки пара по паровой магистрали;  $G_{ev}$  – массовый расход воды на испарение-конденсацию. Здесь и далее использованы следующие обозначения:  $F^+ = 0,5(F + |F|)$ ,  $F^- = 0,5(F - |F|)$ . Массовый расход воды на испарение-конденсацию определяется по формуле

$$G_{ev} = k_{ev} (P_s(T_\omega) - P)^+ - k_{cond} (P - P_s(T_v))^+,$$

где  $k_{ev}, k_{cond}$  – скорости испарения и конденсации;  $P$  – давление в паровой камере рибойлера, а зависимость давления насыщенных паров воды от температуры  $P_s(T)$  рассчитывается по уравнению Максвелла [8]

$$P_s(T) = P_c \cdot 10^{-G \frac{T_c}{T} \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^2 + g \left( 1 - \frac{T}{T_c} \right)^3 \right]},$$

где

$$g = \frac{\left[ \frac{h}{G} - \left( 1 + \frac{T_b}{T_c} \right) \right]}{\left( 1 - \frac{T_b}{T_c} \right)^2}, \quad h = \frac{T_b}{T_c} \frac{\lg(P_c \cdot 10)}{1 - \frac{T_b}{T_c}}, \quad G = 0,2271 + 0,4525h.$$

Здесь  $T_b$  – температура кипения воды при нормальных условиях, а  $T_c$  и  $P_c$  – ее критические температура и давление.

Запишем уравнения баланса энергии для воды и пара:

$$c_\omega M_\omega \frac{dT_\omega}{dt} = \alpha(M_\omega, G_{np})(T_{np} - T_\omega) - L_v G_{ev} + c_\omega G_\omega^{in}(T_\omega^{in} - T_\omega) + \alpha_{\omega v}(T_v - T_\omega); \quad (11)$$

$$c_v M_v \frac{dT_v}{dt} = c_v G_v^{in} T_v^{in} - c_v G_v^{out} T_v - \alpha_{\omega v}(T_v - T_\omega), \quad (12)$$

где  $T_\omega, T_v$  – температуры воды и пара в рибойлере;  $c_\omega, c_v$  – теплоемкости воды и пара;  $T_{np}$  – температура нефтепродуктов;  $L_v$  – скрытая теплота парообразования;  $T_\omega^{in}, T_v^{in}$  – температуры воды в питательной магистрали и пара в паровой магистрали.

Функция  $\alpha(M_\omega, G_{np})$ , определяющая коэффициент теплоотдачи от горячих нефтепродуктов к воде, задается как

$$\alpha(M_\omega, G_{np}) = (\alpha_1 + \alpha_2 G_{np}) M_\omega,$$

где  $\alpha_1, \alpha_2$  – эмпирические константы;  $G_{np}$  – массовый расход продуктов.

Значение давления  $P$  в паровой камере рибойлера используется в качестве краевого условия для уравнений гидравлики пара в паровых магистралях, а давление  $P + \rho g_0 H$  – в качестве краевого условия для уравнений гидравлики жидкости в питательной магистрали. Здесь  $g_0$  – ускорение свободного падения,  $H$  – уровень воды в рибойлере.

В всяких вершинах гидравлической сети в качестве крайних условий задаются значения давлений

$$P_1^- = P_B; \quad P_{15}^+ = P_{17}^+ = P_{18}^+ = P_{24}^+ = P_{25}^+ = P_{амм}^+; \quad P_{47}^+ = P_{K351}^+,$$

где  $p_B$  – давление воды в деаэраторе Е-123;  $p_{амм}$  – атмосферное давление;  $p_{K351}$  – давление в колонне К-351. Для температур в всяких вершинах сети задаются крайние условия первого рода (температуры поступающей жидкости (пара)) или крайние условия второго рода в случае вытекающей жидкости.

В качестве начальных данных при  $t=0$  задаются начальные значения скоростей  $v_k(0) = 0$  и температур  $T_k(x_k, 0) = T_{init}$ .

