

О ПЕРЕСЕЧЕНИИ НЕ p -НИЛЬПОТЕНТНЫХ МАКСИМАЛЬНЫХ ПОДГРУПП

The intersections of the given systems of maximal subgroups of finite groups are investigated.

Все рассматриваемые в статье группы предполагаются конечными. Одно из классических направлений в исследовании конечных групп связано с задачей о свойствах пересечений заданных максимальных подгрупп и изучением влияния этих свойств на подгрупповое и нормальное строение группы. Важную роль в теории конечных групп занимает подгруппа Фраттини, введенная впервые в [1]. Теорема Фраттини получила развитие во многих направлениях (см. [2, 3]). Одно из направлений теории пересечений связано с исследованием пересечений максимальных подгрупп, не принадлежащих заданному классу групп. Эта задача рассматривалась в работах М.В. Селькина [3], Л.И. Шидова [4], В.В. Шлыка [5], А. Гилотти, У. Тиберио [6] и многих других авторов.

Дальнейшее развитие теории пересечений максимальных подгрупп связано с применением functorного метода (М.В. Селькин [3], С.Ф. Каморников [7], А.Н. Скиба [8], А.Ф. Васильев [9]).

К данному направлению относится и настоящая работа.

m -Функтором называется функция Θ , которая сопоставляет каждой группе G некоторое множество $\Theta(G)$ ее максимальных подгрупп и саму группу G . При этом предполагаем, что если $M \in \Theta(G)$, то $M^x \in \Theta(G)$ для всех $x \in G$.

На множестве m -функторов операция пересечения определяется следующим образом: $(\Theta_1 \cap \Theta_2)(G) = \Theta_1(G) \cap \Theta_2(G)$.

Определение 1. m -Функтор назовем

- 1) тривиальным, если $\Theta(G) \setminus \{G\}$ – множество всех максимальных подгрупп группы G ;
- 2) абнормально полным, если множество $\Theta(G)$ содержит все абнормальные максимальные подгруппы группы G вместе с самой группой G .

m -Функтор Θ называется регулярным, если выполняются условия:

- 1) из $N \triangleleft G$ и $M \in \Theta(G)$ следует $MN / N \in \Theta(G / N)$;
- 2) из $M / N \in \Theta(G / N)$ следует $M \in \Theta(G)$.

Максимальная подгруппа, не являющаяся нормальной, называется абнормальной.

Дополнением к подгруппе A в группе G называется такая подгруппа B из G , что $AB=G$ и $A \cap B=1$. Если в группе имеется дополнение к силовской p -подгруппе, то это дополнение называют p -дополнением. Группу с нормальным p -дополнением называют p -нильпотентной группой.

Если Θ – m -функтор и $M \in \Theta(G)$, то M будем называть Θ -подгруппой группы G . Обозначим через $\Phi_\Theta(G)$ и назовем Θ -подгруппой Фраттини пересечение всех Θ -подгрупп группы G . Если m -функтор Θ тривиальный, то Θ -подгруппа Фраттини совпадает с подгруппой Фраттини $\Phi(G)$. Если m -функтор Θ выделяет все абнормальные максимальные подгруппы, то $\Phi_\Theta(G)$ совпадает с подгруппой Гашюца $\Delta(G)$, равной пересечению всех абнормальных максимальных подгрупп группы G .

Введение на множестве m -функторов операций объединения и пересечения позволяет конструировать новые примеры m -функторов и Θ -подгрупп Фраттини.