## 2. Вычислительный алгоритм

Для решения систем дифференциальных уравнений (1), (2) на гидравлической сети с условиями сопряжения (3)–(6) будем использовать конечно-разностные методы. При построении вычислительного алгоритма для совместного решения задач сопряжения для уравнений гидравлики и теплопроводности на графах воспользуемся методом блочных итераций, который состоит из двух вложенных циклов: внутреннего цикла нахождения давлений и скоростей течения и внешнего цикла определения распределения температур в гидравлической сети. В исходной области  $\Omega = \bigcup_{k \in \gamma} \Omega_k \times [0, T]$ , где  $\Omega_k = \{x_k : 0 \leq x_k \leq l_k\}$ , введем разностную сетку  $\omega_{h\tau} = \omega_h \times \omega_\tau$  с шагами  $h_k$  по пространственным переменным  $x_k$  и шагом  $\tau$  по временной переменной  $t$ :

$$\omega_h = \{x_{k,i+1} = x_{k,i} + h_k, i = \overline{0, N_k - 1}, x_{k,0} = 0, x_{k,N_k} = l_k\}; \quad \omega_\tau = \{t_{j+1} = t_j + \tau, j = \overline{0, J - 1}, t_0 = 0, t_J = T\}.$$

На разностной сетке  $\omega_{h\tau}$  аппроксимируем уравнения гидравлики (1) разностными соотношениями вида

$$l_k \rho v_{k,t} = (p_k^-)^{j+1} - (p_k^+)^{j+1} - \rho \xi_{k,T} \frac{|v_k^{j+1}| v_k^{j+1}}{2}, \quad k \in \gamma, \quad (13)$$

а уравнения теплопроводности (2) – неявными разностными схемами с регуляризатором [9]:

$$\rho c_p (T_{k,t} + \hat{v}_k^+ \hat{T}_{k,\bar{x}} + \hat{v}_k^- \hat{T}_{k,x}) = \kappa \lambda \hat{T}_{k,\bar{x}\bar{x}} - \alpha_k (\hat{T}_k - T_{out}), \quad k \in \gamma; \quad (14)$$

$$\hat{v}_k^+ = 0.5(\hat{v}_k + |\hat{v}_k|), \quad \hat{v}_k^- = 0.5(\hat{v}_k - |\hat{v}_k|), \quad \kappa = \frac{1}{1+R}, \quad R = \frac{h_k |\hat{v}_k|}{2\lambda} \rho c_p.$$

Здесь использованы стандартные обозначения теории разностных схем [9]

$$u = u_i^j = u(x_i, t_j); \quad \hat{u} = u_i^{j+1}; \quad u_t = \frac{\hat{u} - u}{\tau}; \quad u_{\bar{x}\bar{x}} = \frac{u_{i+1}^j - 2u_i^j + u_{i-1}^j}{h^2}.$$

Разностные схемы (14) являются монотонными при любых  $\tau, h$  и аппроксимируют исходные уравнения с погрешностью  $O(\tau + h^2)$ . Для реализации соотношений (13) будем использовать итерационный процесс

$$l_k \rho \frac{v_k^{s+1} - v_k^j}{\tau} = p_k^- - p_k^+ - 0,5 \rho \xi_{k,T} |v_k^s| v_k^{s+1}. \quad (15)$$

Уравнения (15) приводятся к виду

$$v_k^{s+1} = \kappa_k \left( p_k^- - p_k^+ \right) + v_k; \quad (16)$$

$$\kappa_k = \frac{\tau}{l_k \rho \psi_k}; \quad v_k = \frac{v_k^j}{\psi_k}; \quad \psi_k = 1 + \frac{\tau \xi_{k,T}^s |v_k|^s}{2l_k}.$$

Для трубопроводов, содержащих насосы НЗ70НА, НЗ70НВ, коэффициенты уравнения (16) с учетом аппроксимации уравнений (7)

$$p_H^- - p_H^+ = \omega^2 K - \rho \xi_{k,H}^s \frac{|v_k|^s v_k}{2}$$

принимают вид

$$\kappa_k = \frac{\tau}{l_k \rho \psi_k}; \quad v_k = \frac{v_k^j + \tau \omega^2 K / l_k \rho}{\psi_k}.$$

Аппроксимируем условия сопряжения во внутренних вершинах гидравлической сети (разветвлении трубопроводов) следующей системой алгебраических уравнений:

$$\sum_{k \in \gamma_{(q)}^-} f_k v_k^{s+1} - \sum_{k \in \gamma_{(q)}^+} f_k v_k^{s+1} = 0, \quad q \in \eta. \quad (17)$$

Подставляя (16) в (17) и учитывая условия примыкания (5), получим систему линейных уравнений относительно узловых давлений  $p_{(q)}^{s+1}$

$$A_p^{s+1} \mathbf{p} = \mathbf{b}_p; \quad A_p = (a_{qw}, \quad q, w = \overline{1, n}); \quad \mathbf{p} = (p_{(1)}, \dots, p_{(n)})'; \quad \mathbf{b}_p = (b_{(1)}, \dots, b_{(n)})'; \quad (18)$$

$$a_{qq} = \sum_{k \in \gamma_{(q)}^-} f_k \kappa_k; \quad a_{qw} = - \sum_{k \in \gamma_{(q)}^+ \cap k \in \gamma_{(w)}^-} f_k \kappa_k, \quad w \neq q;$$

$$b_{(q)} = \sum_{k \in \gamma_{(q)}^+} f_k v_k - \sum_{k \in \gamma_{(q)}^-} f_k v_k + \sum_{k \in \gamma_{(q)}^+ \cap k \in \gamma_{\Gamma}^-} f_k \kappa_k p_k^-(t_{j+1}) + \sum_{k \in \gamma_{(q)}^- \cap k \in \gamma_{\Gamma}^+} f_k \kappa_k p_k^+(t_{j+1}), \quad q \in \eta.$$

Если гидравлическая сеть содержит висячие вершины ( $\gamma_{\Gamma} \neq \emptyset$ ), то для  $q$ , таких, что  $\gamma_{(q)} \cap \gamma_{\Gamma} \neq \emptyset$ , справедливо неравенство

$$a_{qq} > \sum_{w \neq q} |a_{qw}|.$$

Следовательно, для матрицы  $A_p$  выполняется условие диагонального преобладания и система линейных уравнений (18) имеет решение.

На каждом шаге итерационного процесса в результате решения системы уравнений (18) определяются величины узловых давлений во внутренних вершинах гидравлической сети. Далее из системы уравнений (16) по найденным значениям  $p_{(q)}^{s+1}$  находятся величины скоростей

$v_k^{s+1}$  в трубопроводах гидравлической системы. Выход из итерационного процесса происходит при выполнении условия

$$\left| v_k^{s+1} - v_k^s \right| < \varepsilon_1 v_k^s + \varepsilon_2,$$

где  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  – относительная и абсолютная точности определения скоростей течения. Найденные значения скоростей применяются для определения распределения температур в гидравлической сети на очередном шаге итерационного процесса по температурам.

Для реализации разностной схемы (14) используем итерационный процесс

$$\rho c_p \left( T_{k,\tau}^{m+1} + v_k^+ T_{k,\bar{x}}^{m+1} + v_k^- T_{k,x}^{m+1} \right) = \kappa \lambda T_{k,\bar{x}\bar{x}}^{m+1} - \alpha_k \left( T_k^{m+1} - T_{out} \right), \quad k \in \gamma, \quad (19)$$

где в качестве скоростей  $v_k^{m+1}$  взяты значения  $v_k^{s+1}$ .

Системы линейных уравнений (19) приводятся к системам трехточечных уравнений

$$A_{k,i} T_{k,i-1}^{m+1} - C_{k,i} T_{k,i}^{m+1} + B_{k,i} T_{k,i+1}^{m+1} = -F_{k,i}, \quad i = \overline{1, N_k - 1}, \quad k \in \gamma; \quad (20)$$

$$A_{k,i} > 0, \quad B_{k,i} > 0, \quad C_{k,i} - A_{k,i} - B_{k,i} > 0. \quad (21)$$

Для решения задачи сопряжения для систем трехточечных уравнений, заданных на графе  $G$ , будем использовать формулы правой и левой параметрических прогонок:

$$T_{k,i+1}^{m+1} = \theta_{11,k,i+1} T_{k,i}^{m+1} + \theta_{12,k,i+1} T_{k,N_k}^{m+1} + \theta_{13,k,i+1}, \quad i = \overline{0, N_k - 1}; \quad (22)$$

$$T_{k,i-1}^{m+1} = \theta_{21,k,i-1} T_{k,0}^{m+1} + \theta_{22,k,i-1} T_{k,i}^{m+1} + \theta_{23,k,i-1}, \quad i = \overline{N_k, 1}, \quad (23)$$

где прогоночные коэффициенты определяются по рекуррентным формулам [10] через коэффициенты уравнений (20), причем при выполнении условий (21) имеем

$$\theta_{11,k,i} > 0, \quad \theta_{12,k,i} > 0, \quad \theta_{11,k,i} + \theta_{12,k,i} < 1, \quad \theta_{21,k,i} > 0, \quad \theta_{22,k,i} > 0, \quad \theta_{21,k,i} + \theta_{22,k,i} < 1. \quad (24)$$