Определение 2. Пусть Θ – произвольный m -функтор, а Θ_1 – m -функтор, выделяющий в каждой группе G все максимальные подгруппы, не принадлежащие формации p -нильпотентных групп, вме-

сте с самой группой G . Тогда $\Theta \cap \Theta_1$ -подгруппу Фраттини, равную пересечению не p -нильпотентных Θ -подгрупп группы G , будем обозначать через $\Phi_{\Theta}^p(G)$. Если в качестве m -функтора Θ выбрать тривиальный m -функтор, то подгруппа $\Phi_{\Theta}^p(G)$ совпадает с подгруппой, равной пересечению не p -нильпотентных максимальных подгрупп группы G , некоторые свойства которой рассматривались в работе [5]. В случае, когда $\Theta(G)$ совпадает со множеством всех абнормальных подгрупп группы G , подгруппу $\Phi_{\Theta}^p(G)$ будем обозначать $\Phi_{\Delta}^p(G)$.

Всегда полагаем, что пересечение пустого множества подгрупп из G совпадает с самой группой G .

Лемма 1. Пусть Θ – абнормально полный регулярный m -функтор, $N \triangleleft G$, тогда $\Phi_{\Theta}^p(G)N / N \subseteq \Phi_{\Theta}^p(G / N)$.

Доказательство. Если M / N – Θ -подгруппа из G / N , не принадлежащая формации p -нильпотентных групп, тогда M – Θ -подгруппа группы G , не принадлежащая формации p -нильпотентных групп. Следовательно, $\Phi_{\Theta}^p(G)N / N \subseteq \Phi_{\Theta}^p(G / N)$. Лемма доказана.

Лемма 2. Пусть Θ – абнормально полный регулярный m -функтор. Если $\Phi_{\Theta}(G) \subset \Phi_{\Theta}^p(G)$, то выполняются следующие утверждения:

- 1) $G = \Phi_{\Theta}^p(G)M$, где M – p -нильпотентная Θ -подгруппа группы G ;
- 2) если G разрешима, то $G = QM$, где Q – нормальная q -подгруппа группы G , q – простое число и M – p -нильпотентная Θ -подгруппа группы G .

Доказательство. Так как $\Phi_{\Theta}(G) \subset \Phi_{\Theta}^p(G)$, то найдется p -нильпотентная Θ -подгруппа M такая, что $\Phi_{\Theta}^p(G)M$. Следовательно, $G = M\Phi_{\Theta}^p(G)$.

Докажем второе утверждение. Пусть G – разрешимая группа. Рассмотрим $G / \Phi_{\Theta}(G)$. Так как $\Phi_{\Theta}^p(G) / \Phi_{\Theta}(G)$ разрешима, то в $\Phi_{\Theta}^p(G) / \Phi_{\Theta}(G)$ найдется неединичная характеристическая q -подгруппа $Q / \Phi_{\Theta}(G)$ для некоторого простого $q \in \pi(\Phi_{\Theta}^p(G) / \Phi_{\Theta}(G))$. Если предположить, что $Q / \Phi_{\Theta}(G)$ содержится во всех p -нильпотентных Θ -подгруппах, то $Q / \Phi_{\Theta}(G) \subseteq \Phi_{\Theta}(G) / \Phi_{\Theta}(G)$. Получили противоречие. Значит, найдется p -нильпотентная Θ -подгруппа $M / \Phi_{\Theta}(G)$ такая, что $M / \Phi_{\Theta}(G) \cdot Q / \Phi_{\Theta}(G) = G / \Phi_{\Theta}(G)$. Отсюда получаем, что $G = MQ$. Если предположить, что M не принадлежит формации p -нильпотентных групп, то $M \supseteq Q$ и $G = M$, значит, M – p -нильпотентна. Далее $Q = Q_1\Phi_{\Theta}(G)$, где Q_1 – силовская q -подгруппа в Q .

По лемме Фраттини $G = QN_G(Q_1) = Q_1\Phi_{\Theta}(G)N_G(Q_1) = \Phi_{\Theta}(G)N_G(Q_1)$. Предположим, что $N_G(Q_1) \neq G$, тогда $N_G(Q_1)$ содержится в некоторой абнормальной максимальной подгруппе K группы G . Тогда, учитывая, что $\Theta(G)$ содержит все абнормальные подгруппы, получаем $G = \Delta(G)K = K$. Противоречие. Следовательно, Q_1 – нормальная q -подгруппа группы G . Лемма доказана.

Лемма 3. Пусть Θ – абнормально полный регулярный m -функтор, G – группа такая, что $G = O_p(\Phi_{\Theta}^p(G))M$, где M – p -нильпотентная максимальная подгруппа. Тогда

- 1) $T = O_p(\Phi_{\Theta}^p(G)) \cap M$ – нормальная подгруппа группы G ;
- 2) $\Phi_{\Theta}^p(G / T) = \Phi_{\Theta}^p(G) / T$;
- 3) если $B / O_{p'}(G) = \Phi_{\Theta}^p(G / O_{p'}(G))$, то $B \supseteq \Phi_{\Theta}^p(G)$.

Доказательство. 1) Очевидно $T \triangleleft M$ и $N_G(T) \supseteq M$. Так как M – максимальная подгруппа группы G , то $N_G(T) = M$ или $N_G(T) = G$. Учитывая, что $N_{O_p(\Phi_{\Theta}^p(G))}(T) \supset T$, получаем $N_G(T) = G$.

2) Согласно лемме 1 $\Phi_{\Theta}^p(G) / T \subseteq \Phi_{\Theta}^p(G / T)$. Докажем обратное включение. Покажем, что если A – не p -нильпотентная Θ -подгруппа группы G , то A / T также не p -нильпотентная Θ -подгруппа.

В силу регулярности m -функтора Θ очевидно, что A / T является Θ -подгруппой. Предположим, что A / T является p -нильпотентной подгруппой. Тогда существует p' -холлова подгруппа R в A такая, что $RT / T \triangleleft A / T$. Если H – p' -холлова подгруппа из M , то можно считать, что $R \subseteq H$. Так как

$H \triangleleft M$, то H централизует T и R централизует T . Учитывая, что R – характеристическая подгруппа в RT , $RT \triangleleft A$, следовательно, $R \triangleleft A$ и A – p -нильпотентна. Противоречие.

3) Пусть $x \in \Phi_{\Theta}^p(G)$, тогда x содержится в каждой не p -нильпотентной Θ -подгруппе. Допустим x содержится в каждой Θ -подгруппе K такой, что $K \supseteq O_{p'}(G)$ и $K/O_{p'}(G)$ – не p -нильпотентна. Отсюда следует, что $xO_{p'}(G) \in \Phi_{\Theta}^p(G/O_{p'}(G)) = B/O_{p'}(G)$ и $x \in B$.

Лемма 4. Пусть Θ – абнормально полный регулярный t -функтор, $O_{p'}(G)=1$, $O_p(M)=1$, $G=O_p(\Phi_{\Theta}^p(G))M$, где $O_p(\Phi_{\Theta}^p(G)) \cap M=1$ и M – p -нильпотентная Θ -подгруппа. Тогда $\Phi_{\Theta}^p(G)$ имеет нормальную силовскую p -подгруппу или G является бипримарной группой.