Аппроксимируем условия сопряжения (4), (6) следующим образом:

$$T_{k,N_k}^{m+1} = T_{(q)}^{m+1}, \quad k \in \gamma_{(q)}^+; \quad T_{k,1}^{m+1} = T_{(q)}^{m+1}, \quad k \in \gamma_{(q)}^-; \quad (25)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{k \in \gamma_{(q)}^+} f_k \left( c_p \rho \left( v_k^+ T_{k,N_k-1}^{m+1} + v_k^- T_{k,N_k}^{m+1} \right) - \lambda \frac{T_{k,N_k}^{m+1} - T_{k,N_k-1}^{m+1}}{h_k} \right) = \\ & = \sum_{k \in \gamma_{(q)}^-} f_k \left( c_p \rho \left( v_k^+ T_{k,0}^{m+1} + v_k^- T_{k,1}^{m+1} \right) - \lambda \frac{T_{k,1}^{m+1} - T_{k,0}^{m+1}}{h_k} \right). \end{aligned} \quad (26)$$

Полагая  $i = 0$  в (22) и  $i = N_k$  в (23), имеем

$$T_{k,1}^{m+1} = \theta_{11,k,1} T_{k,0}^{m+1} + \theta_{12,k,1} T_{k,N_k}^{m+1} + \theta_{13,k,1}, \quad T_{k,N_k-1}^{m+1} = \theta_{21,k,N_k-1} T_{k,0}^{m+1} + \theta_{22,k,N_k-1} T_{k,N_k}^{m+1} + \theta_{23,k,N_k-1}.$$

Подставляя выражения для  $T_{k,1}^{m+1}$  и  $T_{k,N_k-1}^{m+1}$  в уравнение (26), получим



$$\begin{aligned}
& \left( \sum_{k \in \gamma_{(q)}^+} (e_k^+ - g_k^+ \theta_{22,k,N_k-1}) + \sum_{k \in \gamma_{(q)}^-} (e_k^- - g_k^- \theta_{11,k,1}) \right) T_{(q)}^{m+1} - \\
& - \sum_{\substack{w=1 \\ w \neq q}}^n \left( \sum_{k \in \gamma_{(q)}^+ \cap k \in \gamma_{(w)}^-} g_k^+ \theta_{21,k,N_k-1} + \sum_{k \in \gamma_{(q)}^- \cap k \in \gamma_{(w)}^+} g_k^- \theta_{12,k,1} \right) T_{(w)}^{m+1} = \sum_{k \in \gamma_{(q)}^+} g_k^+ \theta_{23,k,N_k-1} + \sum_{k \in \gamma_{(q)}^-} g_k^- \theta_{13,k,1}; \\
& e_k^+ = f_k \left( \frac{1}{h_k} - \frac{c_p \rho^{m+1}}{\lambda} v_k^- \right) > 0; \quad e_k^- = f_k \left( \frac{1}{h_k} + \frac{c_p \rho^{m+1}}{\lambda} v_k^+ \right) > 0; \\
& g_k^+ = f_k \left( \frac{1}{h_k} + \frac{c_p \rho^{m+1}}{\lambda} v_k^+ \right) > 0; \quad g_k^- = f_k \left( \frac{1}{h_k} - \frac{c_p \rho^{m+1}}{\lambda} v_k^- \right) > 0.
\end{aligned} \tag{27}$$

Если в вершине с номером  $w$  задано краевое условие первого рода  $w \in \Gamma_1$ , то  $T_{(w)}^{m+1} = T_k^{m+1}(t_{j+1})$ . В случае  $w \in \Gamma_2$ ,  $k \in \gamma_{\Gamma_2}^-$  из аппроксимации краевого условия второго рода  $-\lambda \frac{\partial T_k}{\partial x_k} = W_k(t)$  и формул правой параметрической прогонки получаем

$$T_{(w)}^{m+1} = T_{k,0}^{m+1} = \frac{\theta_{12,k,1}}{1 - \theta_{11,k,1}} T_{(q)}^{m+1} + \frac{\theta_{13,k,1} + h_k W_k(t_{j+1}) / \lambda}{1 - \theta_{11,k,1}}.$$

Подставляя выражения для  $T_{(w)}^{m+1}$  в равенство (27), получим систему линейных уравнений относительно узловых температур