Доказательство. Пусть P – силовская p -подгруппа подгруппы $\Phi_{\Theta}^p(G)$. По лемме X.I.5 из [10] $O_{p'}(N_G(P)) \subseteq O_{p'}(G)=1$. По лемме Фраттини $G=\Phi_{\Theta}^p(G)N_G(P)$. Учитывая, что $O_p(\Phi_{\Theta}^p(G)) \subseteq \Phi_{\Theta}^p(G)$ и $G/O_p(\Phi_{\Theta}^p(G))$ – p -нильпотентна, имеем, что $N_G(P)=G$ или $N_G(P)$ – p -нильпотентная подгруппа. Пусть $N_G(P)$ – p -нильпотентная подгруппа. Так как $O_{p'}(N_G(P))=1$, то $N_G(P)$ – p -подгруппа группы G . Пусть S – силовская p -подгруппа группы G такая, что $P=\Phi_{\Theta}^p(G) \cap S \triangleleft S$. Тогда $N_G(P)=S$ и $G=\Phi_{\Theta}^p(G)S$. Отсюда следует, что p' -холлова подгруппа H из M также является p' -холловой подгруппой группы G , подгруппы $\Phi_{\Theta}^p(G)$, а значит, $\Phi_{\Theta}^p(G)=HP$. Докажем, что S – максимальная подгруппа группы G . Допустим, что $R \supset S$, где R – максимальная подгруппа группы G . Если предположить, что R – не p -нильпотентна, то из $R \supseteq \Phi_{\Theta}^p(G)S=G$ получаем противоречие. Итак, R является p -нильпотентной подгруппой, $R=R_{p'}S$, где $R_{p'}$ – нормальная холловская p' -подгруппа из R . Получаем $R_{p'} \subseteq \Phi_{\Theta}^p(G)$ и $O_p(\Phi_{\Theta}^p(G))$ централизует $R_{p'}$. Так как G является p -скованной группой, то $C_G(O_p(\Phi_{\Theta}^p(G))) \subseteq O_p(\Phi_{\Theta}^p(G))$ и $R_{p'}=1$. Отсюда $R=S$. По лемме 9.9 из [11] получаем, что G является бипримарной группой.

Теорема 1. Пусть Θ – абнормально полный регулярный t -функтор и $\Phi_{\Theta}^p(G)$ не является p -нильпотентной группой для некоторого нечетного $p \in \pi(G)$, тогда $G=O_p(\Phi_{\Theta}^p(G))M$, где M – p -нильпотентная Θ -подгруппа.

Доказательство. Ввиду теоремы 3 из [12] следует, что G является p -разрешимой группой. Пусть $D=\Phi_{\Theta}^p(G)$. Так как D не p -нильпотентна, то на основании работы [13] существует характеристическая подгруппа P^* в силовской p -подгруппе P группы D такая, что $N_D(P)/C_D(P)$ не является p -группой. Можно считать, что P^* – максимальная подгруппа с указанными свойствами.

Учитывая, что $N_G(P^*)$ – абнормальная подгруппа в G , то $N_G(P^*)=G$. Отсюда следует, что $P^* \subseteq O_p(D)$. Предположим, что $P^* \subset O_p(D)$, тогда $N_D(O_p(D))/C_D(O_p(D))$ – p -группа, а значит, $D/C_D(O_p(D))$ – p -группа. Из $C_D(O_p(D)) \subseteq O_p(D)$ получаем, что $D/O_p(G)$ – p -группа, значит, D – p -группа. Противоречие. Следовательно, $P^*=O_p(D)$.

Если $D/O_p(D)$ – p -нильпотентна, то в $D/O_p(D)$ имеется нормальная холловская p' -подгруппа $K/O_p(D)$. Тогда K нормальна в G и $O_p(D)$ нормальна в K . По теореме Шура – Цассенхауза существует холловская p' -подгруппа A из K такая, что $K=O_p(D)A$. По лемме Фраттини $G=KN_G(A)$.

Если $O_p(D) \subseteq \Phi_{\Theta}(G)$, то $G=KN_G(A)=O_p(D)AN_G(A)=N_G(A)$. Следовательно, A нормальна в G . Но A – холловская p' -подгруппа из D , значит, D – p -нильпотентна, противоречие. Следовательно, $O_p(D)\Phi_{\Theta}(G)$ и получаем $G=O_p(D)M$, где M – p -нильпотентная Θ -подгруппа группы G . Теорема доказана.

Если t -функтор Θ выделяет все абнормальные максимальные подгруппы группы G , то из теоремы 1 получаем

Следствие 1.1. Пусть $\Phi_{\Delta}^p(G)$ не является p -нильпотентной группой для некоторого нечетного $p \in \pi(G)$, тогда $G = O_p(\Phi_{\Delta}^p(G))M$, где M – абнормальная p -нильпотентная максимальная подгруппа.

Напомним [14], что если G – p -разрешимая группа, то арифметическим p -рангом $\bar{r}_p(G)$ называют наибольший из всех порядков p -главных факторов группы G . Класс p -разрешимых групп со свойством $(|G|, \bar{r}_p(G)) = 1$ является насыщенной формацией.

Теорема 2. Пусть Θ – абнормально полный регулярный t -функтор и G – p -разрешимая группа такая, что $(|G|, \bar{r}_p(G)) = 1$. Тогда подгруппа $\Phi_{\Theta}^p(G)$ либо является p -нильпотентной, либо имеет нормальную силовскую p -подгруппу.

Доказательство. Предположим, что G – группа минимального порядка, для которой подгруппа $\Phi_{\Theta}^p(G)$ не является p -нильпотентной. По теореме 1 $G = O_p(\Phi_{\Theta}^p(G))M$, где M – p -нильпотентная Θ -подгруппа.

По лемме 3, если $T = O_p(\Phi_{\Theta}^p(G)) \cap M$, то $\Phi_{\Theta}^p(G/T) = \Phi_{\Theta}^p(G)/T$. Если $\Phi_{\Theta}^p(G)/T$, то, используя доказательство леммы 3, получаем, что $\Phi_{\Theta}^p(G)$ – p -нильпотентная подгруппа группы G . Противоречие. Следовательно, $\Phi_{\Theta}^p(G)/T$ – не p -нильпотентна. Учитывая, что $\Phi_{\Theta}^p(G/T) = \Phi_{\Theta}^p(G)/T$ и $(|G|, \bar{r}_p(G)) = 1$, предположим, что $|G/T| < |G|$. Следовательно, $\Phi_{\Theta}^p(G/T)$ имеет силовскую p -подгруппу P/T нормальную в G/T . Отсюда $P \triangleleft G$. Не ограничивая общности, можно считать, что $T = 1$. Так как $T = O_p(\Phi_{\Theta}^p(G)) \cap M = 1$ и M – максимальная подгруппа группы G , $O_p(\Phi_{\Theta}^p(G))$ – минимальная нормальная подгруппа группы G , являющаяся элементарной абелевой подгруппой.

Докажем, что $O_{p'}(G) = 1$. Предположим, что $O_{p'}(G) \neq 1$. Если $\Phi_{\Theta}^p(G/O_{p'}(G)) = B/O_{p'}(G)$ – p -нильпотентна, то B – p -нильпотентна и по лемме 3 $\Phi_{\Theta}^p(G)$ также p -нильпотентна, что противоречит предположению. Значит, $B/O_{p'}(G)$ не является p -нильпотентной и из минимальности группы G силовская p -подгруппа из $B/O_{p'}(G)$ является нормальной. В частности, $\Phi_{\Theta}^p(G)O_{p'}(G)/O_{p'}(G)$ имеет силовскую p -подгруппу $PO_{p'}(G)/O_{p'}(G)$ нормальную в $G/O_{p'}(G)$. Отсюда $PO_{p'}(G) \triangleleft G$. По лемме Фраттини $G = O_{p'}(G)N_G(P)$. Если $N_G(P) = G$, то получаем противоречие с выбором группы G . Значит, $N_G(P) \neq G$. Но так как $G = \Phi_{\Theta}^p(G)N_G(P)$, получаем, что $N_G(P)$ – p -нильпотентна, а значит, $G/O_{p'}(G)$ также p -нильпотентна. Получаем, что G является p -нильпотентной. Противоречие. Остается заключить, что $O_{p'}(G) = 1$.

Так как $G = O_p(\Phi_{\Theta}^p(G))M$, $O_p(\Phi_{\Theta}^p(G)) \subseteq O_p(G)$ и $O_p(G) = O_p(\Phi_{\Theta}^p(G))(O_p(G) \cap M)$.