$$\begin{aligned}
& A_T \mathbf{T} = \mathbf{b}_T; \quad A_T = (a_{qw}, q, w = \overline{1, n}); \quad \mathbf{T} = (T_{(1)}, \dots, T_{(n)}); \quad \mathbf{b}_T = (b_1, \dots, b_n); \\
& a_{qq} = \sum_{k \in \gamma_{(q)}^+} (e_k^+ - g_k^+ \theta_{22,k,N_k-1}) + \sum_{k \in \gamma_{(q)}^-} (e_k^- - g_k^- \theta_{11,k,1}) - \sum_{k \in \gamma_{(q)}^+ \cap k \in \gamma_{\Gamma_2}^-} g_k^+ \frac{\theta_{21,k,N_k-1} \theta_{12,k,1}}{1 - \theta_{11,k,1}} - \\
& - \sum_{k \in \gamma_{(q)}^- \cap k \in \gamma_{\Gamma_2}^+} g_k^- \frac{\theta_{21,k,N_k-1} \theta_{12,k,1}}{1 - \theta_{22,k,N_k-1}}; \quad a_{qw} = - \sum_{k \in \gamma_{(q)}^+ \cap k \in \gamma_{(w)}^-} g_k^+ \theta_{21,k,N_k-1} - \sum_{k \in \gamma_{(q)}^- \cap k \in \gamma_{(w)}^+} g_k^- \theta_{12,k,1}.
\end{aligned} \tag{28}$$

Учитывая свойства (24) коэффициентов параметрической прогонки и

$$e_k^+ = g_k^+ - \frac{c_p \rho^{m+1}}{\lambda} f_k v_k^-; \quad e_k^- = g_k^- + \frac{c_p \rho^{m+1}}{\lambda} f_k v_k^+,$$

можно показать, что для матрицы  $A_T$  выполняется условие диагонального преобладания

$$a_{qq} > \sum_{\substack{w=1 \\ w \neq q}}^n \left( \sum_{k \in \gamma_{(q)}^+ \cap k \in \gamma_{(w)}^-} g_k^+ \theta_{21,k,N_k-1} + \sum_{k \in \gamma_{(q)}^- \cap k \in \gamma_{(w)}^+} g_k^- \theta_{12,k,1} \right) = \sum_{\substack{w=1 \\ w \neq q}}^n |a_{qw}|$$

и система (28) имеет решение.

Найденные в результате решения системы линейных уравнений (28) узловые температуры  $T_{(1)}^{m+1}, T_{(2)}^{m+1}, \dots, T_{(n)}^{m+1}$  используются в качестве краевых условий для определения распределения

температур на ребрах графа  $G$  по формулам параметрической прогонки (22) или (23). Полученные скорости течения и распределения температур в гидравлической сети далее используются для нахождения температур и давлений жидкости и пара в ребройлерах.

Из аппроксимации уравнений баланса массы (9), (10) определяем массы воды и пара

$$M_{\omega}^{m+1} = M_{\omega}^j + \tau \left( G_{\omega}^{in, m+1} - G_{\omega}^{out, m+1} - G_{ev}^{m+1} \right); \quad M_v^{m+1} = M_v^j + \tau \left( G_v^{in, m+1} - G_v^{out, m+1} + G_{ev}^{m+1} \right), \quad (29)$$

где

$$G_{\omega}^{in, m+1} = \sum_{k \in \gamma_{R_{\omega}}^+} \rho_{\omega} f_k v_k^+ - \sum_{k \in \gamma_{R_{\omega}}^-} \rho_{\omega} f_k v_k^+; \quad G_{\omega}^{out, m+1} = - \sum_{k \in \gamma_{R_{\omega}}^+} \rho_{\omega} f_k v_k^- + \sum_{k \in \gamma_{R_{\omega}}^-} \rho_{\omega} f_k v_k^+;$$

$$G_v^{in, m+1} = \sum_{k \in \gamma_{R_v}^+} \rho_v f_k v_k^+ - \sum_{k \in \gamma_{R_v}^-} \rho_v f_k v_k^+; \quad G_v^{out, m+1} = - \sum_{k \in \gamma_{R_v}^+} \rho_v f_k v_k^- + \sum_{k \in \gamma_{R_v}^-} \rho_v f_k v_k^+;$$

$$G_{ev}^{m+1} = k_{ev} \left( P_S(T_{\omega}^m) - P \right)^+ - k_{cond} \left( P - P_S(T_v^m) \right)^+.$$

Из решения системы двух разностных уравнений

$$c_{\omega} M_{\omega}^{m+1} \frac{T_{\omega}^{m+1} - T_{\omega}^j}{\tau} = \alpha \left( M_{\omega}^{m+1}, G_{np}(t_{j+1}) \right) \left( T_{np}(t_{j+1}) - T_{\omega}^{m+1} \right) - L_v G_{ev}^{m+1} + c_{\omega} G_{\omega}^{in, m+1} \left( T_{\omega}^{in, m+1} - T_{\omega}^{m+1} \right) + \alpha_{ov} \left( T_v^{m+1} - T_{\omega}^{m+1} \right); \quad (30)$$

$$c_v M_v^{m+1} \frac{T_v^{m+1} - T_v^j}{\tau} = c_v G_v^{in, m+1} T_v^{in, m+1} - c_v G_v^{out, m+1} T_v^{m+1} - \alpha_{ov} \left( T_v^{m+1} - T_{\omega}^{m+1} \right), \quad (31)$$

аппроксимирующих уравнения баланса энергии (11), (12), находим значения температур воды и пара  $T_{\omega}^{m+1}, T_v^{m+1}$ . Давление и плотность пара в паровой камере ребройлера определяются по формулам

$$P = R_v T_v^{m+1} \rho_v, \quad \rho_v = M_v^{m+1} / \left( V_R - M_{\omega}^{m+1} / \rho \right),$$

где  $R_v$  – газовая постоянная для водяного пара;  $V_R$  – объем ребройлера.

### 3. Вычислительный эксперимент

Для апробации предложенного алгоритма проведен вычислительный эксперимент по моделированию процессов тепло- и массопереноса в узле выработки пара. Моделировался следующий сценарий пуска в эксплуатацию ребройлера Т-351N. С помощью насосов НЗ70NA, НЗ70NB вода с температурой 100 °С из деаэратора Е-123 подавалась в ребройлер. После заполнения ребройлера на 80 % подача воды прекращалась перекрытием задвижки на питательной магистрали. Масса воды в ребройлере составила 32,5 т. В момент времени  $t = 0$  включалась подача горячих ( $T_{np} = 244$  °С) нефтепродуктов из колонны К-351N, приводящая к росту температуры воды, температуры и давления пара в паровом пространстве ребройлера (рис. 2). После достижения избыточного давления 5 кгс/см<sup>2</sup> в момент времени  $t = 1,05$  ч открывалась задвижка в паровой линии и пар поступал в паровую магистраль. При этом снижалось давление в ребройлере, уменьшалась температура воды за счет ее испарения, а температура пара вначале повышалась, сравниваясь с температурой воды, а затем падала вместе с ней (см. рис. 2 в интервале времени 1,05 – 1,25 ч).

Далее налаживалась циркуляция питательной воды: открывалась задвижка на питательной магистрали и дренажный вентиль в продувочной линии. При этом клапан LV0003, регулирующий уровень воды в Т-351N, переводился в автоматический режим поддержания заданного

уровня (80 %). Поддержание уровня воды в Т-351N осуществлялось автоматическим изменением процента открытия клапана LV0003, приводящим к пульсациям подачи воды, что отображается на рис. 3 пилообразной формой кривой ее расхода (кривая 1). Клапан-регулятор давления PV0035 настроен на поддержание в паровой магистрали давления 4,5 кгс/см<sup>2</sup>. При снижении давления ниже заданного срабатывал клапан PV0035, и в дальнейшем оба клапана LV0003 и PV0035 работали в автоматическом режиме.

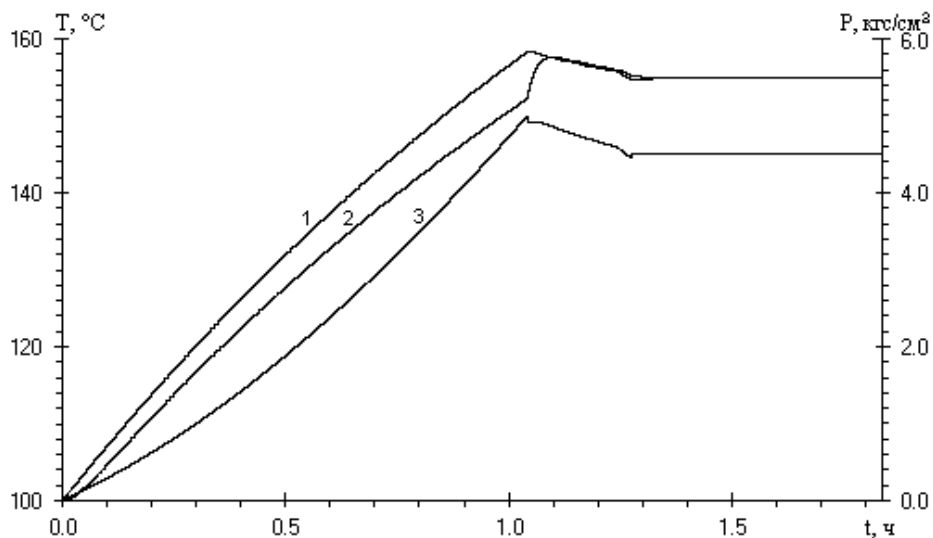


Рис. 2. Изменение температуры жидкости, давления и температуры пара: 1 –  $T_\omega$ ; 2 –  $T_v$ ; 3 –  $P$