Пусть $D = O_p(G) \cap M$. Если $N_G(D) = M$, то M нормализует p -группу и по лемме X.I.6. из [10] получаем, что $O_{p'}(M) \subseteq O_{p'}(G)$. Противоречие, так как M является p -нильпотентной подгруппой и $O_{p'}(G) = 1$. Следовательно, $N_G(D) = G$, а значит, $D \triangleleft G$.

Рассмотрим группу G/D . По аналогии с рассмотренным приемом не сложно показать, что $\Phi_{\Theta}^p(G/D)$ не может быть p -нильпотентной, и в силу минимальности группы G , если $D \neq 1$, получаем, что $\Phi_{\Theta}^p(G/D)$ имеет нормальную силовскую p -подгруппу. Если $C/G = \Phi_{\Theta}^p(G/D)$, то $\Phi_{\Theta}^p(G)D/D \subseteq C/D$ и C/D имеет нормальную силовскую p -подгруппу. Отсюда следует, что $D = 1$. Так как $O_p(\Phi_{\Theta}^p(G)) = O_p(G)$ и по условию $(|G|, \bar{r}_p(G)) = 1$, то, если $O_p(G) = p^s$, получаем $(|G|, s) = 1$. Также $(|M|, s) = 1$. На основании леммы I.IV 8.1 из [14] заключаем, что M является циклической подгруппой группы G . Противоречие.

Если t -функтор выделяет все абнормальные максимальные подгруппы группы G , то имеет место следующее

Следствие 2.1. Пусть G – p -разрешимая группа такая, что $(|G|, \bar{r}_p(G)) = 1$. Тогда подгруппа $\Phi_{\Delta}^p(G)$ либо является p -нильпотентной, либо имеет нормальную силовскую p -подгруппу.

В случае, когда Θ – тривиальный m -функтор, то из теоремы 2 получаем результат работы [15].

Условие теоремы $(|G|, \bar{r}_p(G)) = 1$ является существенным. Можно привести примеры, показывающие, что в p -разрешимой группе подгруппа $\Phi_{\Theta}^p(G)$ может быть не p -нильпотентной и не иметь нормальной силловской p -подгруппы (см. [15]).

Теорема 3. Пусть Θ – абнормально полный m -функтор и $p > 2$. Тогда либо $\Phi_{\Theta}^p(G) = \Phi_{\Theta}(G)$, либо G является p -разрешимой группой.

Доказательство. Обозначим $D = \Phi_{\Theta}^p(G)$. Пусть G не p -разрешима. Если в $\Theta(G)$ нет p -нильпотентных максимальных подгрупп, то $D = \Phi_{\Theta}(G)$. Если $\Theta(G) = \{G\}$, то из свойства абнормальной полноты функтора Θ следует, что в группе G нет абнормальных максимальных подгрупп. Следовательно, G – нильпотентна, а значит, и p -разрешима. Получили противоречие. Таким образом, можно считать, что в G существует p -нильпотентная максимальная подгруппа $M \in \Theta(G)$ и $M \neq G$. Так как DM , то $G = DM$. Тогда $G/D \cong M/M \cap D$ является p -нильпотентной, в частности, p -разрешимой группой. Если D является p' -группой, то G p -разрешима. Противоречие. Следовательно, $p \in \pi(D)$.

Пусть P – силовская p -подгруппа из D . По лемме Фраттини $G = DN_G(P)$. Если $N_G(P) = G$, то $P \triangleleft G$. Отсюда и из p -разрешимости G/D следует p -разрешимость группы G . Получили противоречие.

Будем считать, что $N_G(P) \neq G$. Пусть R – максимальная подгруппа группы G такая, что $N_G(P) \subseteq R$. Из абнормальности $N_G(P)$ следует, что $R \in \Theta(G)$. Так как $G = DR$, то R – p -нильпотентна. Следовательно, $N_G(P)$ – p -нильпотентная группа.

Если D – p -нильпотентна, то нетрудно видеть, что группа G p -разрешима. Противоречие.