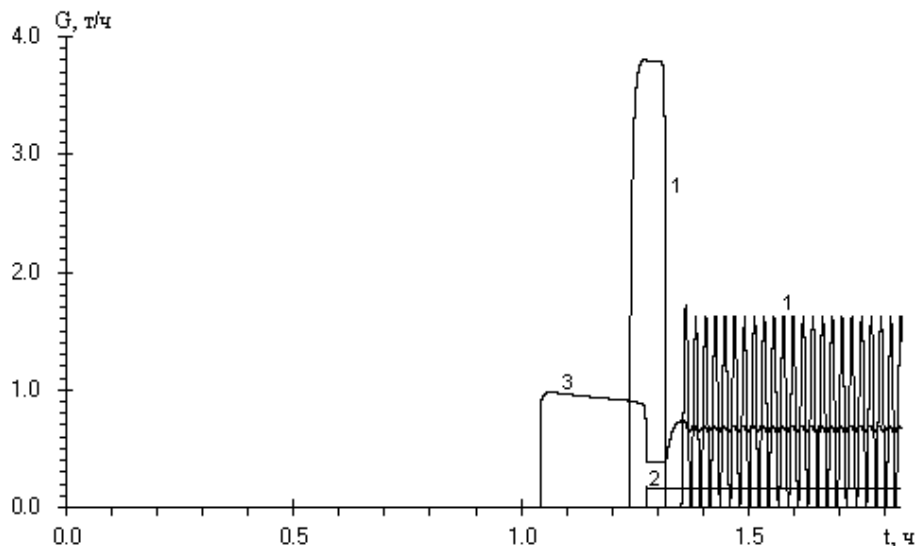


Рис. 3. Массовые расходы питательной жидкости и пара: 1 –  $G_\omega^{in}$ ; 2 –  $G_\omega^{out}$ ; 3 –  $G_v^{out}$

Изменение со временем массового расхода воды на испарение показано на рис. 4. В течение первого часа наблюдается слабый расход воды на испарение, приводящий к повышению давления в паровом пространстве рибойлера, при открытии паровой магистрали он скачкообразно увеличивается за счет поступления пара в паровую магистраль, затем плавно уменьшается за счет падения температуры и давления в рибойлере. После этого наступает небольшой провал, связанный с налаживанием циркуляции воды, а также с достижением давления в рибойлере величины срабатывания клапана PV0035 и установлением автоматического регулиро-

вания давления за счет управления расходом пара. Затем в результате работы автоматики устанавливается стабильный расход пара с небольшими колебаниями около среднего значения.

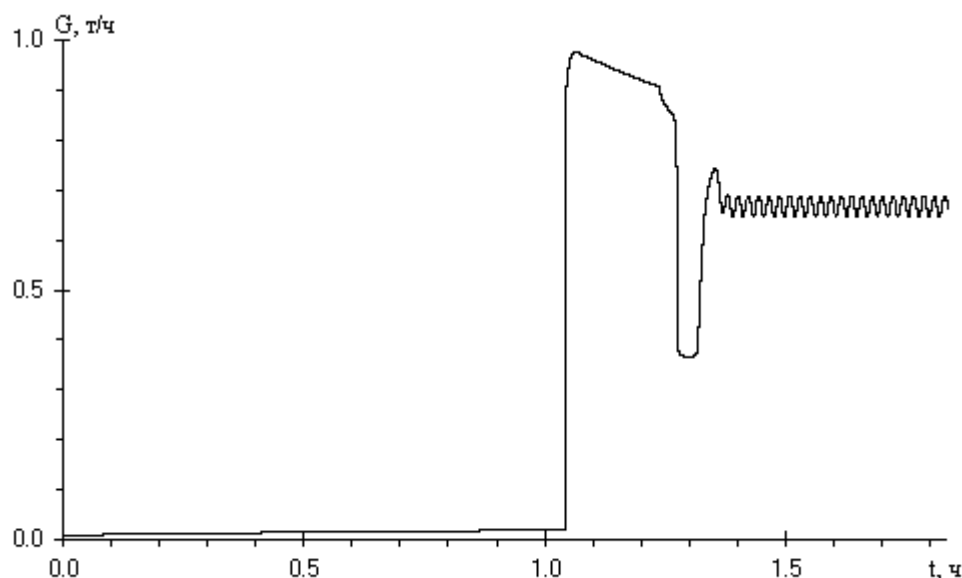


Рис. 4. Массовый расход воды на испарение  $G_{ev}$

Компьютерное моделирование проводилось с помощью программных модулей, реализованных в среде программирования Delphi 5. Скорости течения в трубопроводах вычислялись по формулам (16) после определения узловых давлений из системы линейных уравнений (18), а распределения температур – по формулам (22) после решения системы (28). Для нахождения массы и температуры воды и пара в ребойлере использовались уравнения (29)–(31).

При проведении вычислительного эксперимента полагалось  $\varepsilon_1 = 0,01$ ,  $\varepsilon_2 = 0,001$  м/с. Шаг интегрирования по времени варьировался в зависимости от числа итераций  $s$ , необходимых для достижения заданной точности определения скоростей течения. Если  $s > 6$ , то шаг  $\tau$  уменьшался на 50 %, а если на протяжении 100 шагов по времени заданная точность достигалась за одну-две итерации, то шаг  $\tau$  увеличивался на 5 %. Максимальное значение шага ограничивалось величиной  $\tau_{\max} = 0,1$  с. При этом время счета на процессоре Pentium 4 с тактовой частотой 2,6 ГГц составило порядка 11 мин.

### Заключение

В статье представлены математические модели устройств узла выработки пара среднего давления установки гидроконверсии вакуумного газойля. Процессы тепло- и массопереноса описываются уравнениями гидравлики и конвективного теплообмена, заданными на ориентированном графе. Для решения возникающей задачи сопряжения для системы дифференциальных уравнений на базе неявных конечно-разностных методов построены вычислительные алгоритмы. Показана разрешимость полученных систем алгебраических уравнений для определения узловых давлений и температур на каждом шаге итерационного процесса.

Приведены результаты вычислительного эксперимента по математическому моделированию процессов испарения, тепло- и массопереноса в узле выработки пара при пуске ребойлера в эксплуатацию. Полученные данные соответствуют данным технологического регламента.

Предложенные вычислительные алгоритмы и соответствующие программные модули включены в состав динамического тренажера для подготовки операторов установки гидроконверсии вакуумного газойля Мозырского нефтеперерабатывающего завода.

**Список литературы**

1. Магид, С.И. Теория и практика тренажеростроения для тепловых электрических станций / С.И. Магид. – М.: Изд-во МЭИ, 1998. – 154 с.
2. Александров, И.А. Перегонка и ректификация в нефтепереработке / И.А. Александров. – М.: Химия, 1981. – 352 с.
3. Гидравлические цепи. Развитие теории и приложения / Н.Н. Новицкий [и др.]. – Новосибирск: Наука, 2000. – 273 с.
4. Samani, H.M.A. Transient flow in pipe networks / H.M.A. Samani, A. Khayatzaheh // J. Hydraulic Research. – Vol. 40, №5. – 2002. – P. 637–644.
5. Чуйко, М.М. Математическое моделирование течения жидкости в гидроприводах машин / М.М. Чуйко, В.Д. Захарцева // Инженерно-физический журнал. – Т. 71, № 2. – 1998. – С. 323–326.
6. Справочник по теплообменникам. Т.1. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 560 с.
7. Кутателадзе, С.С. Основы теории теплообмена / С.С. Кутателадзе. – Новосибирск: Наука, 1970. – 658 с.
8. Рид, Р. Свойства газов и жидкостей / Р. Рид, Т. Шервуд. – М.: Химия, 1971. – 704 с.
9. Самарский, А.А. Теория разностных схем / А.А. Самарский. – М.: Наука, 1983. – 616 с.
10. Фрязинов, И.В. Алгоритм решения разностных задач на графах / И.В. Фрязинов // ЖВМ и МФ. – 1970. – Т. 10, № 2. – С. 474–377.

**Поступила 26.12.06**

<sup>1</sup>ОАО Мозырский НПЗ,  
Мозырь-11, Гомельская обл.

<sup>2</sup>Институт математики НАН Беларуси,  
Минск, Сурганова, 11  
e-mail: chuiko@im.bas-net.by

<sup>3</sup>Институт тепло- и массообмена НАН Беларуси  
им. А.В. Лыкова,  
Минск, П.Бровки, 15

**O.N. Gaiduk, O.M.Korolyova, M.M. Chuiko, A.I. Shnip****MATHEMATICAL MODELLING THE STEAM PRODUCTION  
IN THE PLANT OF VACUUM GASOIL HYDROCONVERSION**

The numerical algorithm for calculation of nonisothermal pressurized flows in hydraulic net of steam production is presented. The model of incompressible fluid is used. The algorithm is based on implicit finite difference approximation of heat and mass transfer equations on oriented graph. Solvability of obtained systems of linear equations is proved. The results of computational experiment are presented.