Будем считать, что D – не p -нильпотентна. Тогда по лемме 3 найдется характеристическая подгруппа P^* из P такая, что $N_D(P^*)/C_D(P^*)$ не p -группа. Так как $N_G(P) \subseteq N_G(P^*)$, то $G = DN_G(P^*)$.

Возможны случаи $N_G(P^*) = G$ либо $N_G(P^*)$ – p -нильпотентна. Так как $N_D(P^*)/C_D(P^*)$ – не p -группа, то второй случай невозможен. Остается принять, что $N_D(P^*)/C_D(P^*)$ – не p -группа и $P^* \triangleleft G$.

Пусть P^* – максимальная среди характеристических подгрупп группы P , обладающая отмеченными свойствами. Так как $N_G(P)$ – p -нильпотентна, то $P^* \subset P$. Пусть P_0/P^* – характеристическая подгруппа группы P/P^* . Тогда P_0 характеристична в P и $P^* \subset P_0$. Ввиду выбора подгруппы P^* получаем, что $N_D(P_0)/C_D(P_0)$ – p -группа.

Заметим, что $N_{D/P^*}(P_0/P^*) = N_D(P_0)/P^*$ и $C_D(P_0)P^*/P^* \subseteq C_{D/P^*}(P_0/P^*)$. Отсюда получаем, что $N_{D/P^*}(P_0/P^*)/C_{D/P^*}(P_0/P^*)$ – p -группа. Следовательно, по лемме 3 группа D/P^* является p -нильпотентной. Но тогда D является p -разрешимой группой. Отсюда и из p -разрешимости G/D следует p -разрешимость и самой группы G . Последнее противоречие и доказывает теорему.

Если m -функтор выделяет все абнормальные максимальные подгруппы группы G , то имеет место следующее

Следствие 3.1. Пусть $p > 2$. Тогда либо $\Phi_{\Delta}^p(G) = \Delta(G)$, либо G является p -разрешимой группой.

Из следствия 3.1 вытекает соответствующий результат работы [5].

В случае, когда Θ – тривиальный m -функтор, то из теоремы получаем результаты работ [4, 15].

1. Frattini G. // Atti Acad. dei Lincei. 1885. Vol. 1. P. 281.
2. Шеметков Л. А. Формации конечных групп. М., 1978.
3. Селькин М. В. Максимальные подгруппы в теории классов конечных групп. Мн., 1997.
4. Шидов Л. И. // Сиб. мат. журн. 1971. Т. 12. № 3. С. 682.
5. Шлык В. В. // Мат. заметки. 1973. Т. 14. № 3. С. 429.
6. Gilotti A., Tiberio U. // Bollettino U.M.I. 2000. Vol. 8. P. 691.
7. Каморников С. Ф., Селькин М. В. Подгрупповые функторы и классы конечных групп. Мн., 2003.
8. Скиба А. Н. Алгебра формаций. Мн., 1997.
9. Васильев А. Ф., Каморников С. Ф., Семенчук В. Н. // Бесконечные группы и примыкающие алгебраические системы: Материалы Междунар. алгебр. конф. Киев, 1993. С. 27.
10. Huppert B., Blackburn N. Finite Groups II. Berlin; Heidelberg; New York, 1982.

11. Huppert B., Blackburn N. Finite Groups III. Berlin; Heidelberg; New York, 1982.
12. Бородич Р.В. // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2003. № 4. С. 98.
13. Thompson J.G. // J. Algebra. 1964. Vol. 1. P. 43.
14. Huppert B. Endliche Gruppen I. Berlin; Heidelberg; New York, 1967.
15. Gilotti A., Tiberio U. On the intersection of certain class of maximal subgroups of a finite group // Arch. Math. 1998. Vol. 71. P. 89.

Поступила в редакцию 18.01.10.

Руслан Викторович Бородич – кандидат физико-математических наук, доцент, начальник научно-исследовательского сектора ГГУ им. Франциска Скорины.